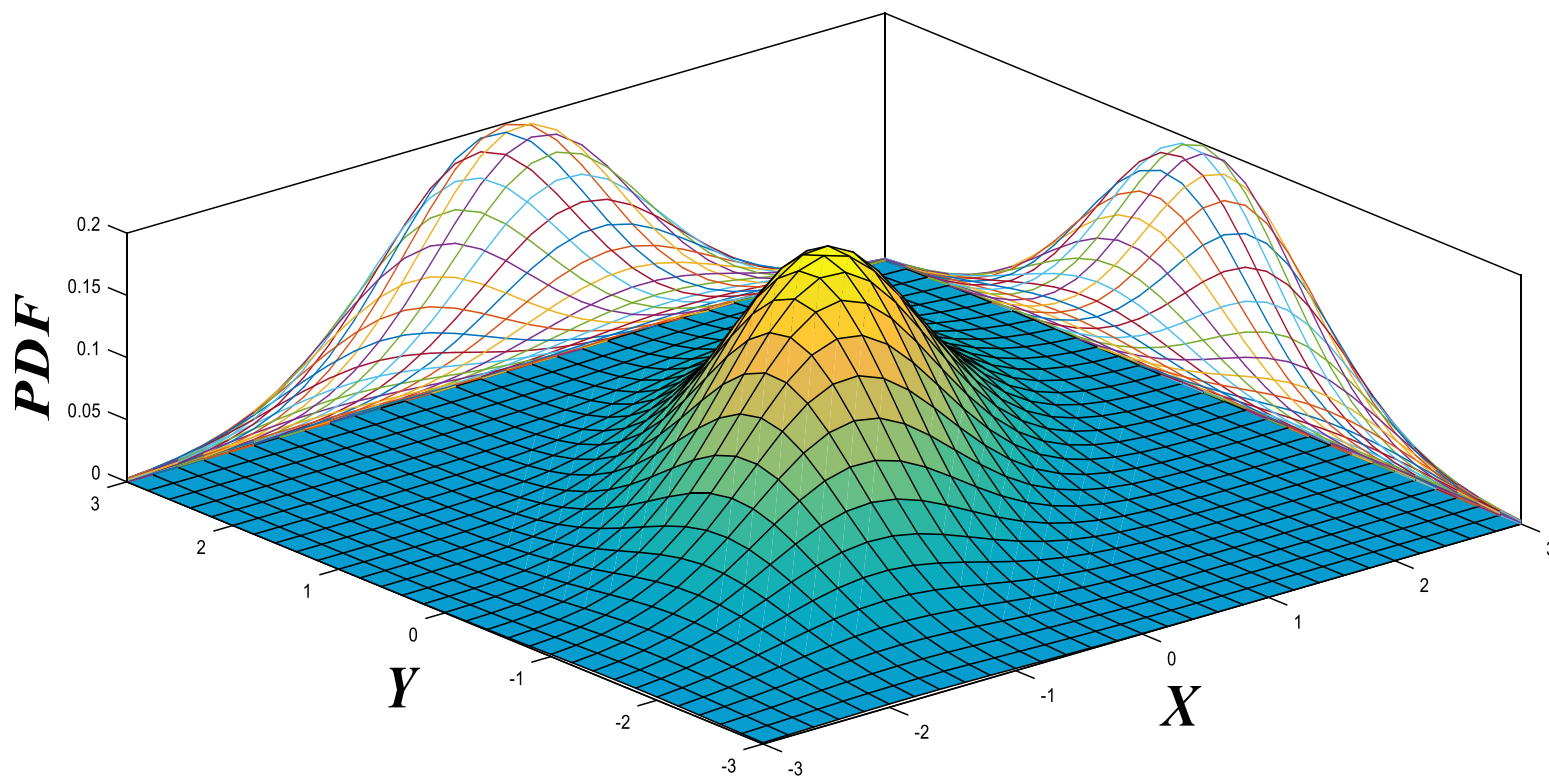




UNIVERSIDADE FEDERAL
DE ALAGOAS

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS CAMPUS SERTÃO EIXO TECNOLOGIA



Incertezas e Segurança na Engenharia Estrutural

Prof. Dr. Alverlando Ricardo

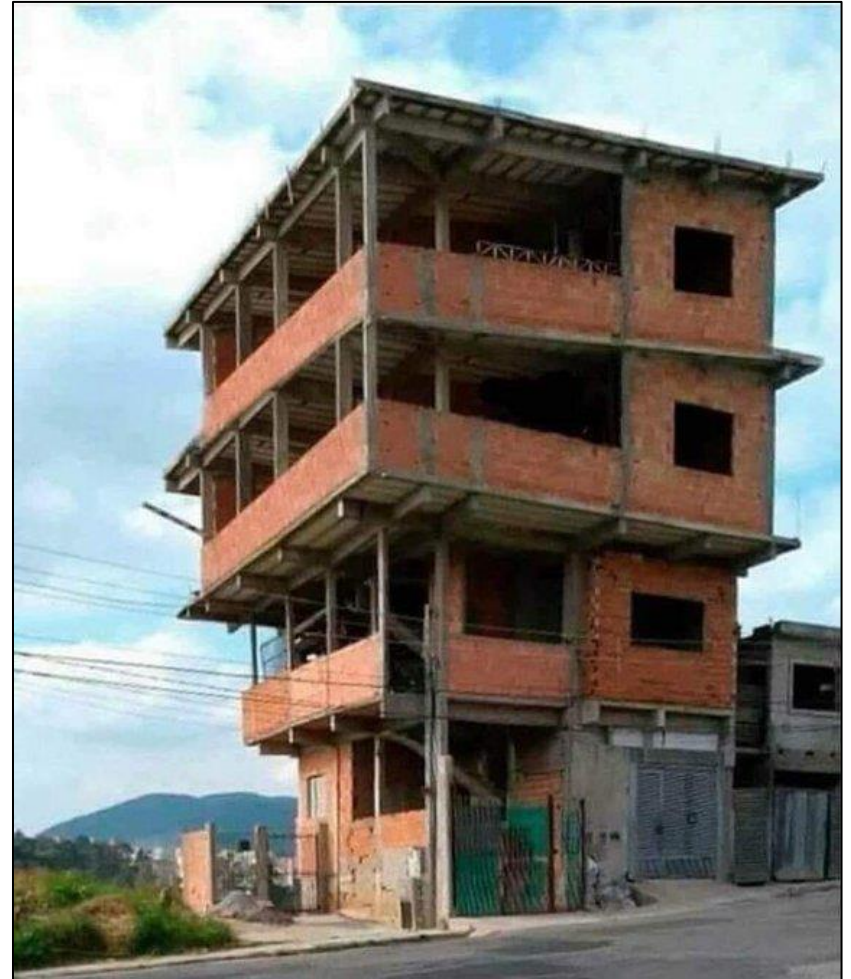
MOTIVAÇÃO

Motivação

Como saber se uma Estrutura cumpre com seu objetivo e está apta para uso?

Motivação

Como saber se uma Estrutura cumpre com seu objetivo e está apto para uso?



* Imagens da internet

Motivação

Como saber se uma Estrutura cumpre com seu objetivo e está apto para uso?



* Imagens da internet

Motivação

Como saber se uma Estrutura cumpre com seu objetivo e está apto para uso?



SEGURANÇA

Motivação

- Segurança:



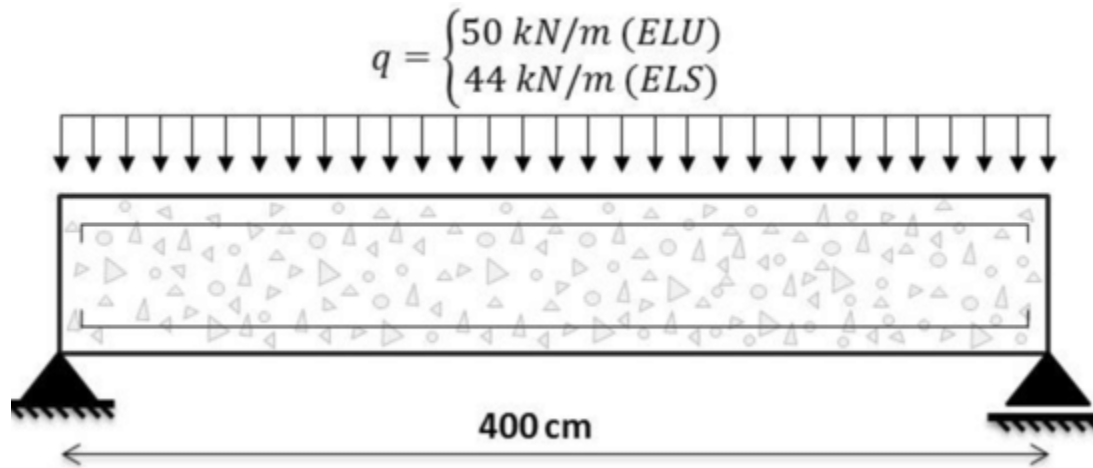
$$R > S$$



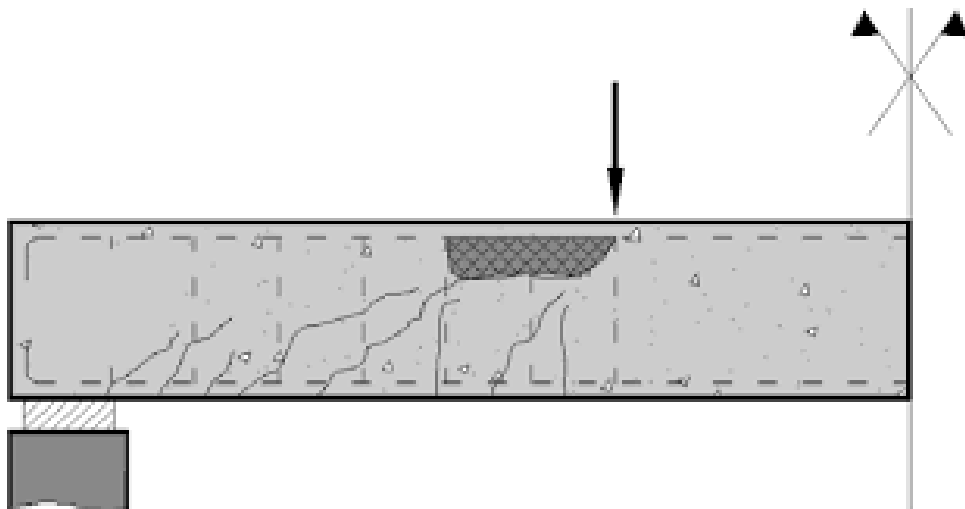
$$vali. > data_{atual}$$

Motivação

- Segurança:



$$R > S$$



$$R < S$$

MOTIVAÇÃO

- Modelos de cálculo de engenharia não conseguem prever, de forma exata, os efeitos das ações ou as resistências de elementos estruturais.
- Os procedimentos usuais de projeto, construção, operação e manutenção de estruturas consideram essas incertezas de forma indireta, resultando em estruturas potencialmente conservadoras ou inseguras.



MOTIVAÇÃO

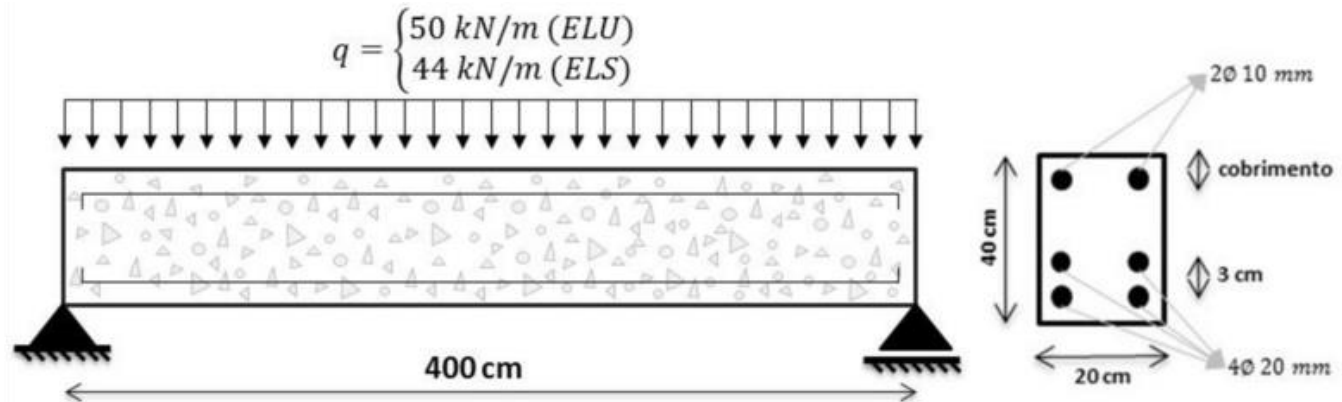
- Modelos de cálculo de engenharia não conseguem prever, de forma exata, os efeitos das ações ou as resistências de elementos estruturais.
- Os procedimentos usuais de projeto, construção, operação e manutenção de estruturas consideram essas incertezas de forma indireta, resultando em estruturas potencialmente conservadoras ou inseguras.



* Imagens da internet

Motivação

- Segurança:



- **Material:** (Cimento, brita, aço, etc);
- **Dimensões;**
- **Fabricação;**
- **Tempo;**
- **Etc.**

$$R > S$$

- **Temperatura;**
- **Flutuação temporal das cargas ambientais;**
- **Flutuação temporal dos usuários;**
- **Peso próprio, etc.**

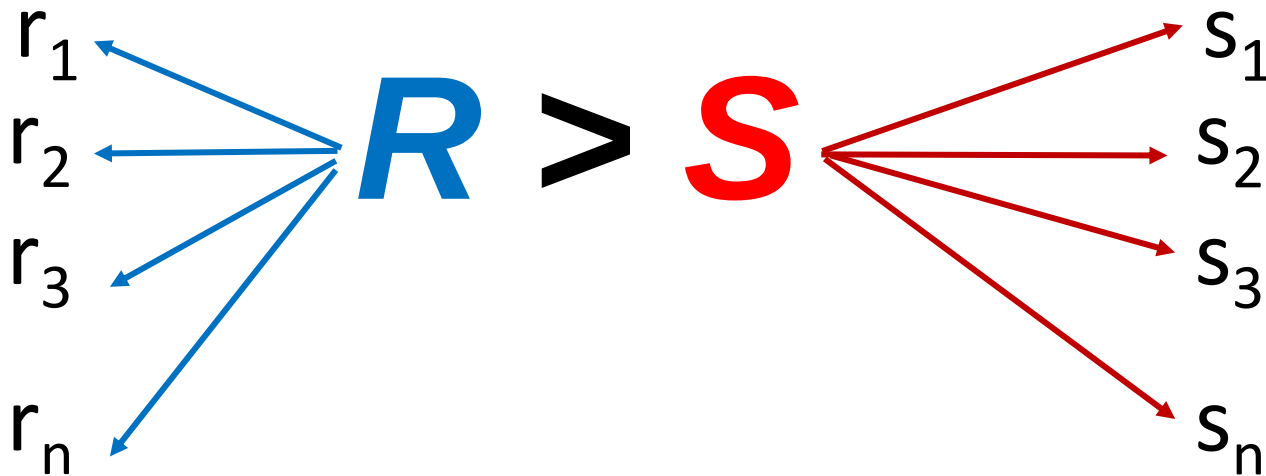
Motivação

- Como saber, exatamente, quais são os valores de ***R*** e ***S***?

Motivação

- Como saber, exatamente, quais são os valores de ***R*** e ***S***?

ENSAIOS/TESTES



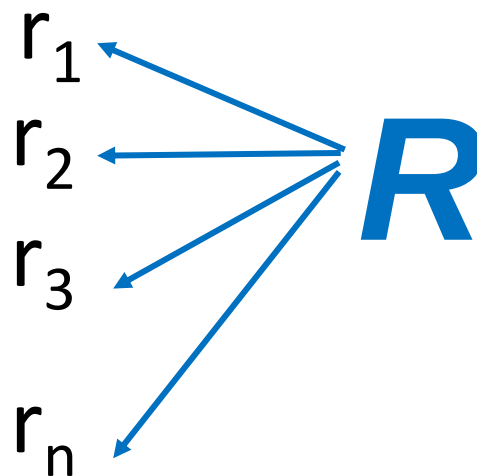
Motivação

- Como saber, exatamente, quais são os valores de ***R*** e ***S***?

ENSAIOS/TESTES



$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65 \cdot \sigma$$



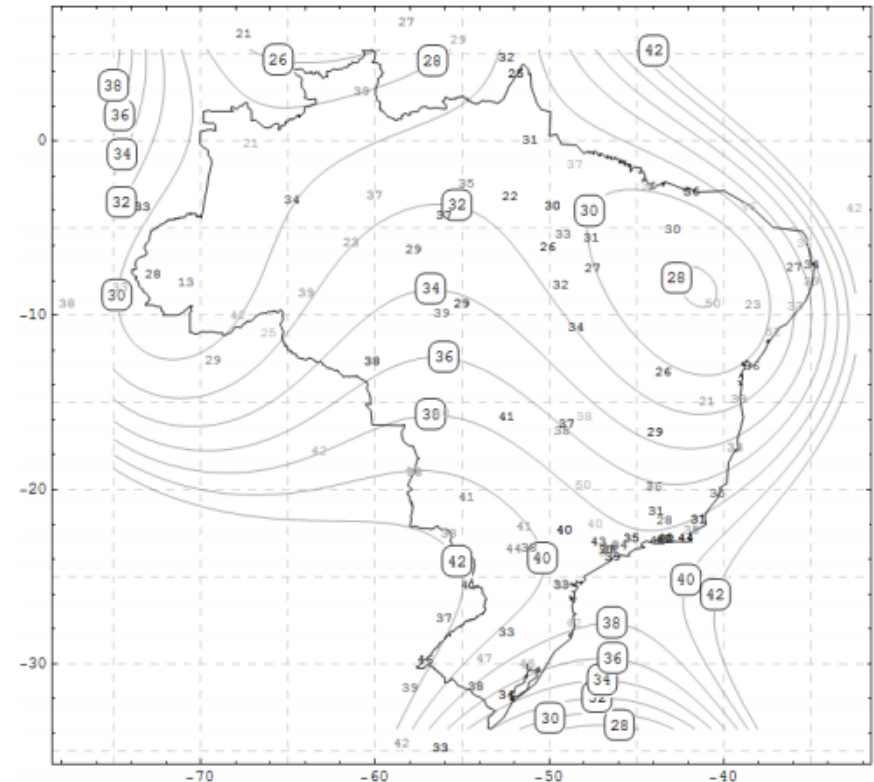
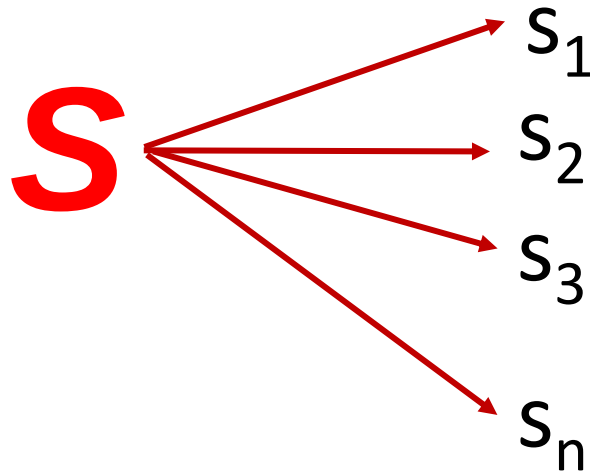
Mínimo de 20 corpos-de-prova (NBR6118:2003); Distribuição Normal (Ellingwood & Galambos, 1982)

* Imagens da internet

Motivação

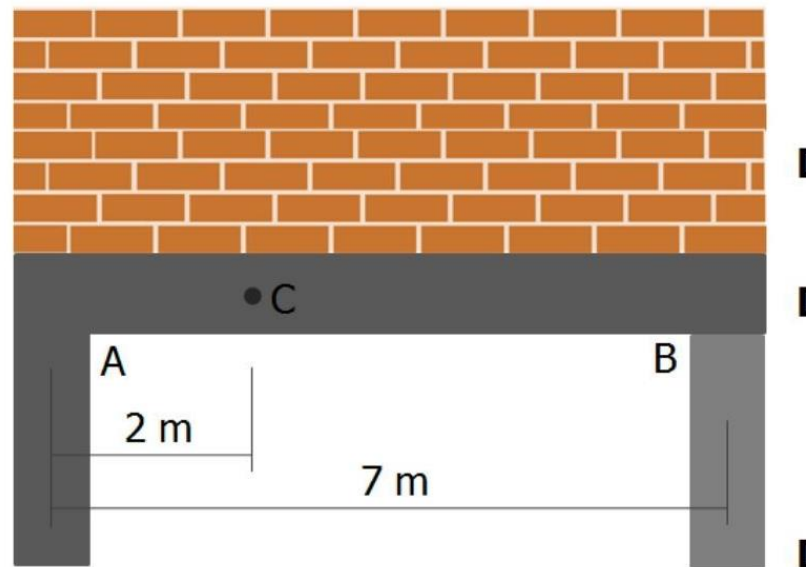
- Como saber, exatamente, quais são os valores de R e S ?

ENSAIOS/TESTES



Motivação

- Mas como são feitas essas considerações nos projetos estruturais?



Situação de projeto

Motivação

➤ Mas como são feitas essas considerações nos projetos estruturais?

- ABNT NBR 8681 (2003) - *Solicitação*

5.1.3 Combinações últimas das ações

5.1.3.1 Combinações últimas normais

As combinações últimas normais são dadas pela seguinte expressão:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right]$$

onde:

$F_{Gi,k}$ é o valor característico das ações permanentes;

$F_{Q1,k}$ é o valor característico da ação variável considerada como ação principal para a combinação;

$\psi_{0j} F_{Qj,k}$ é o valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis.

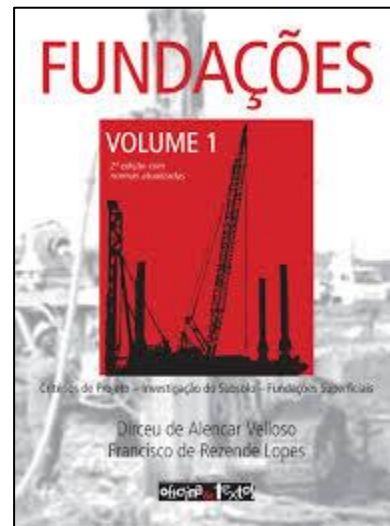
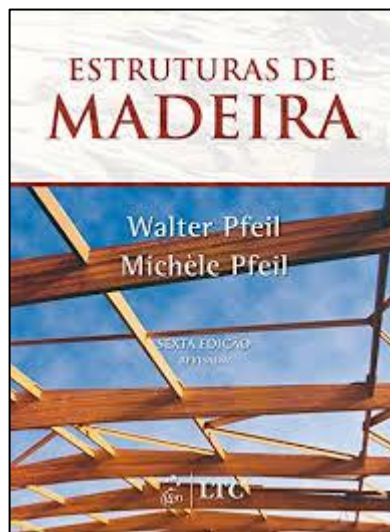
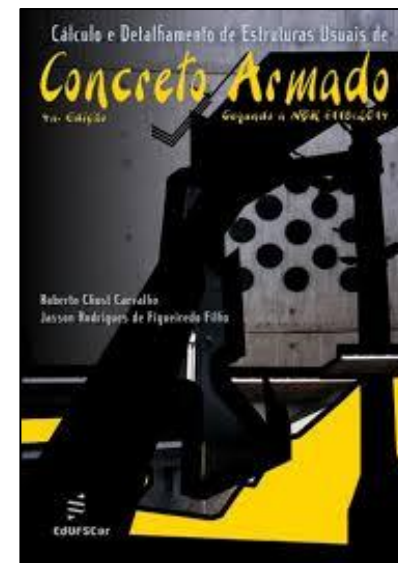
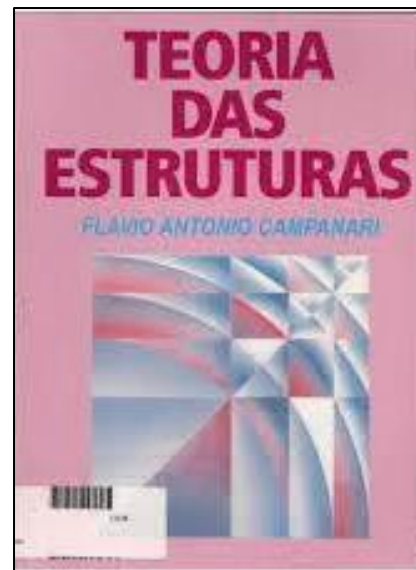
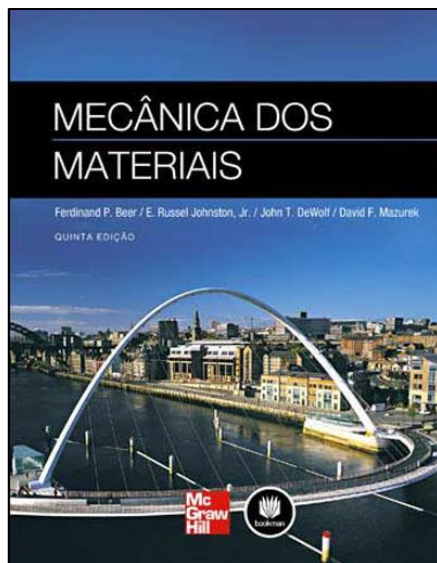
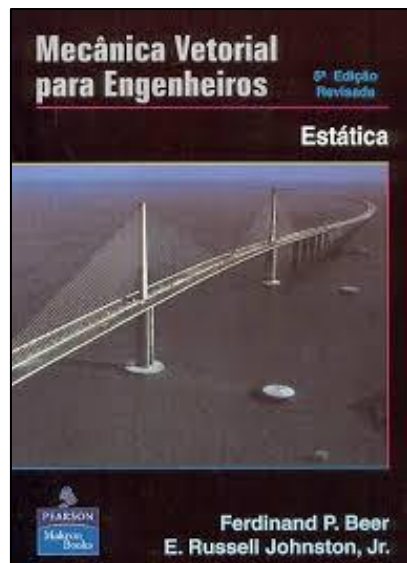
Motivação

- Mas como são feitas essas considerações nos projetos estruturais?

Resistência:

- O **FORNECEDOR** do produto deve apresentar os valores da **resistência do material**;
- O **PROJETISTA** com base na resistência dos materiais faz os **cálculos utilizando coeficientes de segurança**, baseados nas exigências normativas.

➤ E assim, aprendemos na Faculdade:
Determinístico/Semi-probabilístico.



OBJETIVOS

- Analisar a *Segurança Estrutural* considerando as *incertezas* relacionadas as: *Propriedades dos materiais*, *dimensões geométricas* e *carregamentos*.

OBJETIVOS

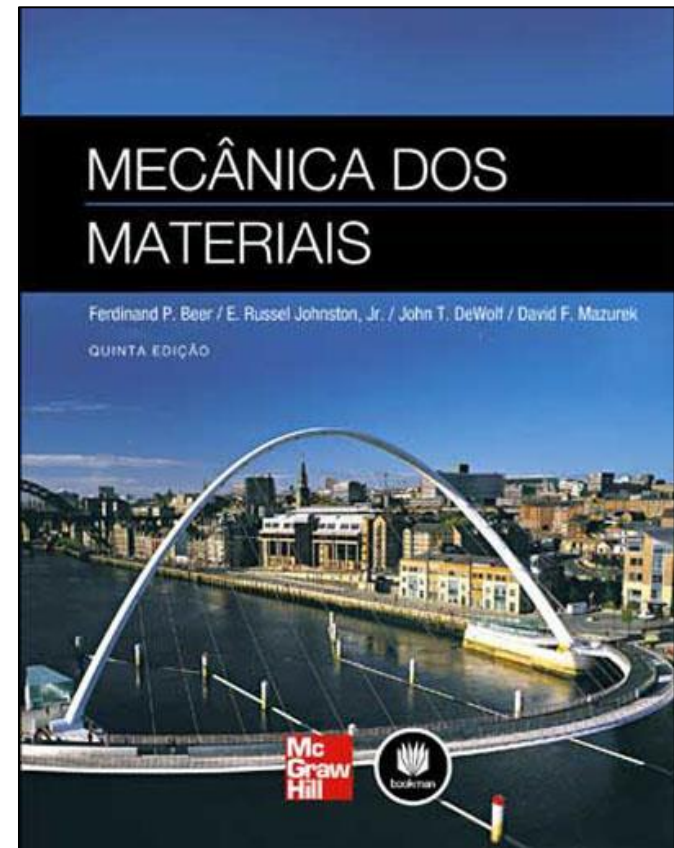
- Analisar a *Segurança Estrutural* considerando as *incertezas* relacionadas as: *Propriedades dos materiais*, *dimensões geométricas* e *carregamentos*.
- Determinar *probabilidades de falhas* usando métodos de *Confiabilidade Estrutural*;

OBJETIVOS

- Analisar a *Segurança Estrutural* considerando as *incertezas* relacionadas as: *Propriedades dos materiais*, *dimensões geométricas* e *carregamentos*.
- Determinar *probabilidades de falhas* usando métodos de *Confiabilidade Estrutural*;
- Suplemento aos livros de *Engenharia Estrutural*.

Pré-Requisitos

Para um bom entendimento do curso é interessante que o estudante tenha em mente os conhecimentos sobre estatística básica e sobre a Resistências dos Materiais.



Curso: Incertezas e Segurança Estrutural

Informações gerais:

Ano/Semestre: 2022.1

Disciplina: Incertezas e Segurança Estrutural

Natureza: Optativa A partir do 6º Período

Carga Horário: 04 (quatro) horas

Docente: Alverlando Ricardo E-mail: alverlando.ricardo@hotmail.com

Material disponível em:

➤ <https://alverlandoricardo.wixsite.com/professor>

CONTEÚDO

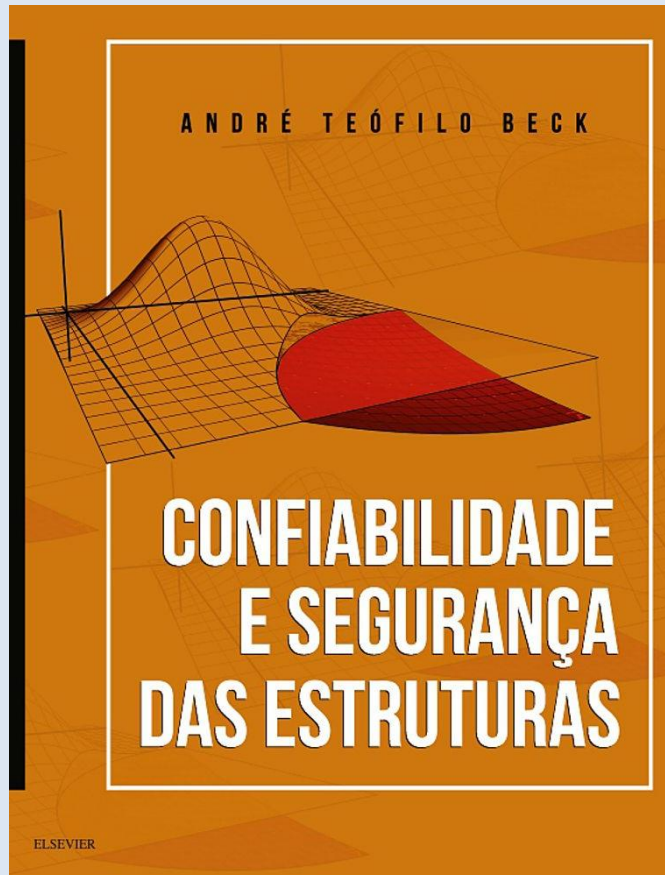
Ementa:

1. Introdução/Motivação
2. Incertezas e Riscos na Engenharia
3. Revisão: Teoria de Probabilidades
4. Estados Limites e Coeficientes de Segurança
5. Métodos de Confiabilidade
6. Ferramentas e Aplicação
7. Considerações Finais

A DISCIPLINA: Resistência dos Materiais



REFERENCIAS BÁSICAS



“Confiabilidade e segurança das estruturas”

Editora: [ELSEVIER](#)

Páginas: 448

ISBN: 978-85-352-8688-5

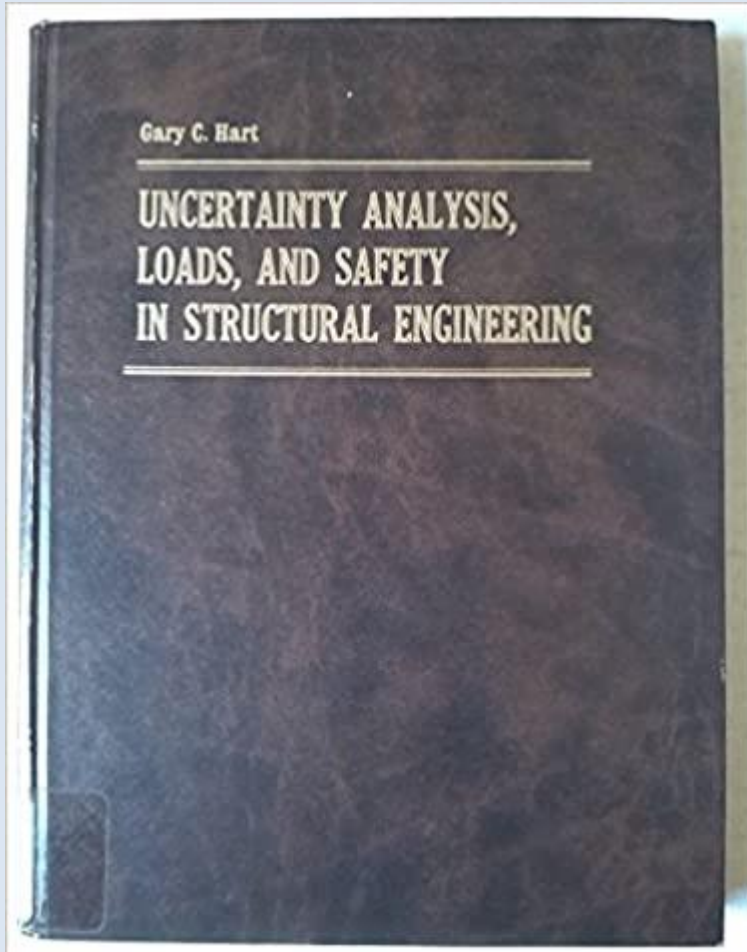
Ano: 2019

André Teófilo Beck

A DISCIPLINA: Resistência dos Materiais



REFERENCIAS BÁSICAS



***“Uncertainty analysis, loads,
and safety in structural
engineering”***

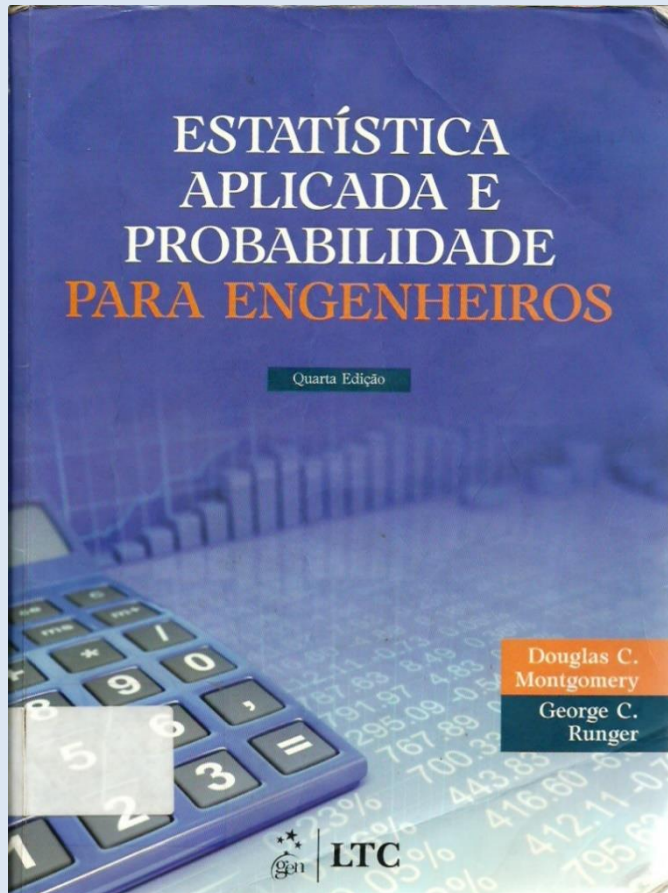
Prentice-Hall civil engineering
and engineering mechanics
series) 1st Ed. Edition
Ano: 1982

Gary C. Hart

Curso: Incertezas e Segurança Estrutural



REFERENCIAS BÁSICAS



“Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros”

4st Ed. Edition

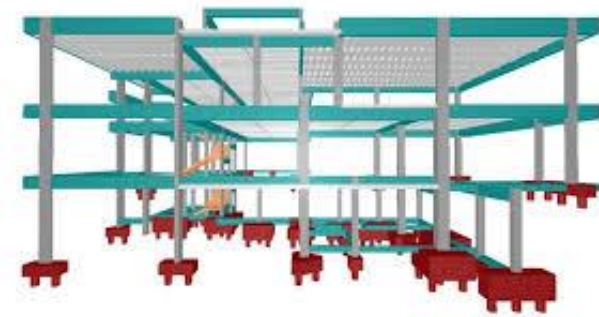
Douglas C. Montgomery

INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

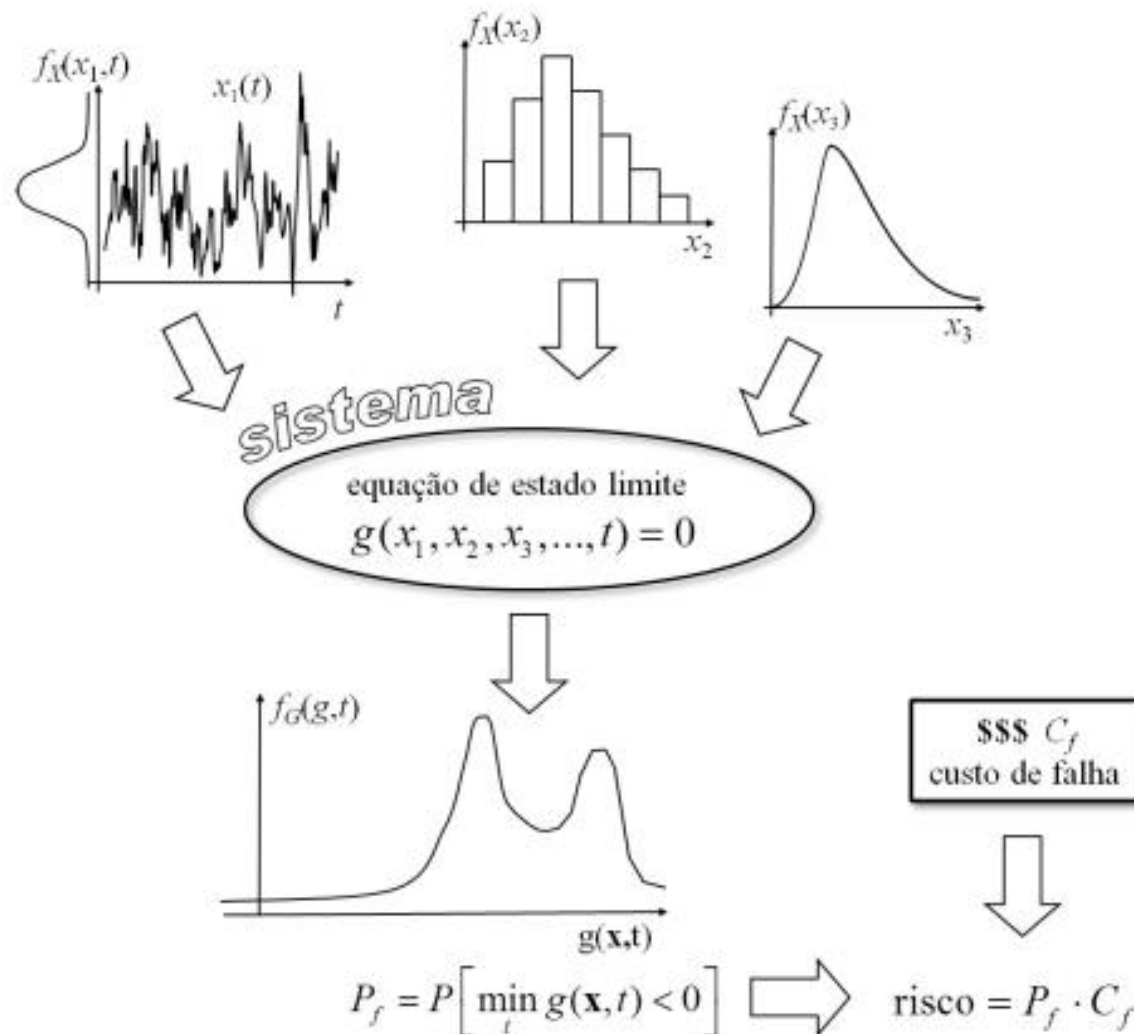
➤ Incertezas são **INERENTES** a qualquer sistema de engenharia e se originam:

- Conhecimento incompleto sobre o projeto;
- Ações ambientais e resistência de materiais;
- Modelos de engenharia são sempre aproximados.



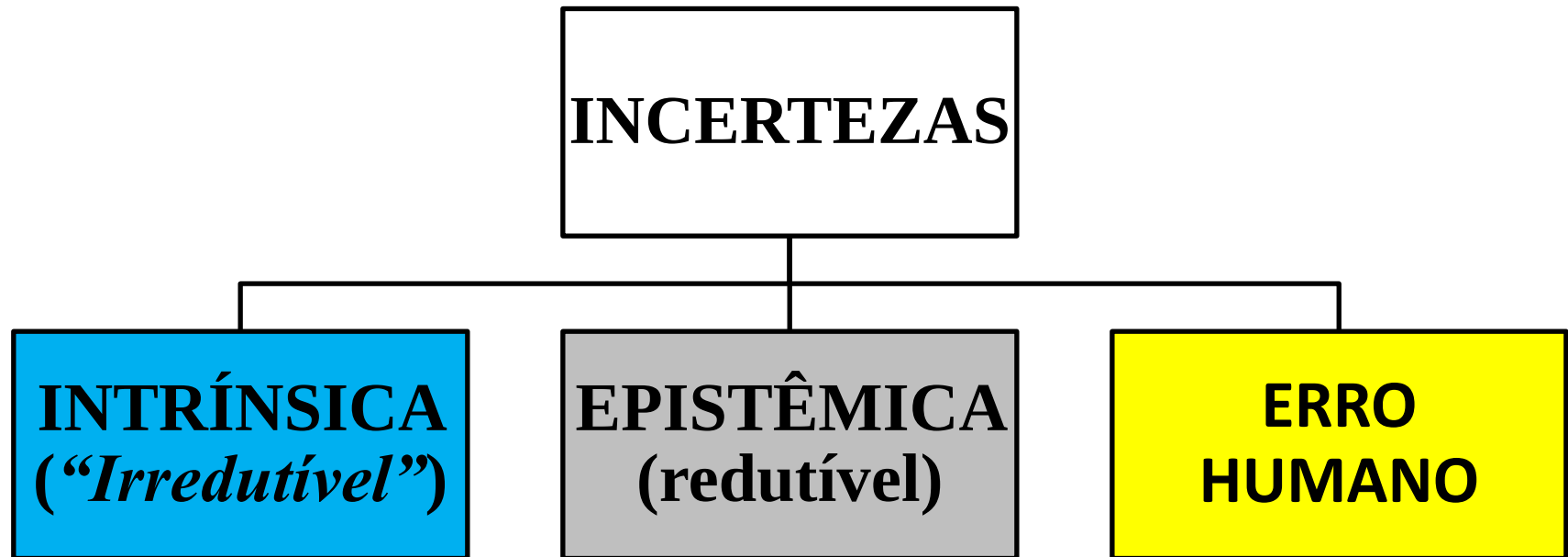
INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

➤ *Causas e os efeitos das incertezas:*



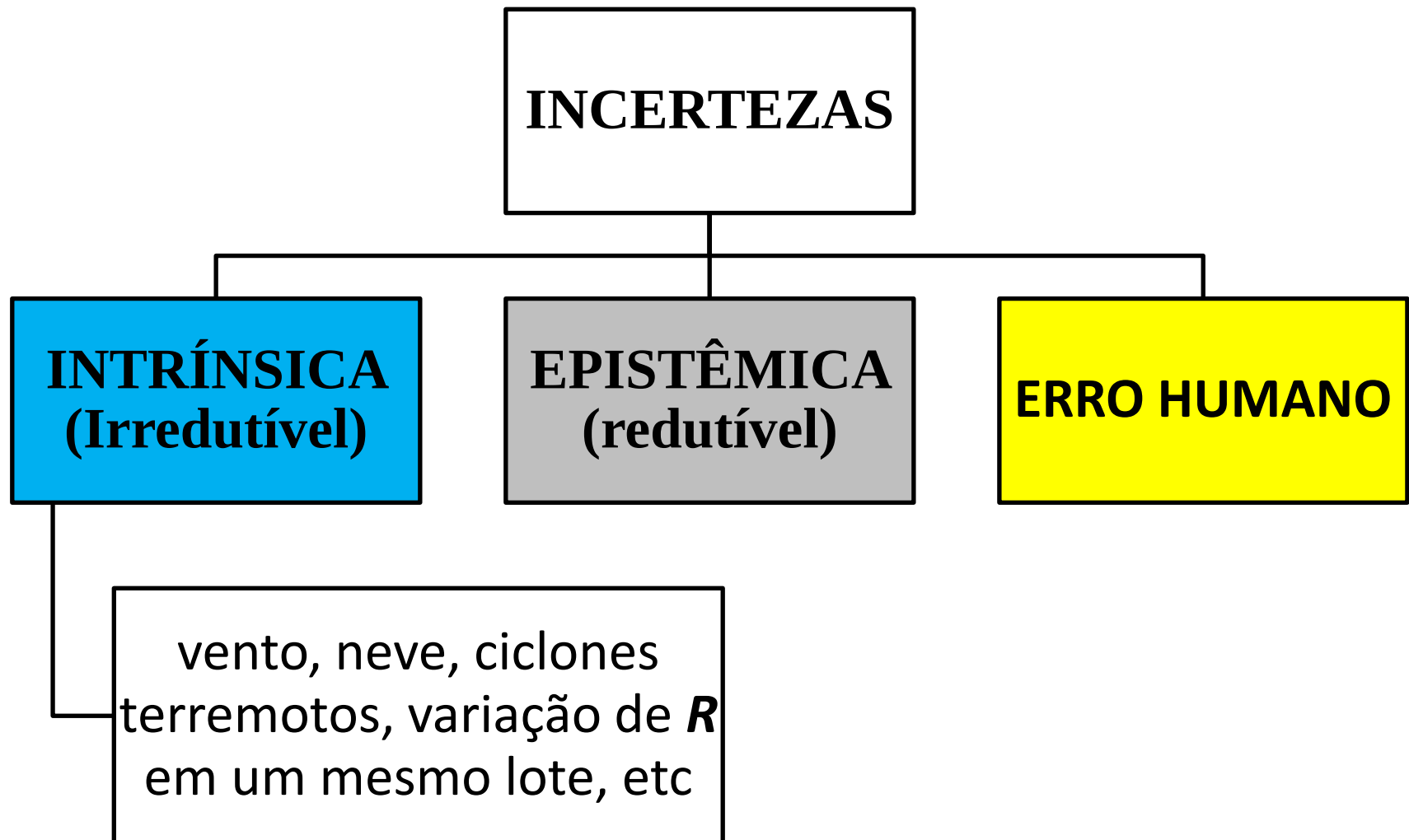
INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

➤ *Classificação de incertezas:*



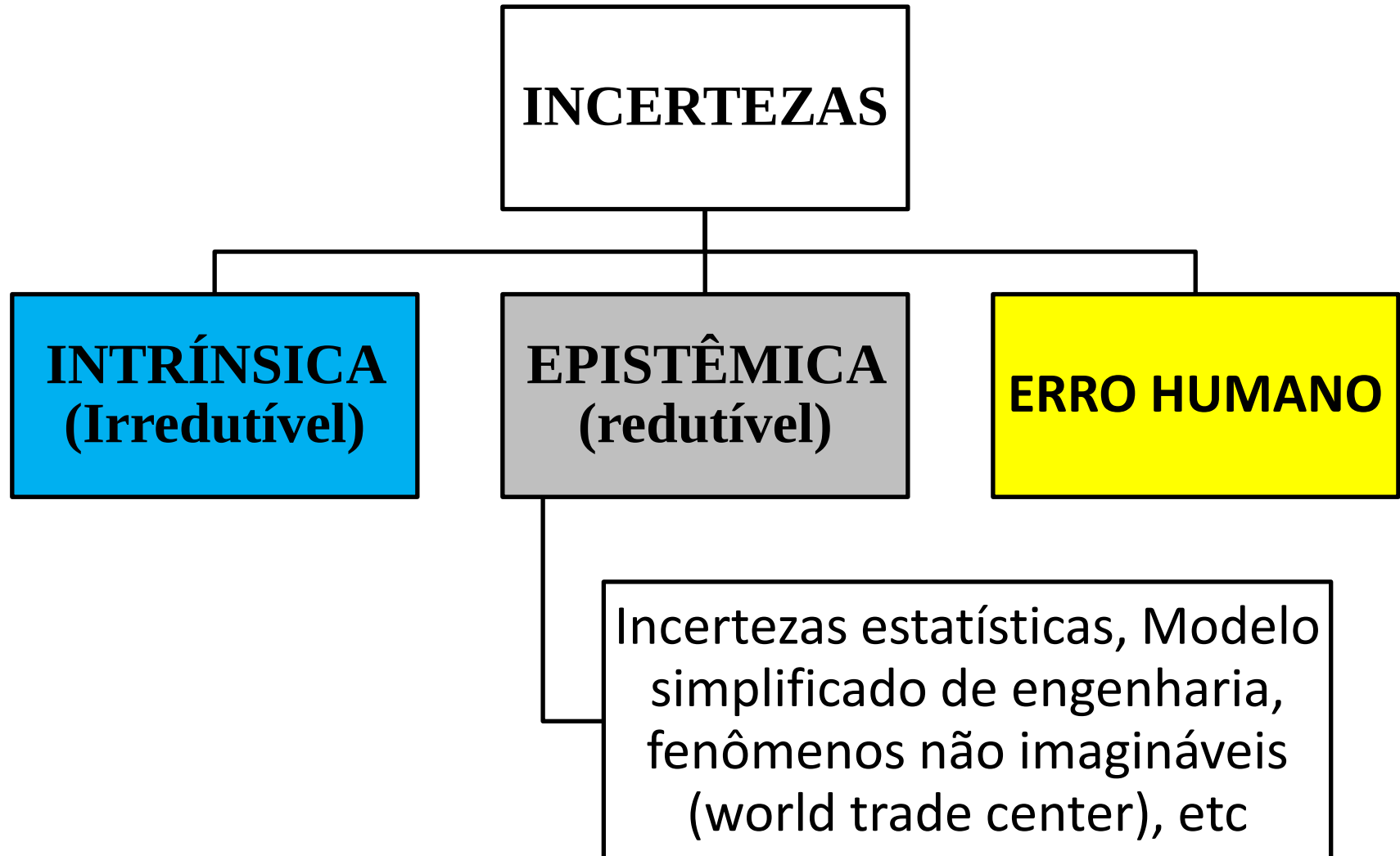
INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

➤ *Classificação de incertezas:*



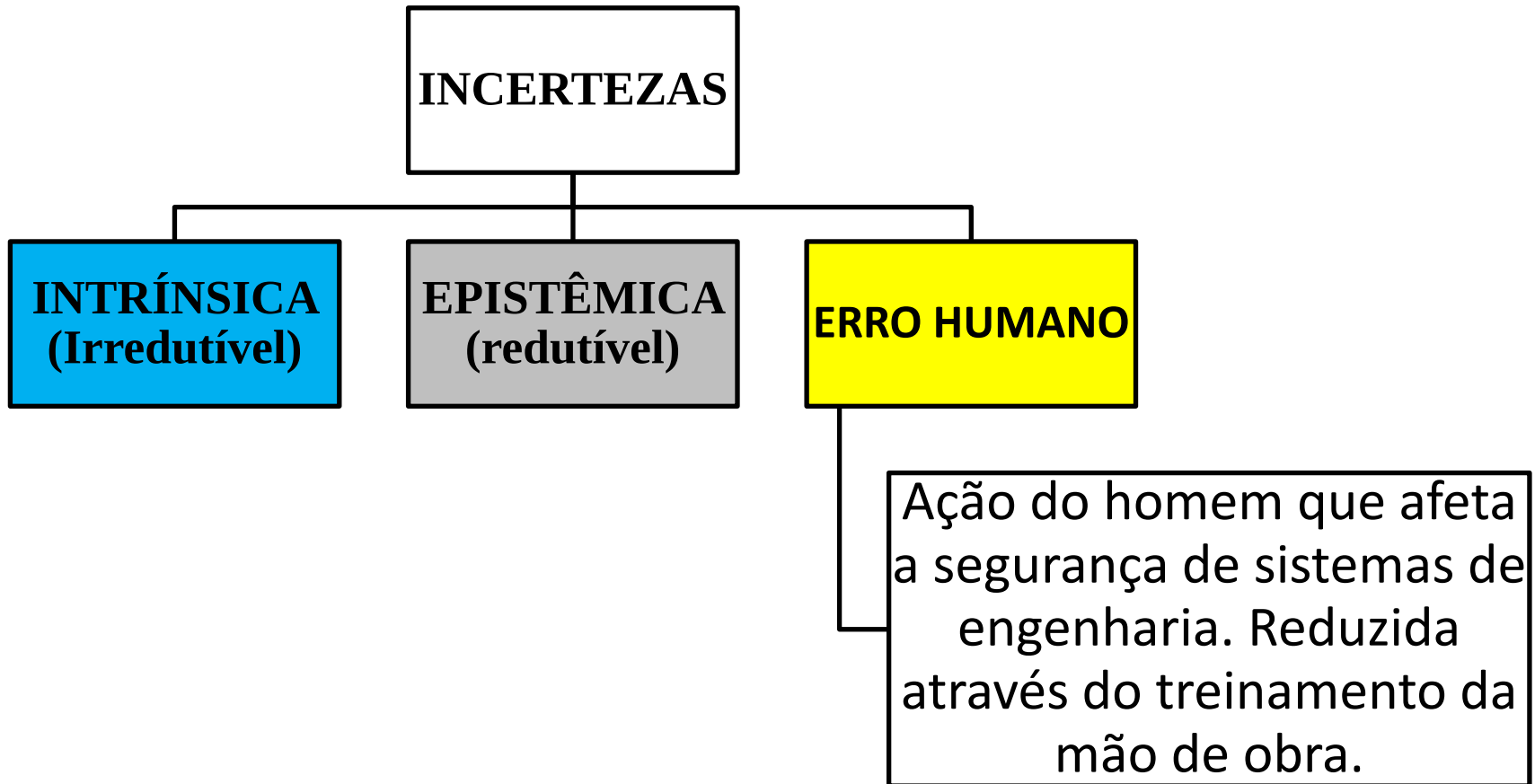
INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

➤ *Classificação de incertezas:*



INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

➤ *Classificação de incertezas:*



INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

➤ **Risco:** *Risco é a probabilidade de um determinado nível de DANO ocorrer durante uma atividade. Dado:*

$$\text{risco} = P[\text{ocorrência}] \times \text{consequências}$$

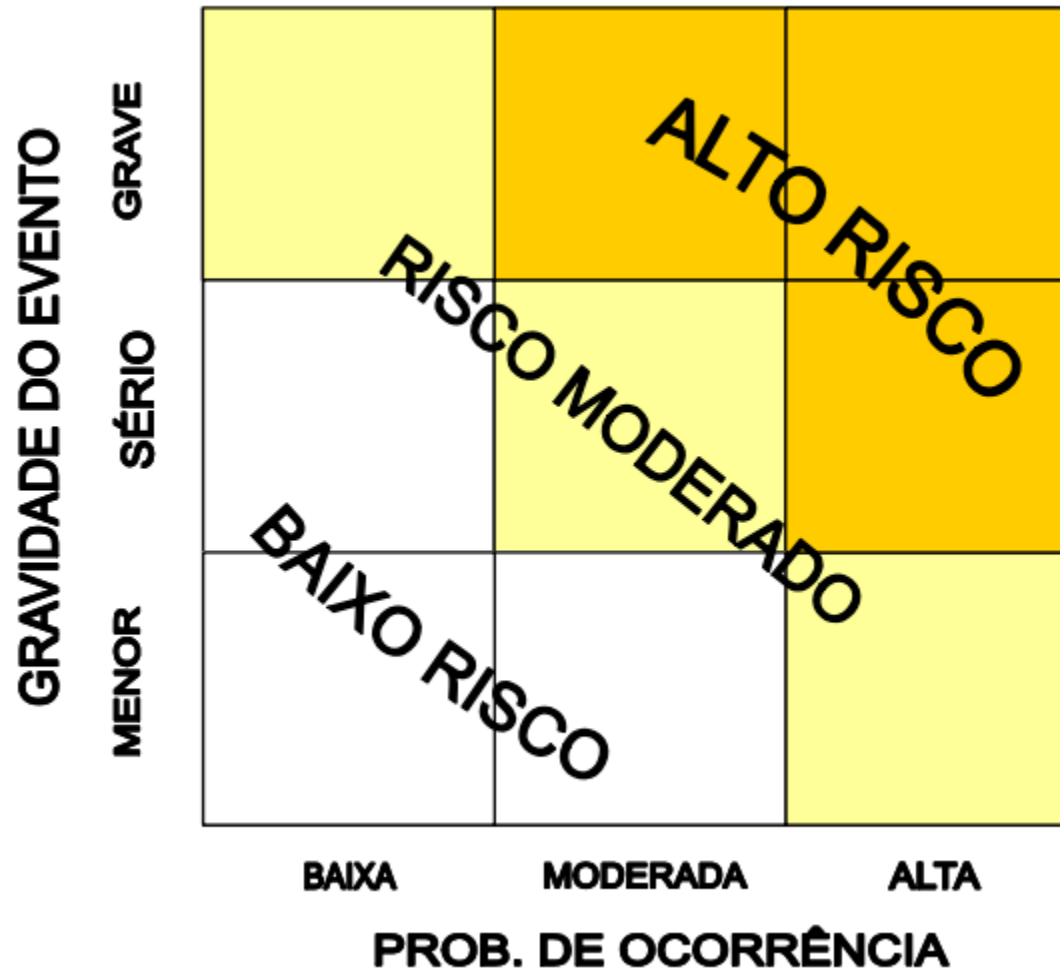
INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

$$\text{risco} = P[\text{ocorrência}] \times \text{consequências}$$

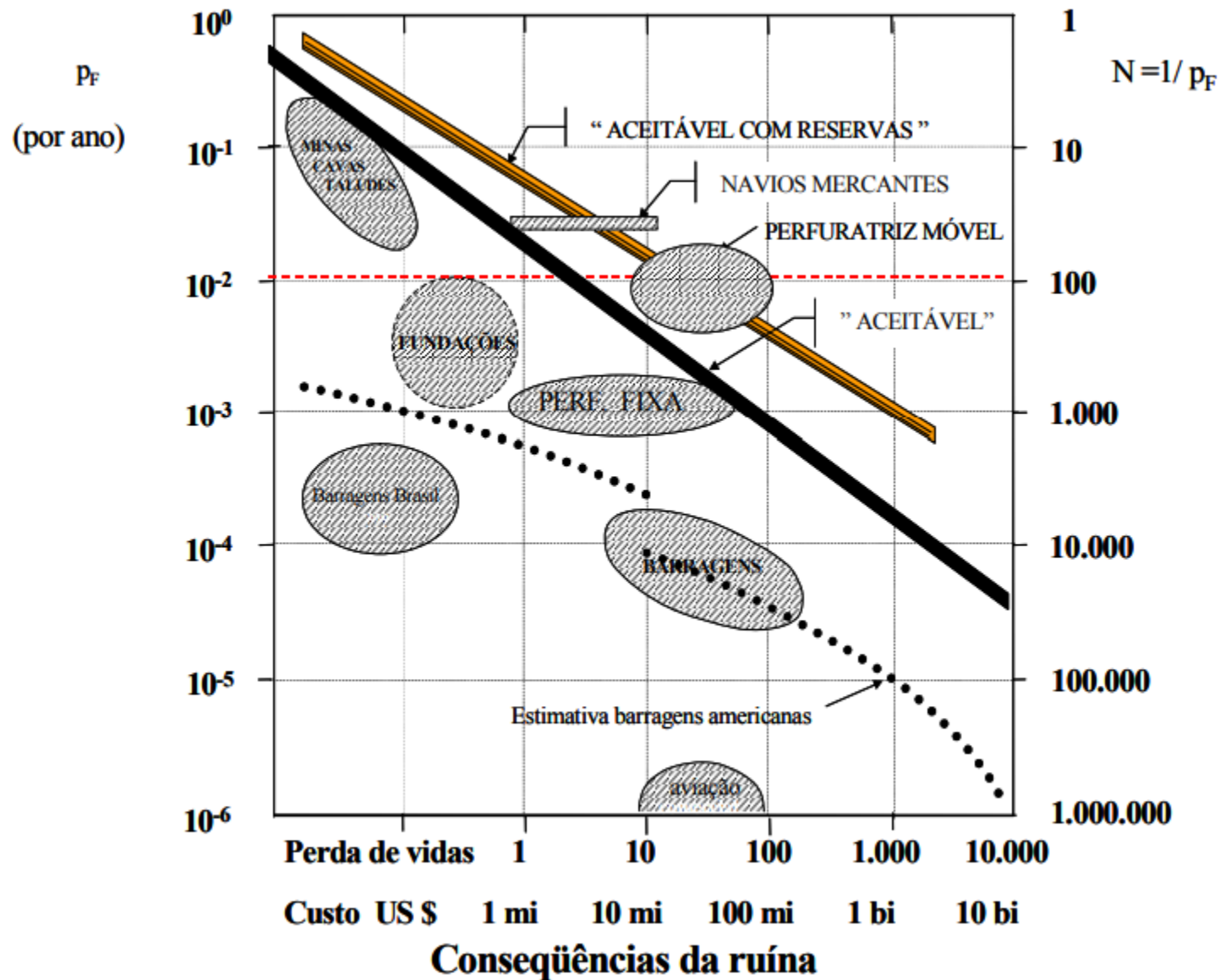
GRUPO	ATIVIDADE	RISCO DE MORTE (por milhão e ano)
Riscos Voluntários (média entre praticantes)	Fumo (20 cigarros por dia)	5000
	Beber Álcool	380
	Alpinismo	2000
	Natação	50
	Jogar futebol	30
	Possuir arma de fogo	30
Riscos por área de ocupação	Mineração	300
	Construção civil	150 – 440
	Indústria	40
Riscos de transporte (média entre viajantes)	Rodoviário	145
	Ferroviário	30
	Aéreo	10
	Morte por câncer	1800
	Acidentes dentro de casa	110
	Queda	60
	Atropelamento	35
	Homicídio	20
	Envenenamento acidental	18

INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

Classificação dos riscos:



INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA



Risco social em atividades de engenharia (Aoki, 2005).

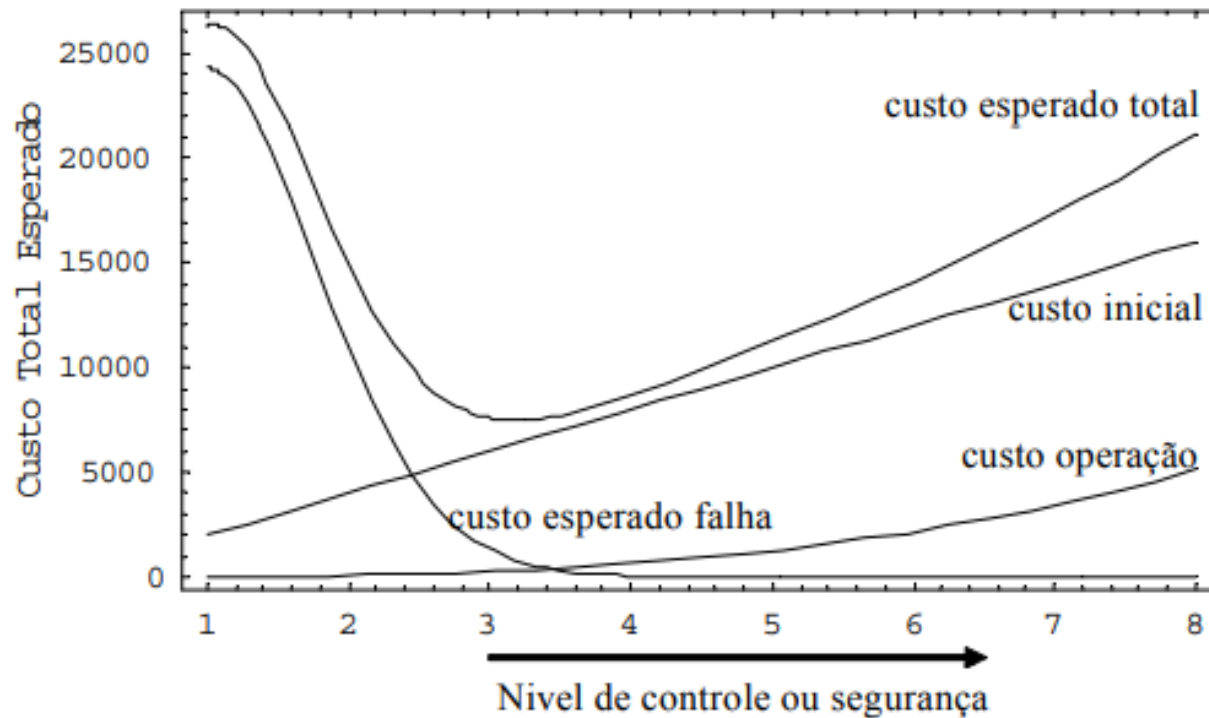
INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

Probabilidade de ocorrência (f =falhas/ano):

- 1. Baixa ($f < 10^{-4}$ /ano): falha com muito pequena probabilidade de ocorrência dentro da vida útil da edificação.*
- 2. Moderada ($10^{-4} < f < 10^{-2}$ /ano): falha com pequena probabilidade de ocorrência.*
- 3. Alta ($f > 10^{-2}$ /ano): Pode-se esperar que uma falha aconteça durante a vida útil da edificação.*

INCERTEZAS E RISCO NA ENGENHARIA

Segurança X Custo:



- **Custo inicial:** *Custo necessário para a construção da edificação;*
- **Custo de operação:** *Custo para operar a edificação, manter funcionando;*
- **Custo de falha:** *Custo necessário para corrigir um falha;*
- **Custo total:** *soma dos custos.*

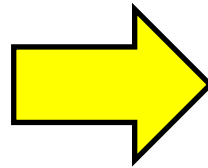
Revisão: Teoria de Probabilidades

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

O Conceito de *Variáveis Aleatórias* esta intimamente relacionado a realização de um experimento.



Experimento
perfeito

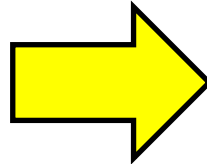


$$T_1 = T_2 = T_2 = \dots = T_n$$

DETERMINÍSTICO



Experimento
imperfeito



$$T_1 \neq T_2 \neq T_2 \neq \dots \neq T_n$$

VARIÁVEL

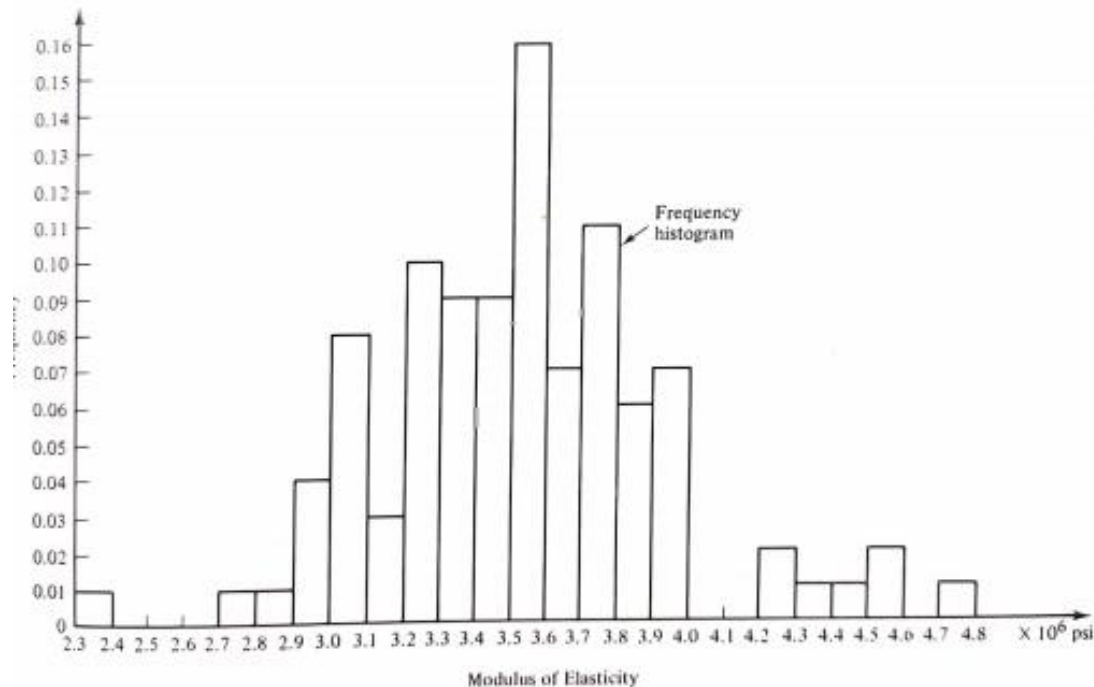
ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

- Em um experimento, um valor numérico qualquer obtido é denominado por **VARIÁVEL ALEATÓRIA (VA)**.
- Todas as possíveis observações dessa VA compreende o **ESPAÇO AMOSTRAL**.
- Um **EVENTO** é um subconjunto do espaço amostral.

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização das VAs.

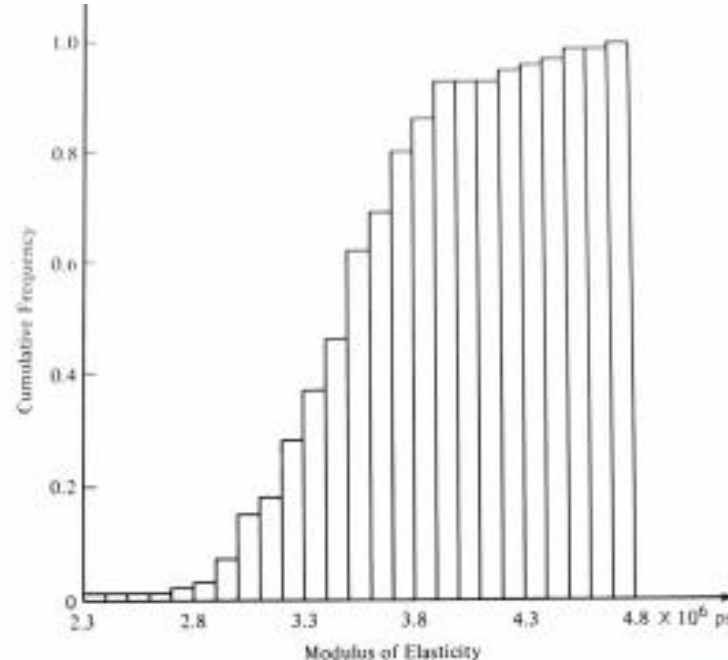
- **Histograma:** Gráfico de frequência que tem como objetivo ilustrar como uma determinada amostra de dados está distribuída.



ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização das VAs.

- Histograma Frequência Acumulada: É o total acumulado (soma) de todas as frequências anteriores até a classe atual.



ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização das VAs.

- Histograma: Gráfico de frequência que tem como objetivo ilustrar como uma determinada amostra de dados está distribuída.
- Média: Medida de tendência central dos dados. Geometricamente é o centro de gravidade do histograma.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização das VAs.

- Histograma: Gráfico de frequência que tem como objetivo ilustrar como uma determinada amostra de dados está distribuída.
- Média: Medida de tendência central dos dados. Geometricamente é o centro de gravidade do histograma.
- Variância: Mede a dispersão dos dados em relação a média.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização das VAs.

- Desvio Padrão: É a raiz quadrada da variância.
- Coeficiente de Variação: Permite comparar séries de valores que apresentam unidades de medida distintas. Desvio/Média.

$$CV = \frac{\sigma}{\mu}$$

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização das VAs.

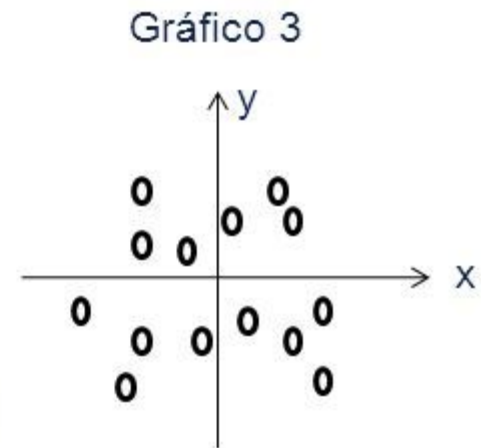
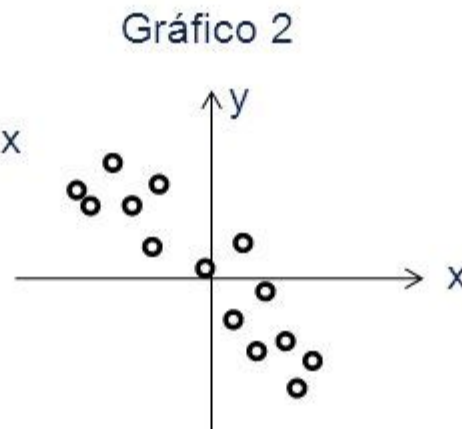
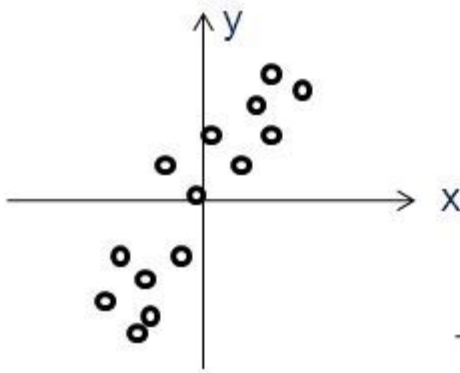
- **Covariância:** Medida do grau de interdependência entre duas VAs. Medida de dependência linear.

$$COV_{x,y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]$$

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

➤ **Covariância:** Medida do grau de interdependência entre duas VAs. Medida de dependência linear.

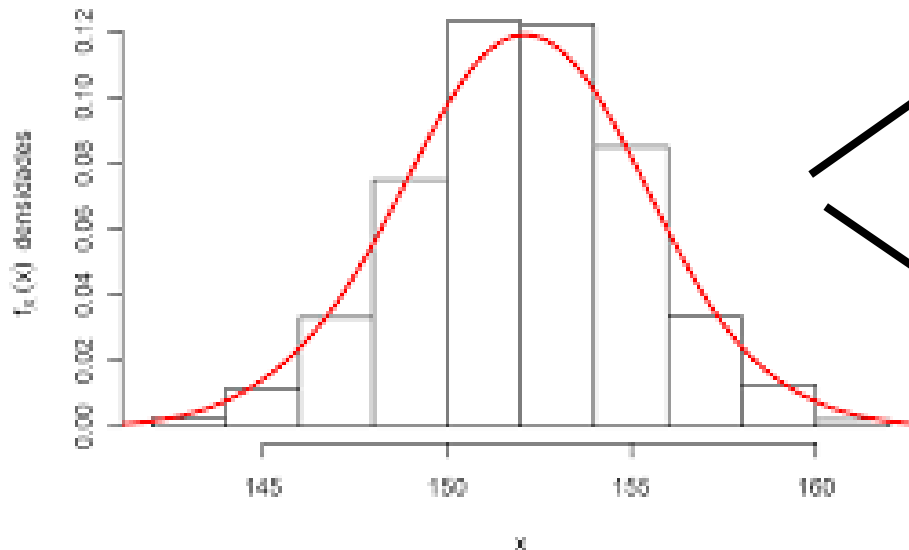
- Se positiva indica relação linear positiva entre x e y (graf. 1)
- Se negativa indica relação linear negativa entre x e y (graf. 2)
- Se próximo de zero, não há associação linear entre x e y (graf. 3)



DENSIDADE DE PROBABILIDADE - PDF

Um histograma é muito usado tanto conceitualmente quanto quantitativamente. Porém, é preferível o uso de uma FUNÇÃO MATEMÁTICA contínua.

Essa função é denominada por Função de Densidade de Probabilidade (PDF).

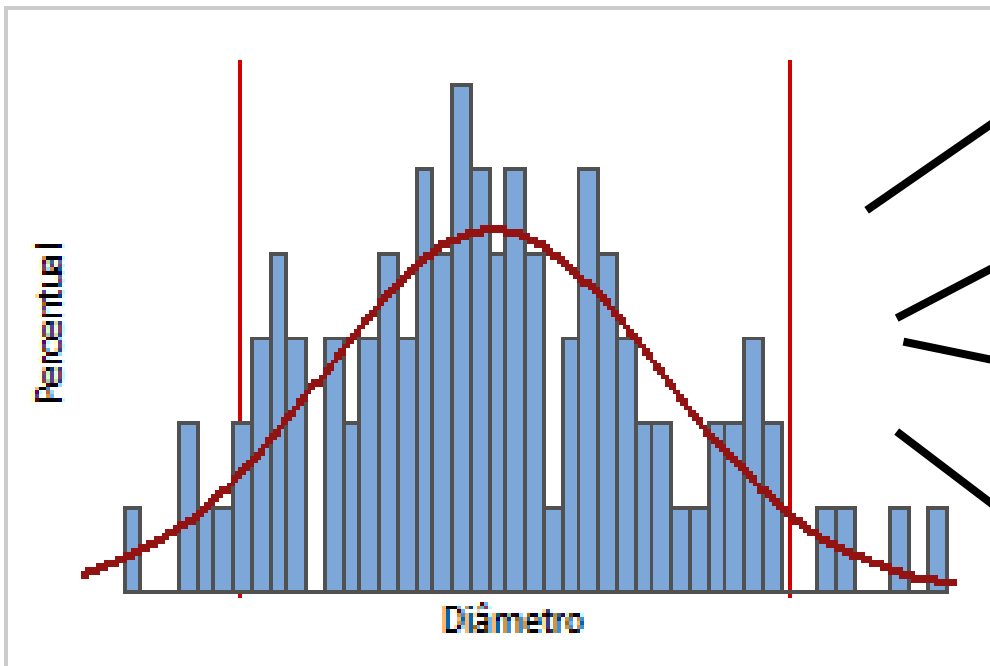


PDF é mais regular
que histograma.

Mais simples e mais
preciso na obtenção
da P_f

DENSIDADE DE PROBABILIDADE - PDF

- Um histograma pode ser ajustado por uma PDF em função da média e do desvio, por exemplo, usando diferentes métodos.



Mínimos quadrados

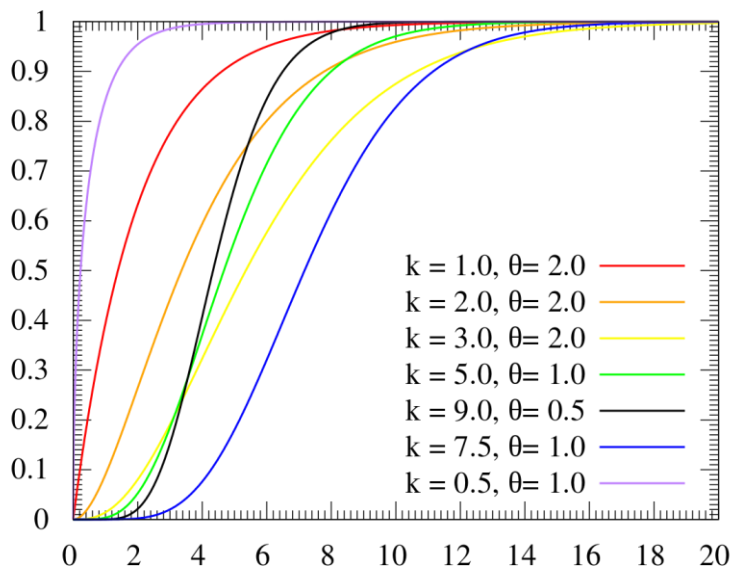
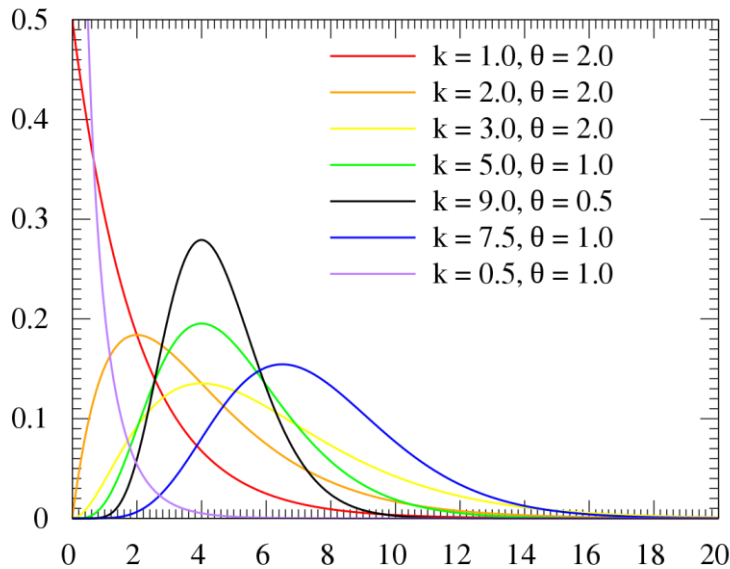
Kolgomorov-Smirnov

Método da máxima
propensão

Método de momento

DENSIDADE DE PROBABILIDADE - PDF

➤ Tipos mais comuns de PDF:



Distribuição Normal

Distribuição Log Normal

Distribuição Gamma

Distribuição Gumbel

Distribuição Uniforme

Distribuição Exponencial

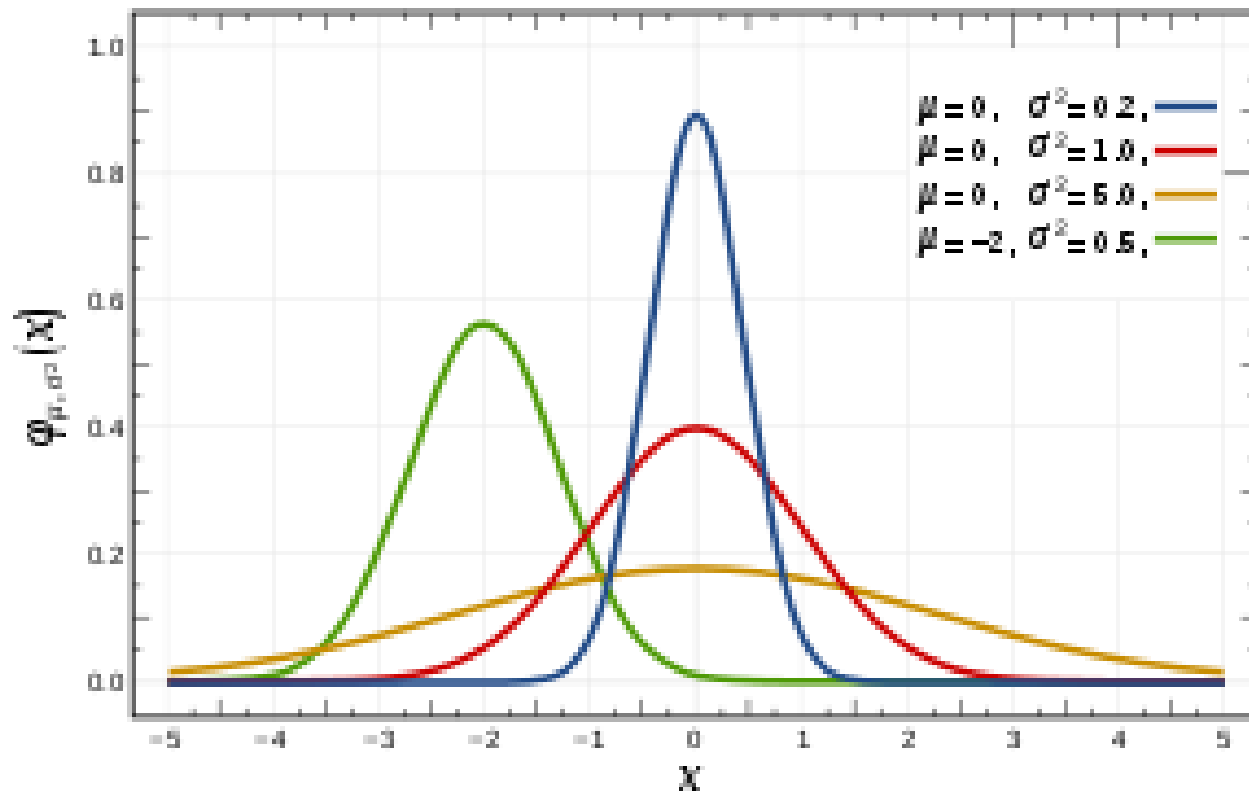
Distribuição Extremo

Distribuição Weibull

Distribuição Beta

DENSIDADE DE PROBABILIDADE - PDF

➤ Tipos mais comuns de PDF:



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



Distribuição Normal

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Exemplo1: Uma determinada empresa de construção é designada para construir uma ponte de concreto. Ele solicita o concreto de um subempreiteiro que entrega um caminhão (betoneira) de concreto ao local a cada quinze horas. Ao fazer cada lote de concreto, o subempreiteiro usa *a mesma fórmula e tipos de ingredientes*. Um teste com corpo de prova cilíndrico é obtido de cada lote de concreto. Todos os cilindros são testados após 28 dias, e o módulo de elasticidade secante (dentre outros) é determinado para 100 ensaios. Os resultados são apresentados na tabela.



ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

TABLE 2-1. Example: Concrete Cylinders

<i>Modulus of Elasticity Interval ($\times 10^6$ psi)</i>	<i>Number of Observations in Interval</i>	<i>Frequency of Occurrence</i>
Below 2.31	0	0.00
2.31–2.40	1	0.01
2.41–2.50	0	0.00
2.51–2.60	0	0.00
2.61–2.70	0	0.00
2.71–2.80	1	0.01
2.81–2.90	1	0.01
2.91–3.00	4	0.04
3.01–3.10	8	0.08
3.11–3.20	3	0.03
3.21–3.30	10	0.10
3.31–3.40	9	0.09
3.41–3.50	9	0.09
3.51–3.60	16	0.16
3.61–3.70	7	0.07
3.71–3.80	11	0.11
3.81–3.90	6	0.06
3.91–4.00	7	0.07
4.01–4.10	0	0.00
4.11–4.20	0	0.00
4.21–4.30	2	0.02
4.31–4.40	1	0.01
4.41–4.50	1	0.01
4.51–4.60	2	0.02
4.61–4.70	0	0.00
4.71–4.80	1	0.01
Above 4.80	0	0.00

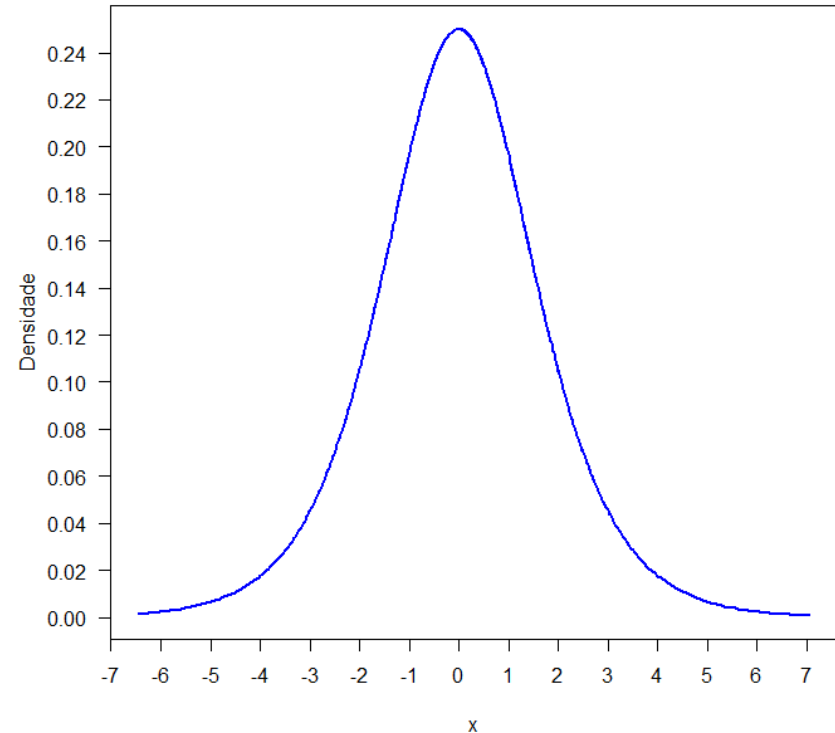


ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização de uma **PDF**.

$$p(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$$



$$\Pr (x_a \leq X \leq x_b) = \int_{x_a}^{x_b} p(x) dx$$

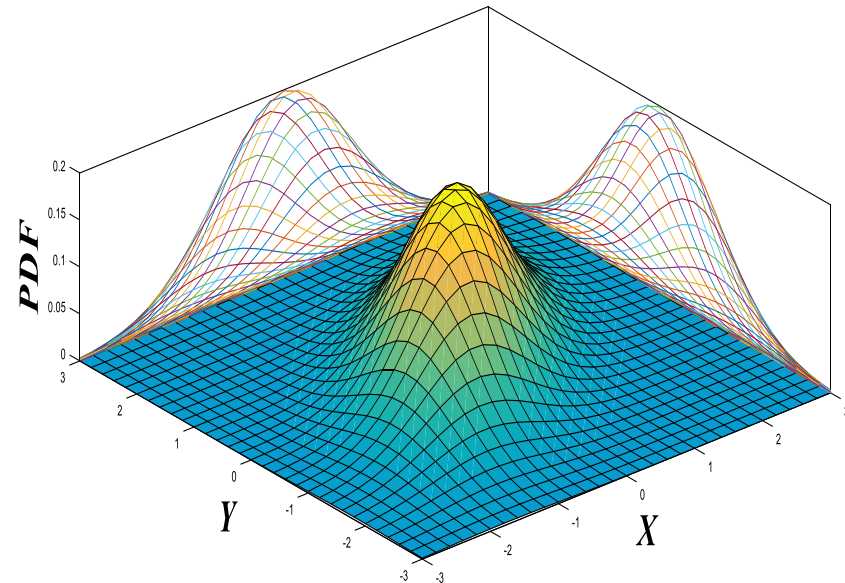
ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

Caracterização de uma *PDF* mais de 2 VAs.

1. $p(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$

2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} p(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = 1$

3. $\Pr [a_1 \leq X_1 \leq b_1, a_2 \leq X_2 \leq b_2, \dots, a_n \leq X_n \leq b_n]$
 $= \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \cdots \int_{a_n}^{b_n} p(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$



$$G = R - S$$

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

- Média: Chamado de esperança.

$$E\langle g(X) \rangle \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)p(x) dx$$

- Variância:

$$\begin{aligned}\text{Var}(X) &\equiv E\langle (X - \bar{X})^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{X})^2 p(x) dx \\ &= E\langle X^2 \rangle - (\bar{X})^2\end{aligned}$$

ESPAÇO AMOSTRAL, EVENTOS E VA

➤ COV:

$$\begin{aligned}\text{Cov}(X_j, X_k) &\equiv E\langle (X_j - \bar{X}_j)(X_k - \bar{X}_k) \rangle \\ &= \int_{X_j=-\infty}^{+\infty} \int_{X_k=-\infty}^{+\infty} (x_j - \bar{X}_j)(x_k - \bar{X}_k) p(x_j, x_k) dx_j dx_k\end{aligned}$$

➤ Matrix de Covariância:

$$[S_X] = \begin{bmatrix} \text{Var}(X_1) & \text{Cov}(X_1, X_2) & \dots & \text{Cov}(X_1, X_n) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \text{Var}(X_2) & \dots & \text{Cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(X_n, X_1) & \text{Cov}(X_n, X_2) & \dots & \text{Var}(X_n) \end{bmatrix}$$

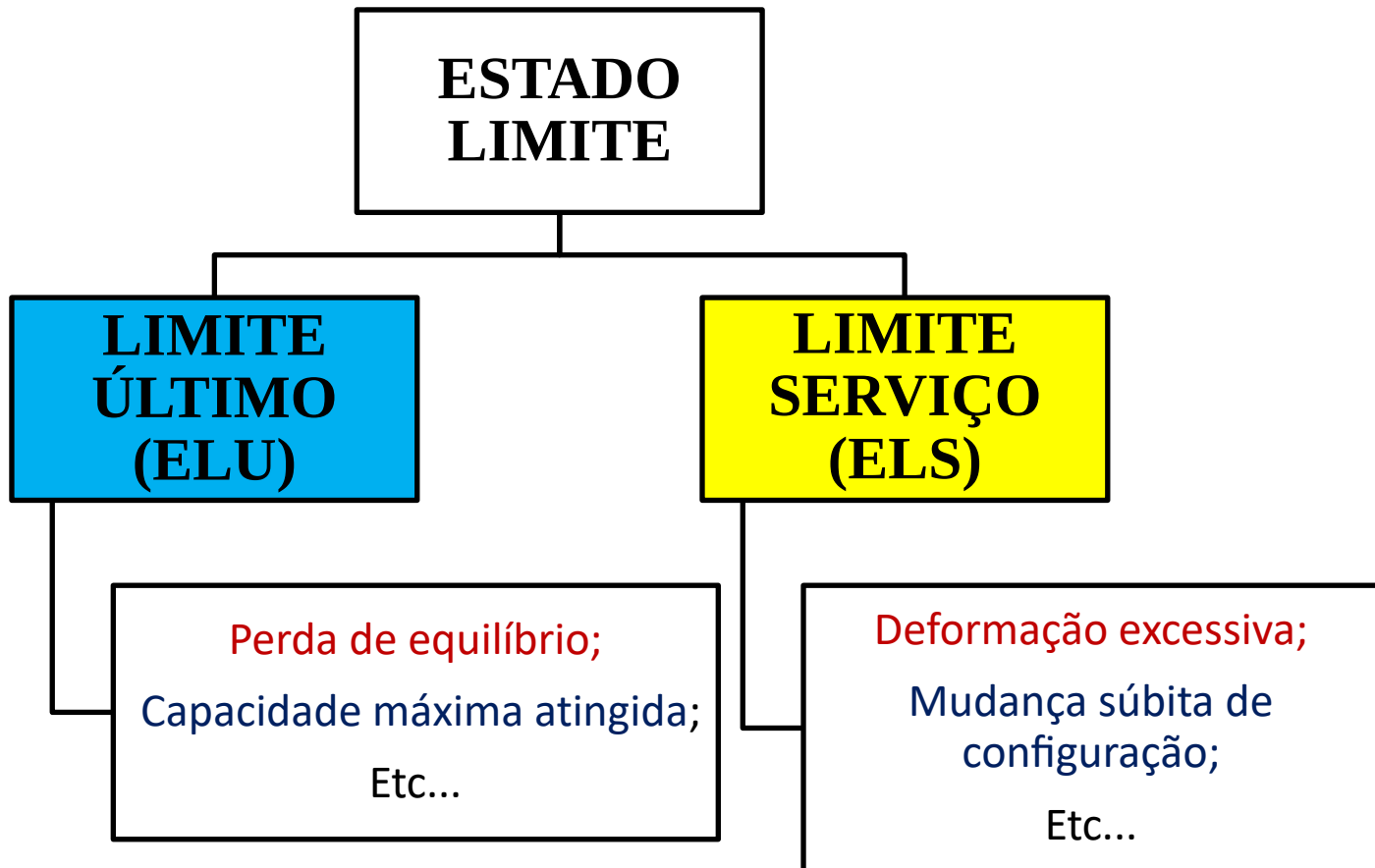
ESTADOS LIMITES E COEFICIENTES DE SEGURANÇA

ESTADOS LIMITES

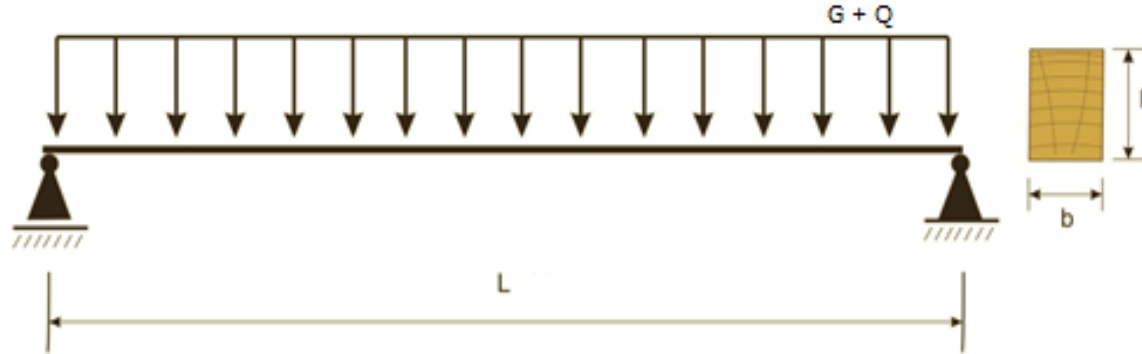
*Os requisitos básicos de sistemas estruturais podem ser equacionados na forma de **ESTADOS LIMITES**. O não atendimento a equação leva a um **MODO DE FALHA**.*

ESTADOS LIMITES

Os requisitos básicos de sistemas estruturais podem ser equacionados na forma de ESTADOS LIMITES. O não atendimento a equação leva a um MODO DE FALHA.



ESTADOS LIMITES



ELU - Temperatura ambiente (G_1):

$$G_1 = \theta_R \cdot f_{co} - \theta_E \cdot \frac{(G + Q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{b \cdot h^2 / 6} ;$$

ELU - Situação de incêndio (G_2):

$$G_2(T) = \theta_R \cdot f_{co} - \theta_E \cdot \frac{(G + Q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{(b - 2 \cdot \alpha \cdot t) \cdot (h - 2 \cdot \alpha \cdot t)^2 / 6} ;$$

ELS - Deformação excessiva à temperatura ambiente (G_3):

$$G_3 = \frac{L}{200} - 5 \cdot \frac{(G + Q) \cdot L^4}{384} \cdot \frac{1}{E_{co} \cdot b \cdot h^3 / 12} ;$$

ESTADOS LIMITES

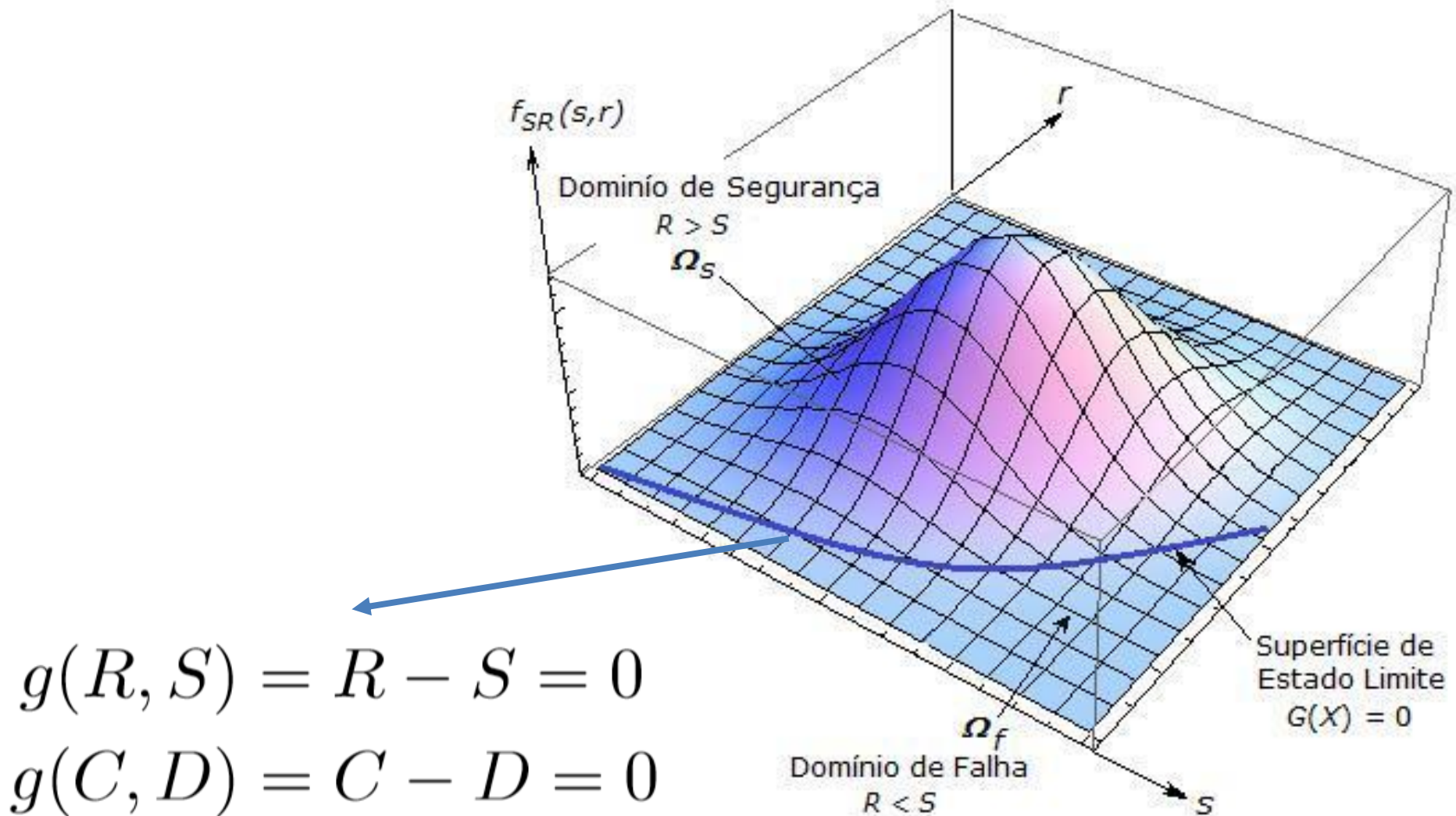
➤ *Ocorrência da falha:*

$$D_f = \{\mathbf{x} | g(\mathbf{x}) \leq 0\}$$

$$D_s = \{\mathbf{x} | g(\mathbf{x}) > 0\}$$

ESTADOS LIMITES

➤ *Ocorrência da falha:* Considerando 2 VAs



ESTADOS LIMITES

➤ *Cálculo da Probabilidade de Falha:*

$$\begin{aligned}P_f &= P[\{\mathbf{X} \in D_f\}] \\&= P[\{g(\mathbf{X}) \leq 0\}] \\&= P[\{R - S \leq 0\}]\end{aligned}$$

ESTADOS LIMITES

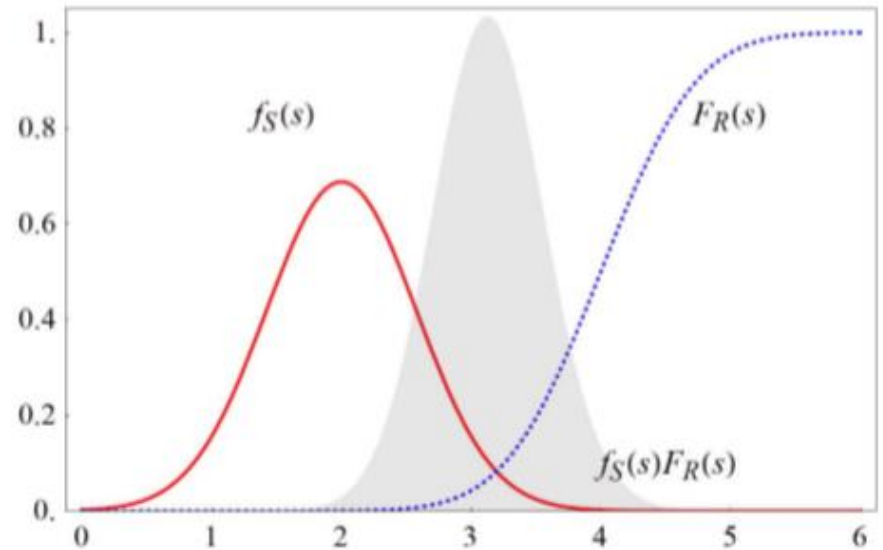
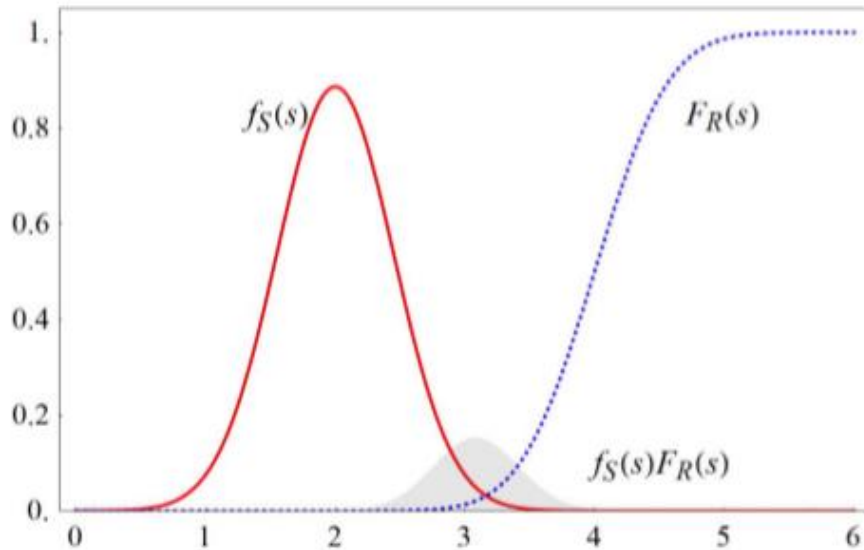
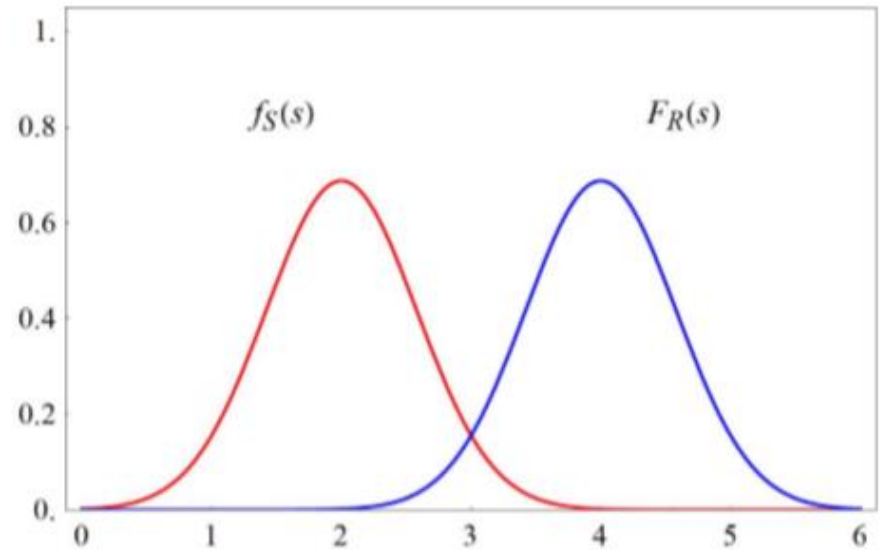
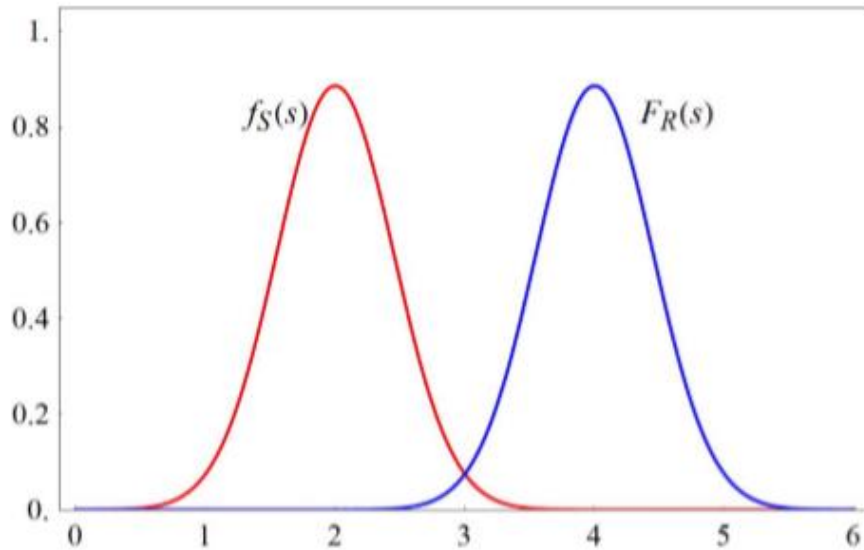
➤ **Cálculo da Probabilidade de Falha:** Sendo R e S independentes($f_{RS}(r, s) = f_R(r)f_S(s)$)e D_f é limitada pela reta $r=s$.

$$P_f = P[(r, s) \in D_f] = \int \int_{D_f} f_{RS}(r, s) dr ds$$

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^s f_{RS}(r, s) dr ds$$

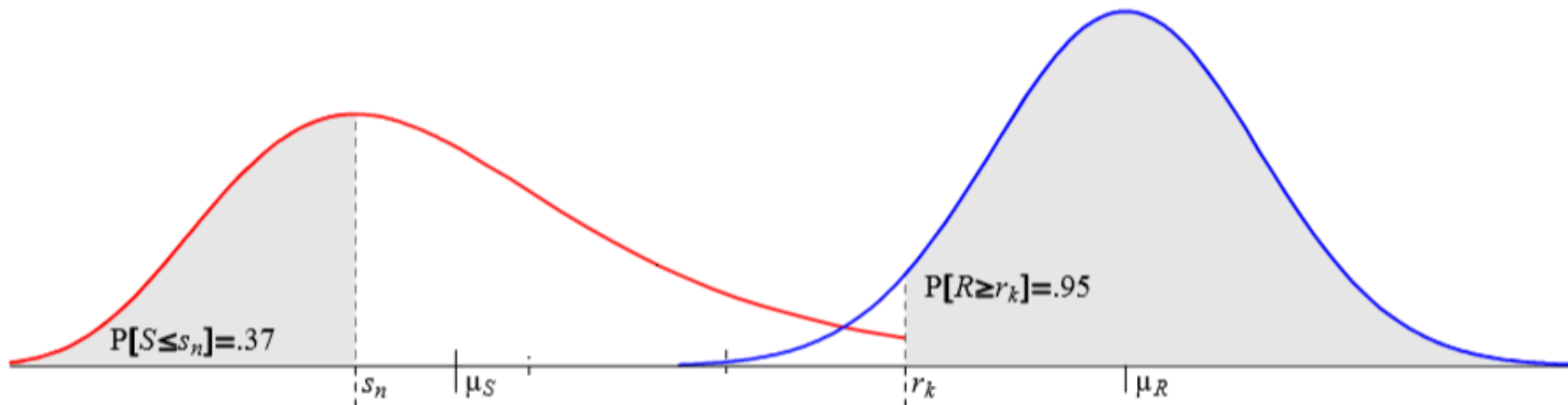
$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(s) \left[\int_{-\infty}^s f_R(r) dr \right] ds = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds$$

ESTADOS LIMITES



COEFICIENTES DE SEGURANÇA

➤ *No intuito de afastar as curvas R e S uma da outra, Códigos normativos sugerem a aplicação dos chamados **COEFICIENTES DE SEGURANÇA**.*



COEFICIENTES DE SEGURANÇA

➤ *Como essas curvas podem variar muito de formato, conseqüentemente, a **Redução de R** e a **Majoração de S** em relação as médias variam bastante.*

Fatores de redução de resistência ϕ_k para confiança $p_k = 0.95$ (95%).

Distribuição	ϕ_k				
C.V.	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Normal	0.8355	0.6710	0.5065	0.3421	0.1176
Lognormal	0.8445	0.7080	0.5910	0.4927	0.4112
Gumbel	0.8694	0.7389	0.6083	0.4778	0.3472
Frechet	0.8802	0.7809	0.6999	0.6344	0.5818
Weibull	0.8169	0.6470	0.4979	0.3736	0.2747
Gamma	0.8414	0.6953	0.5608	0.4355	0.3416

COEFICIENTES DE SEGURANÇA

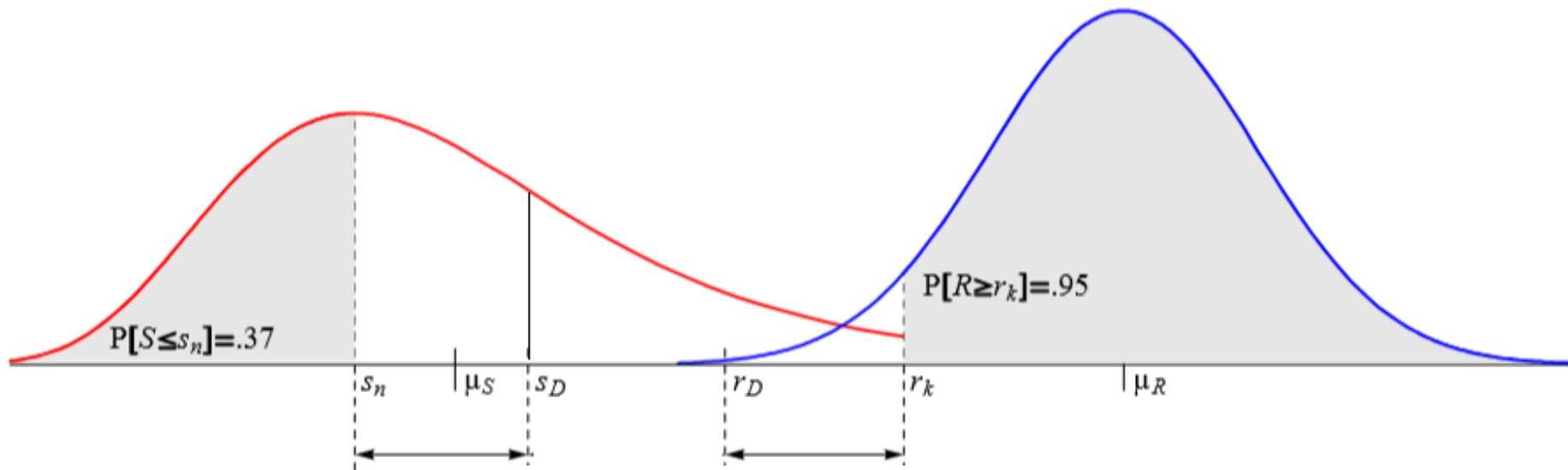
➤ *Como essas curvas podem variar muito de formato, conseqüentemente, a **Redução de R** e a **Majoração de S** em relação as médias variam bastante.*

Fatores de majoração de solicitações γ_k para confiança $p_k = 0.95$ (95%).

Distribuição	γ_k					
C.V.	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	
Normal	1.164	1.329	1.493	1.658	1.822	
Lognormal	1.172	1.358	1.552	1.750	1.945	
Gumbel	1.187	1.373	1.560	1.746	1.933	
Frechet	1.187	1.367	1.534	1.681	1.809	
Weibull	1.142	1.305	1.489	1.689	1.903	
Gamma	1.170	1.350	1.541	1.752	1.938	

COEFICIENTES DE SEGURANÇA

➤ *Por esse motivo, usa-se coeficientes de segurança para Majorar a Solicitação Nominal (s_n) e Minorar a Resistência característica (r_k).*



MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ Para o caso *multidimensional*, envolvendo *n* VAs, com *PDF* qualquer, a *P_f* é representada por:

$$p_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] = \int \dots \int_{G(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}$$

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

- Para o caso multidimensional, envolvendo n VAs, com PDF qualquer, a P_f é representada por:

$$P_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] = \int \dots \int f_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots x_n$$

- Porém, em muitos casos, é **difícil definir as PDF**, portanto, muitas vezes é **impraticável ou impossível** realizar as integrações necessárias para avaliar a **P_f** .

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

- *Para o caso multidimensional, envolvendo n VAs, com PDF qualquer, a P_f é representada por:*

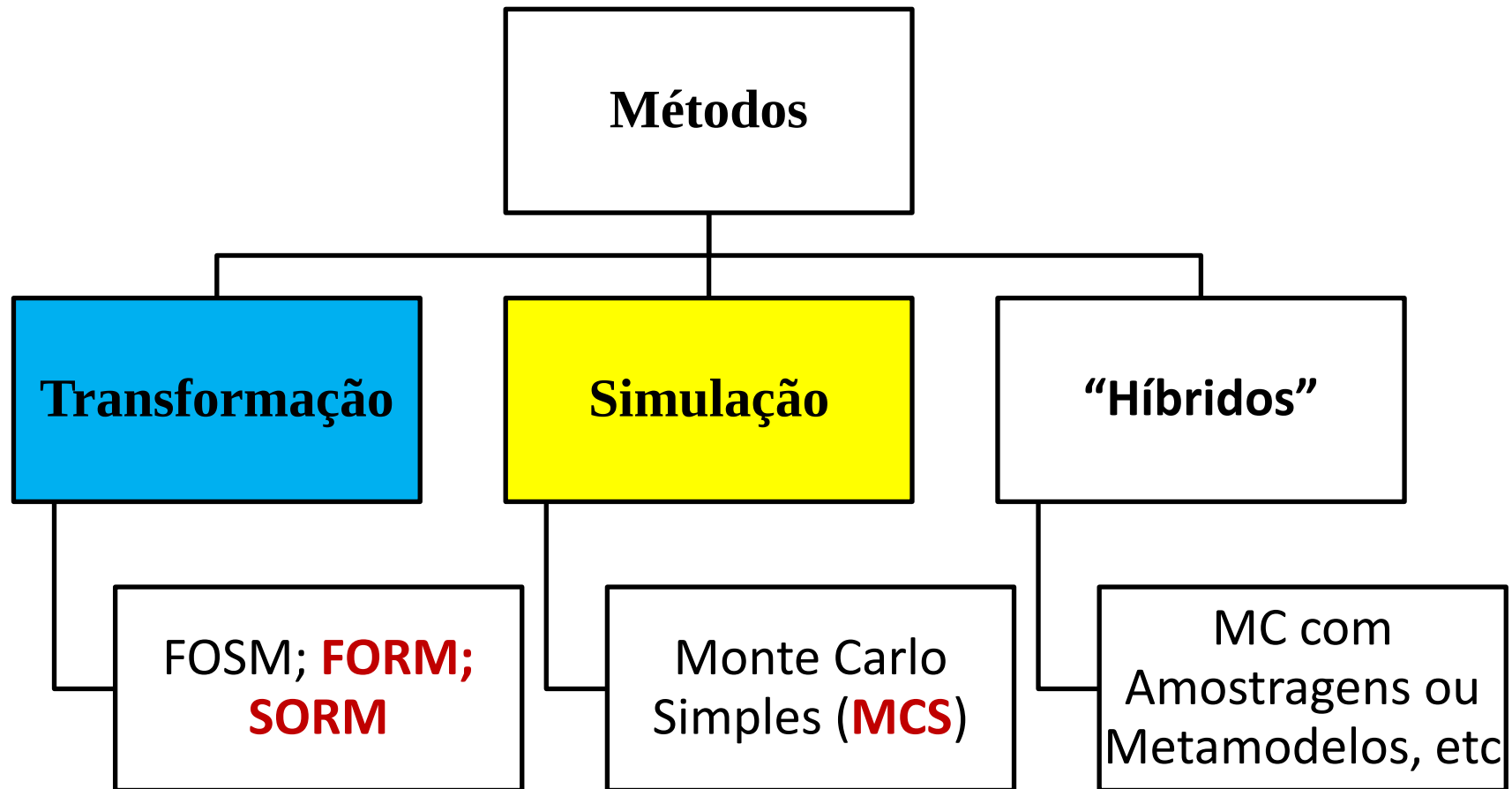
$$P_f = P[G(\mathbf{X}) \leq 0] = \int \dots \int f_{\mathbf{X}}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots x_n$$

- *Porém, em muitos casos, é difícil definir as PDF, portanto, muitas vezes é impraticável ou impossível realizar as integrações necessárias para avaliar a P_f*

- **Assim, métodos de CONFIABILIDADE ESTRUTURAL são geralmente usados.**

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ Assim, métodos de **CONFIABILIDADE ESTRUTURAL** são geralmente usados .

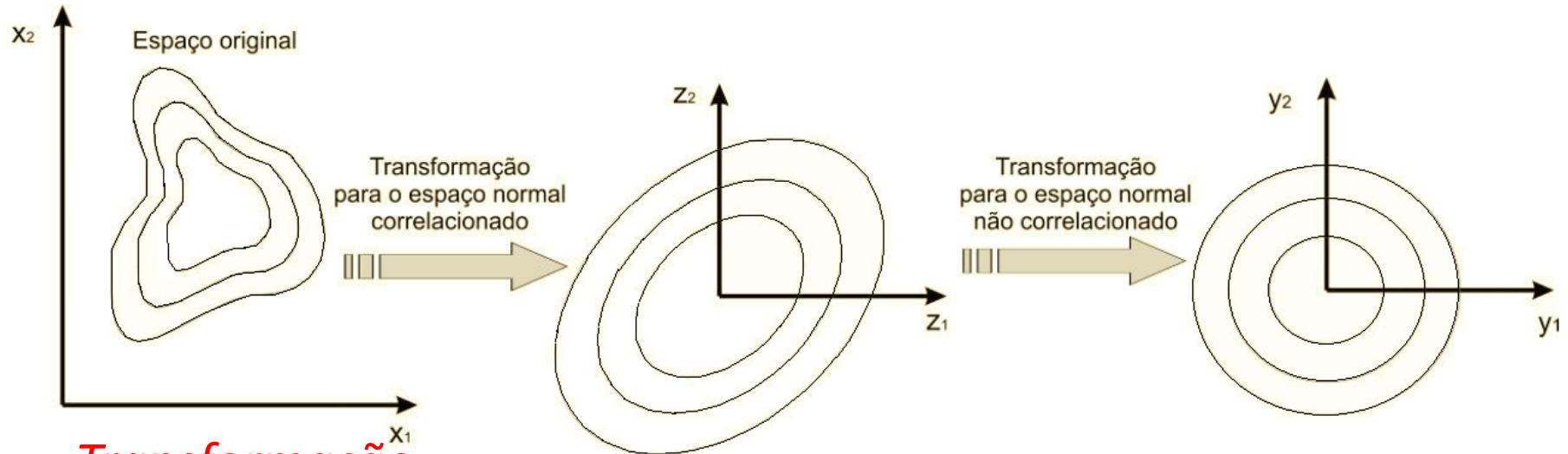


MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

- **FORM:** *First Order Reliability Method;*
- **SORM:** *Second Order Reliability Method.*

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

- *FORM: First Order Reliability Method;*
- *SORM: Second Order Reliability Method.*
- *i) Transformação da PDF do espaço original para o espaço normal padrão:*

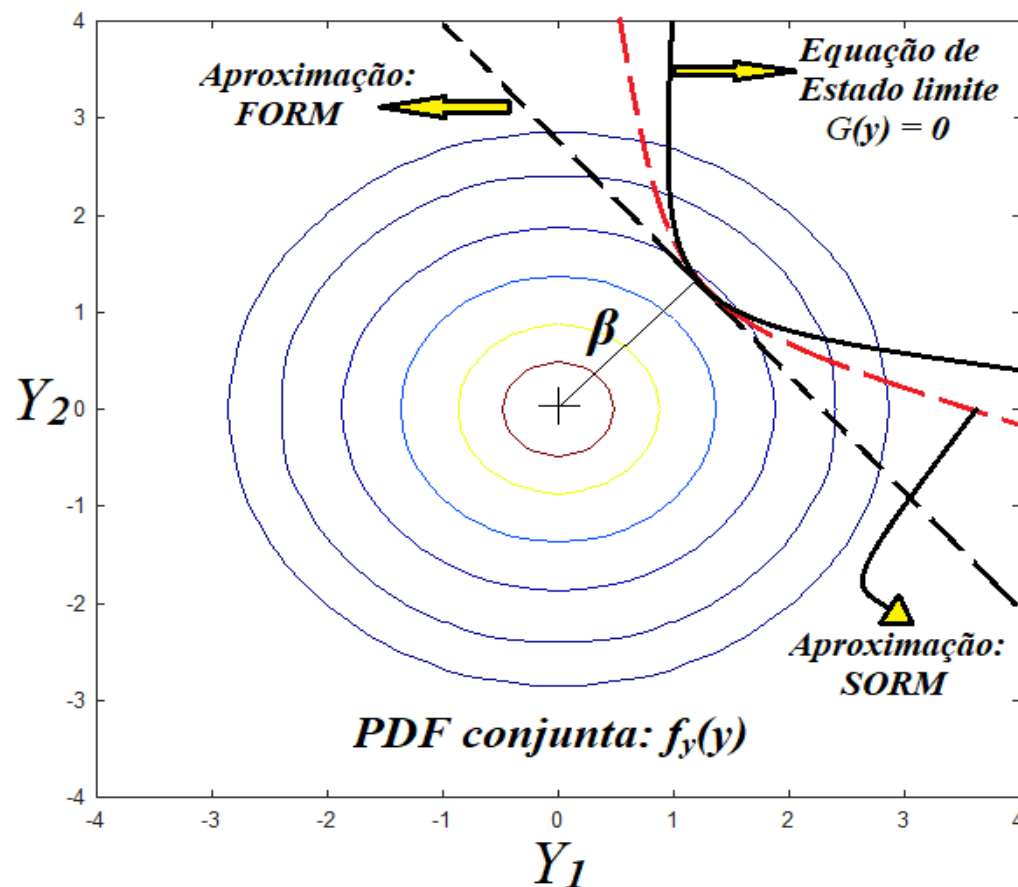


*Transformação
Hasofer e Lind
e Modelo de Nataf*

*Decomposição de
Cholesky*

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

- ii) Determinação do **ponto de projeto** e do **índice de confiabilidade**, a partir da ELU ou ELS aproximada por um hiperplano (FORM) ou por uma hiperesfera (SORM) e usando o algoritmo iHLRF.



MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ *Cálculo da P_f :* $\Phi(-\beta)$

$$P_f = \Phi(-\beta) = \int_{-\infty}^{-\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-z^2/2 \right] dz$$

β	$\Phi(-\beta)$	β	$\Phi(-\beta)$	β	$\Phi(-\beta)$
0.	$5. \times 10^{-1}$	0.75	2.26627×10^{-1}	1.5	6.68072×10^{-2}
0.01	4.96011×10^{-1}	0.76	2.23627×10^{-1}	1.51	6.55217×10^{-2}
0.02	4.92022×10^{-1}	0.77	2.2065×10^{-1}	1.52	6.42555×10^{-2}
0.03	4.88034×10^{-1}	0.78	2.17695×10^{-1}	1.53	6.30084×10^{-2}
0.04	4.84047×10^{-1}	0.79	2.14764×10^{-1}	1.54	6.17802×10^{-2}
0.05	4.80061×10^{-1}	0.8	2.11855×10^{-1}	1.55	6.05708×10^{-2}
0.06	4.76078×10^{-1}	0.81	2.0897×10^{-1}	1.56	5.93799×10^{-2}

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ *Índice de Sensibilidade (FORM):*
Determina, de forma aproximada, a contribuição relativa de cada VA na composição da P_f e depende:

$$\alpha_i = - \frac{\nabla G(\mathbf{y}^*)}{\|\nabla G(\mathbf{y}^*)\|}$$

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

- *Índice de Sensibilidade (FORM):*
Determina, de forma aproximada, a contribuição relativa de cada VA na composição da P_f e depende:
 - *média;*
 - *desvio padrão;*
 - *do tipo de PDF da VA;*
 - *e de como ela se apresenta na equação de estado limite..*

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ *Monte Carlo Simples (MCS):*

a Pf é determinada a partir da geração de um conjunto de n_{MC} amostras ($x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$), com base nos tipos de PDF das VAs.

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ *Monte Carlo Simples (MCS):*

a P_f é determinada a partir da geração de um conjunto de n_{MC} amostras ($\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$), com base nos tipos de PDF das Vas.

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] \cdot f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \equiv E[I[\mathbf{x}]]$$

$$I[\mathbf{x}] = 1, \forall \mathbf{x} \in D_f$$

$$I[\mathbf{x}] = 0, \forall \mathbf{x} \notin D_f$$

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ *Monte Carlo Simples (MCS):*

a Pf é determinada a partir da geração de um conjunto de n_{MC} amostras ($\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$), com base nos tipos de PDF das Vas.

$$P_f = \int_{\Omega} I[\mathbf{x}] \cdot f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \equiv E[I[\mathbf{x}]]$$

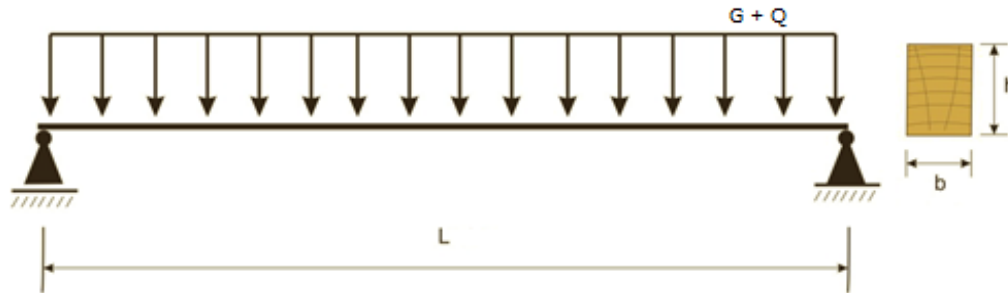
$$I[\mathbf{x}] = 1, \forall \mathbf{x} \in D_f$$

$$I[\mathbf{x}] = 0, \forall \mathbf{x} \notin D_f$$

$$E[I[\mathbf{x}]] \cong \hat{P}_f \cong \frac{1}{n_{si}} \cdot \sum_{i=1}^n I[\mathbf{x}_i] = \frac{n_f}{n_{si}}$$

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

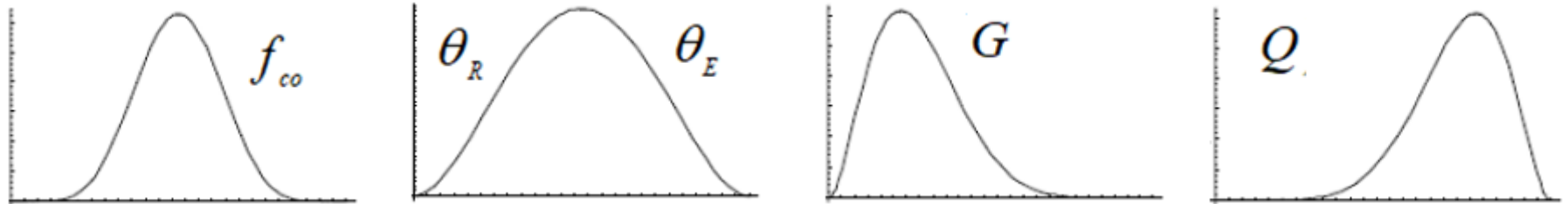
➤ *Monte Carlo Simples (MCS):*



$$G_1 = \theta_R \cdot f_{co} - \theta_E \cdot \frac{(G + Q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{b \cdot h^2 / 6}$$

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

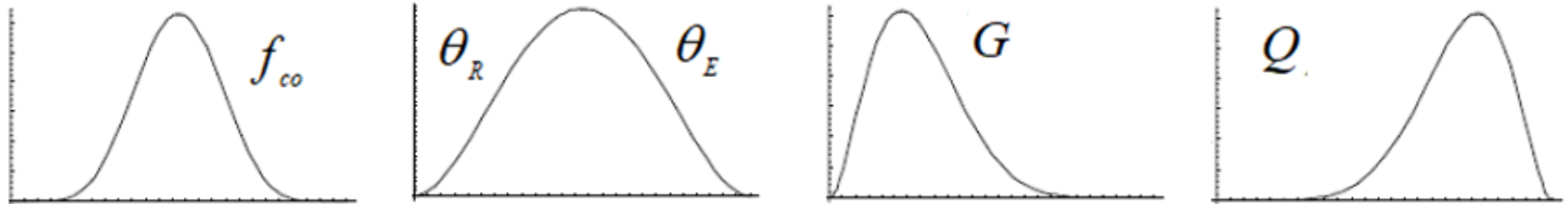
➤ *Monte Carlo Simples (MCS):*



$$G_1 = \theta_R \cdot f_{co} - \theta_E \cdot \frac{(G + Q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{b \cdot h^2 / 6} ;$$

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ *Monte Carlo Simples (MCS):*



$$G_1 = \theta_R \cdot f_{co} - \theta_E \cdot \frac{(G + Q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{b \cdot h^2 / 6} ;$$

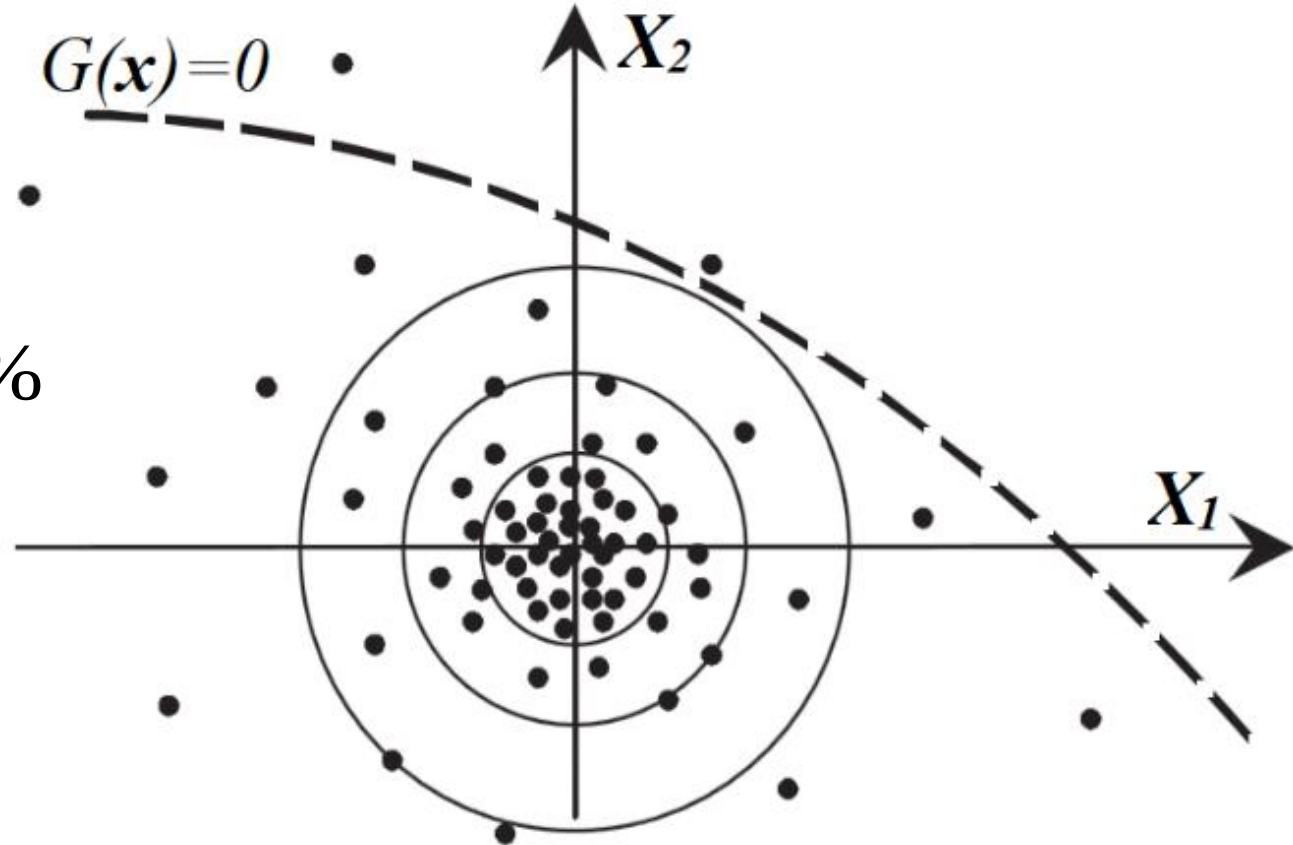
$$G_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4 \dots x_{10000}\}$$

MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

➤ *Monte Carlo Simples (MCS):*

a Pf é determinada a partir da geração de um conjunto de n_{MC} amostras ($x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$), com base nos tipos de PDF das Vas.

$$\hat{P}_f = \frac{2}{67} = 2,985\%$$



Ferramentas e Aplicação

Ferramentas e Aplicação

➤ *Segundo Beck (2014), existem poucos programas para a solução de problemas de confiabilidade estrutural.*

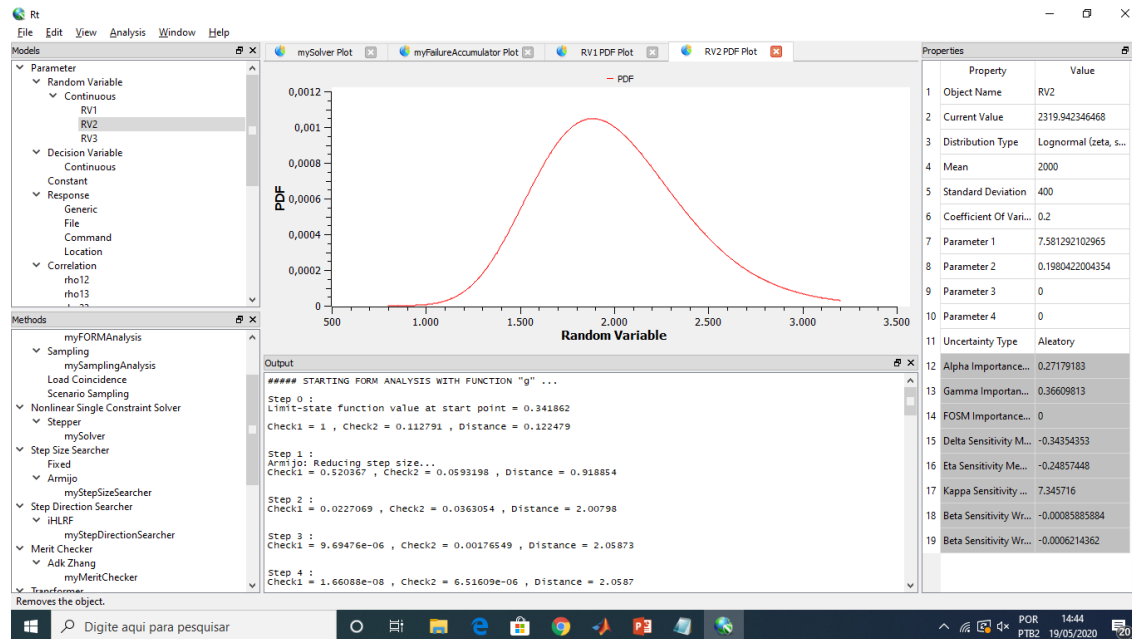
Tabela 3.6: Programas de confiabilidade estrutural

Programa	Origem	Lançamento	Preço (US\$)*
NESSUS	Southwest Research Institute, Texas	1989	20.000,00
PROBAN	DnV/Veritas Sesam Systems, Noruega	1989	20.000,00
STRUREL	RCP Gmbh, Alemanha	1992	10.000,00**
ISPUD	University of Innsbruck, Austria	1986	2.200,00**
CALREL	University of California, Berkeley	1989	1.100,00**
COMPASS	Martec Limited, Halifax, Canada	1992	2.500,00
StRAnD	Escola de Engenharia de São Carlos	2007	sob consulta

*Valores de 1992; **licença anual.

Ferramentas e Aplicação

➤ *Um programa gratuito e de fácil utilização é o RT (Risk Tool):*



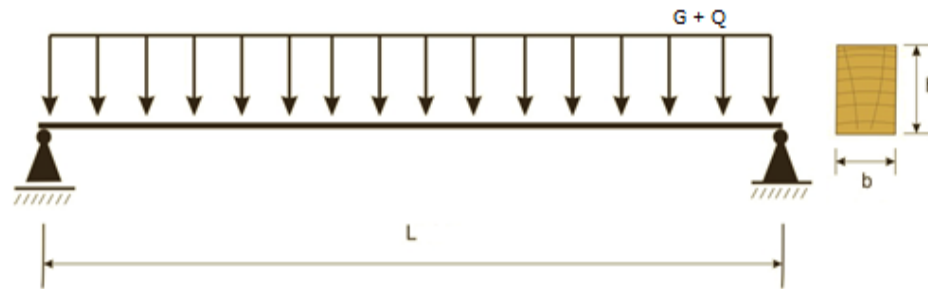
<http://terje.civil.ubc.ca/the-computer-program-rt/>

<https://www.youtube.com/channel/UC8TST2HREU1yiwra2T3DDRQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=fKtUQvw mj2w>

Ferramentas e Aplicação

- **Aplicação 1:** Calcular a P_f de uma viga de madeira à temperatura ambiente e em situação de incêndio. Cheung et al. (2012), Ricardo (2015).



ELU - Temperatura ambiente (G_1):

$$G_1 = \theta_R \cdot f_{co} - \theta_E \cdot \frac{(G+Q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{b \cdot h^2 / 6} ;$$

ELU - Situação de incêndio (G_2):

$$G_2(T) = \theta_R \cdot f_{co} - \theta_E \cdot \frac{(G+Q) \cdot L^2}{8} \cdot \frac{1}{(b - 2 \cdot \alpha \cdot t) \cdot (h - 2 \cdot \alpha \cdot t)^2 / 6} ;$$

ELS - Deformação excessiva à temperatura ambiente (G_3):

$$G_3 = \frac{L}{200} - 5 \cdot \frac{(G+Q) \cdot L^4}{384} \cdot \frac{1}{E_{co} \cdot b \cdot h^3 / 12} ;$$

Ferramentas e Aplicação

➤ **Aplicação 1:** Calcular a P_f de uma viga de madeira à temperatura ambiente e em situação de incêndio. Cheung et al. (2012), Ricardo (2015).

Parâmetros básicos das variáveis do problema. (adaptado de Cheung et al., 2012)

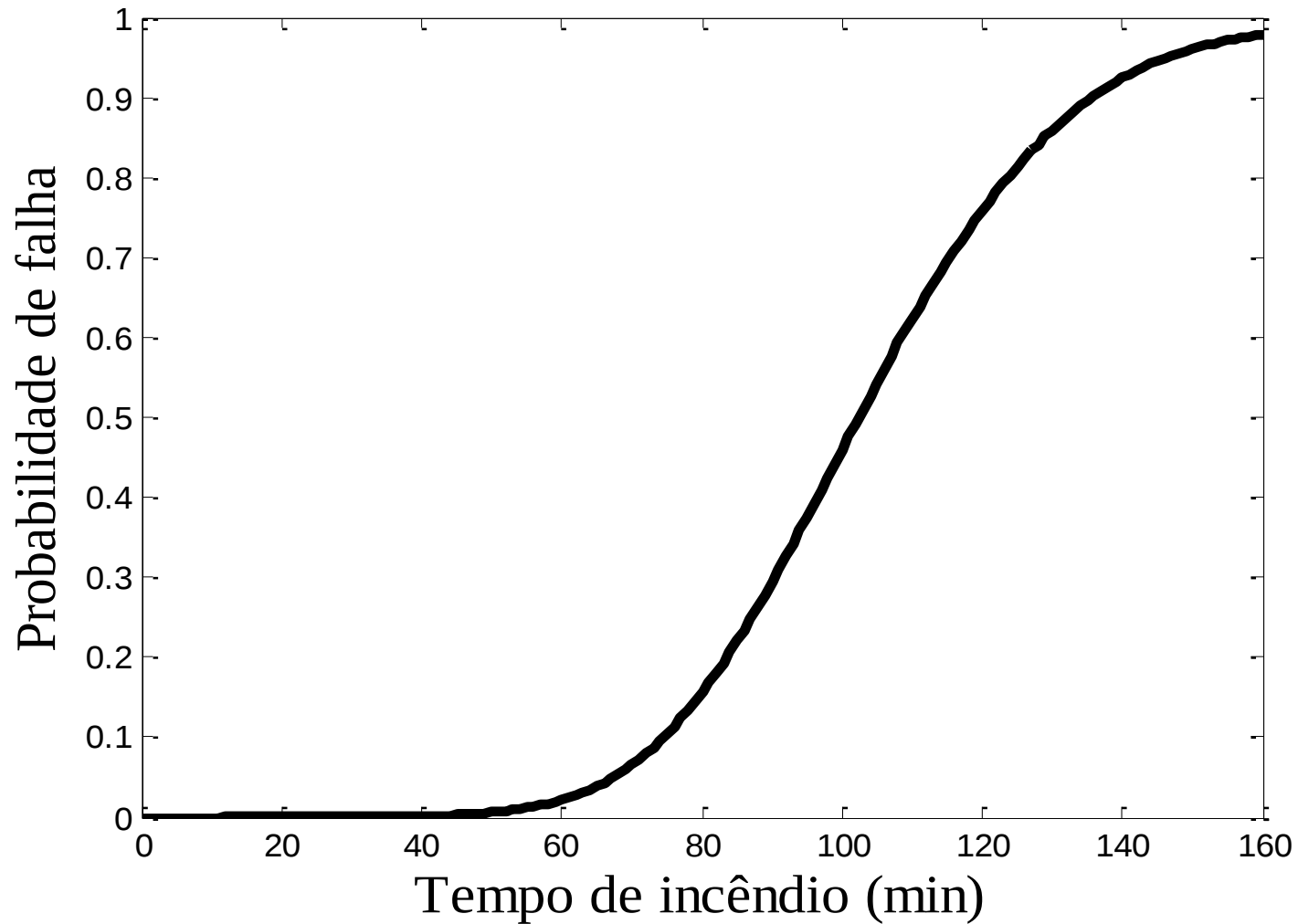
Nº	Categoria das VAs	VAs básicas	Símb	Unid.	Distribuição	Média	Desvio
1	Ações	Permanente	G	KN/cm	Normal	0,10	0,02
2		Variável	Q	KN/cm	Gumbel	0,25	0,0625
3		Taxa de Carbonização	α	cm/min	Lognormal	0,06	0,01
4	Propriedades	Módulo de Elasticidade	E_{co}	KN/cm^2	Lognormal	2067	254
5		Resistência Paralela às fibras	f_{co}	KN/cm^2	Lognormal	6,2	0,64
6	Modelos de incertezas	Efeito das ações	θ_E	-	Normal	1,0	0,1
7		Efeito da resistência	θ_R	-	Normal	1,1	0,1

Ferramentas e Aplicação

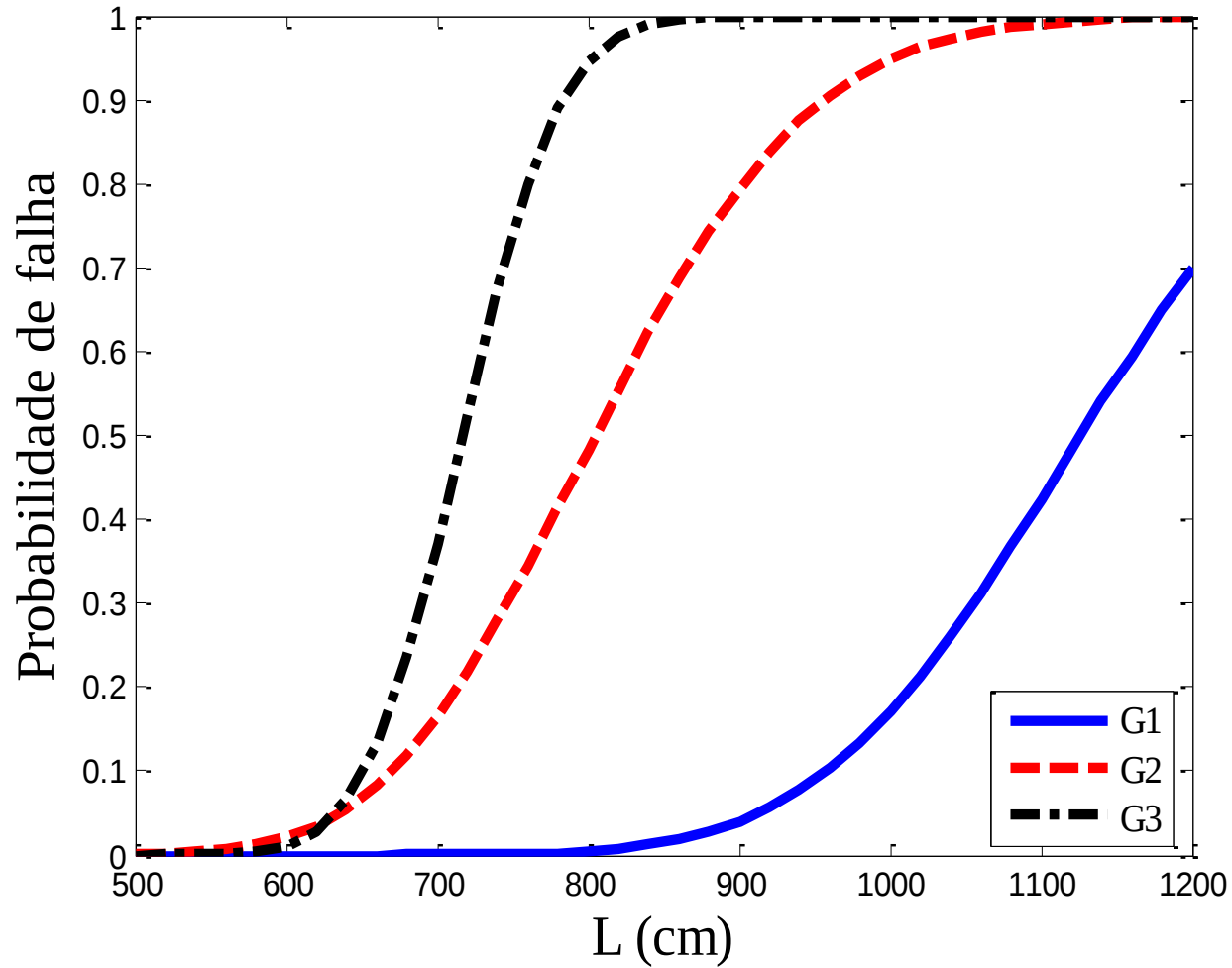
➤ *Passos:*

1. *Abrir o Rt e adicionar as informações (Aplicação1.txt);*
2. *Adicionar as Equações de Estado Limites (EEL) e os parâmetros estatísticos;*
3. *Plotar PDF e CDF;*
4. *Realizar análise via FORM, SORM e MCS;*
5. *Realizar uma análise por amostragem por importância;*
6. *Determinar a PDF e CDF da EEL (HistrogramaAcumulate);*
7. *Fazer uma inferência dos dados (Aplicação2);*
8. *Encontrar as Raizes (Aplicação3)*

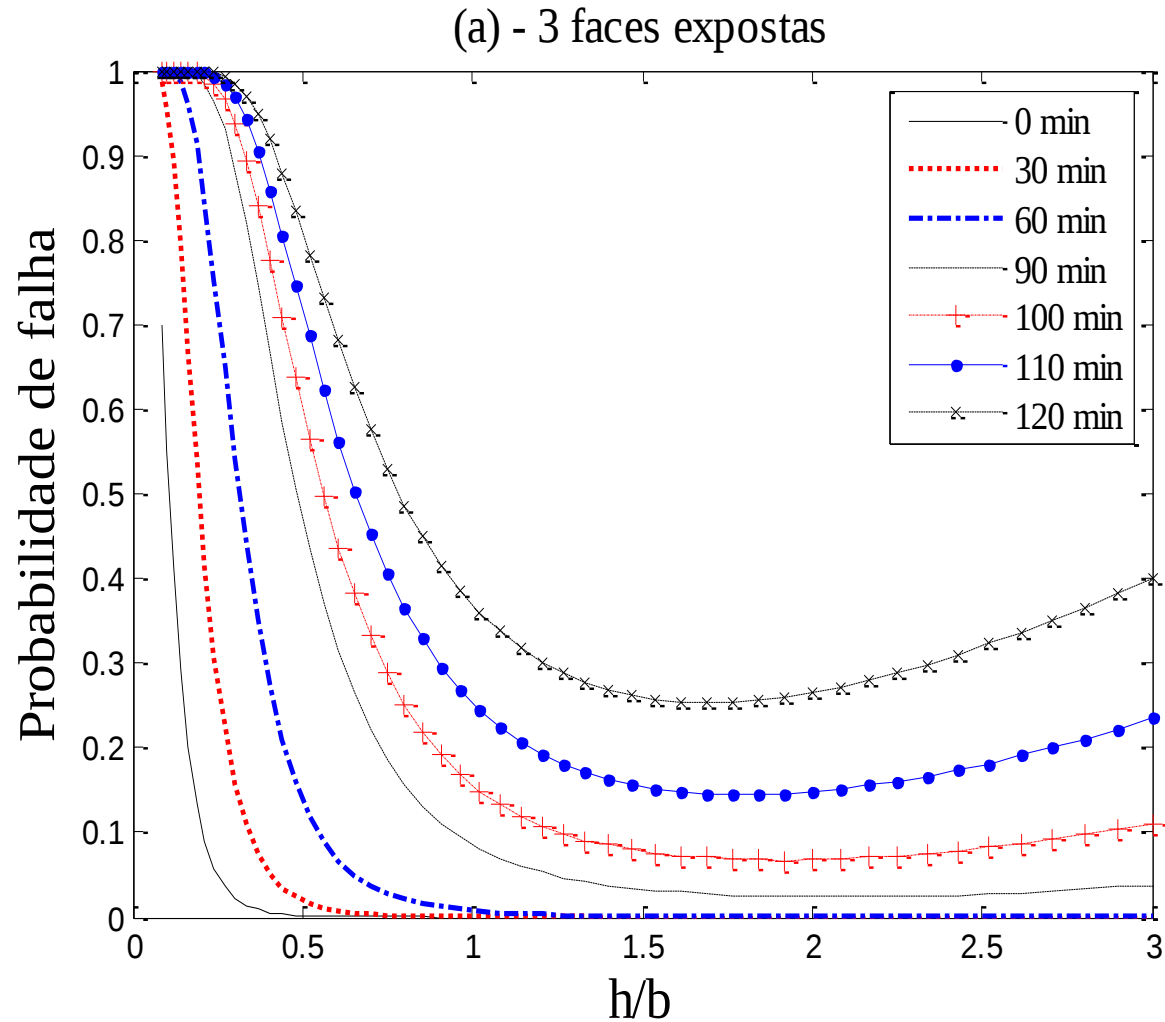
Resultados



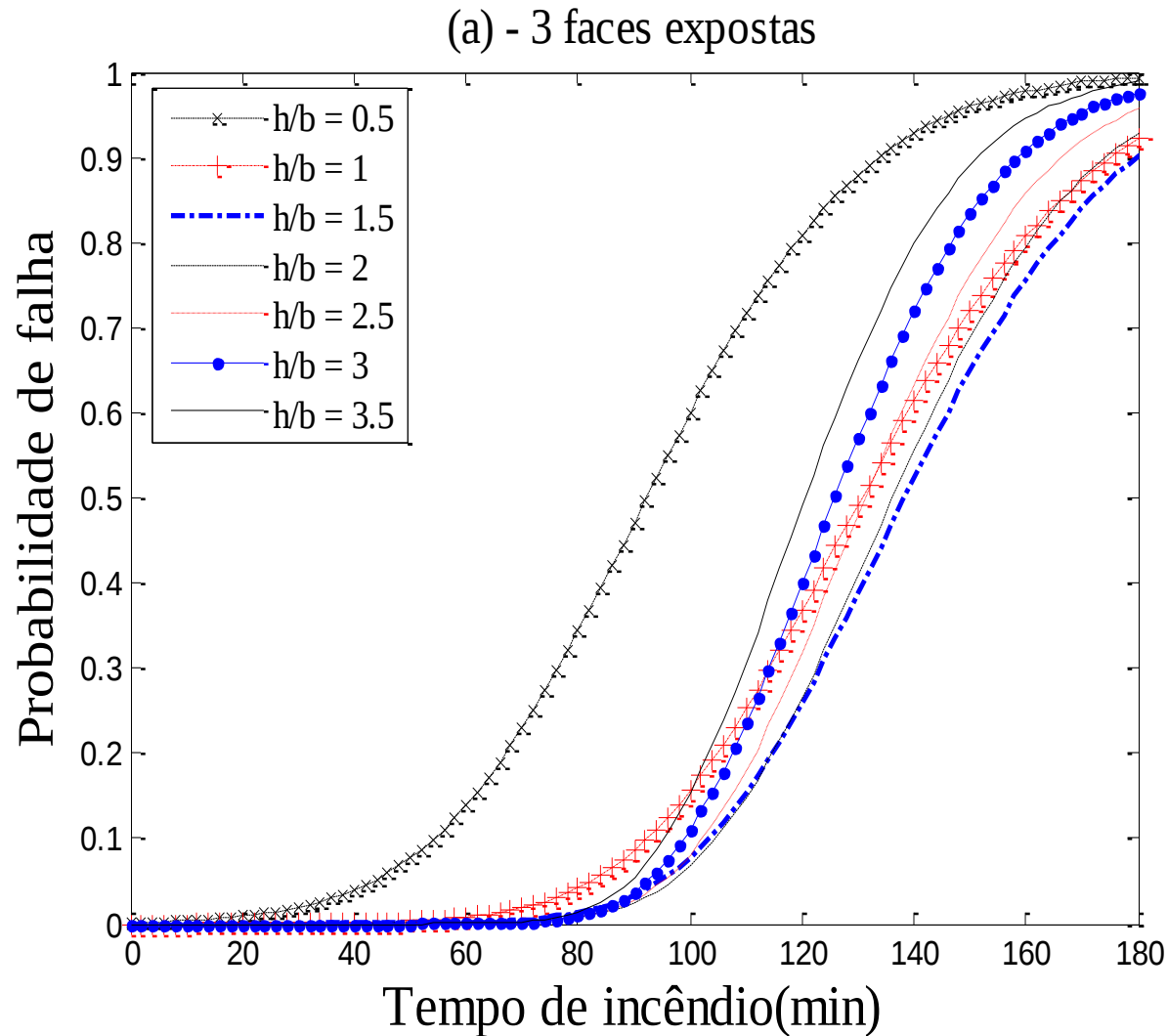
Resultados



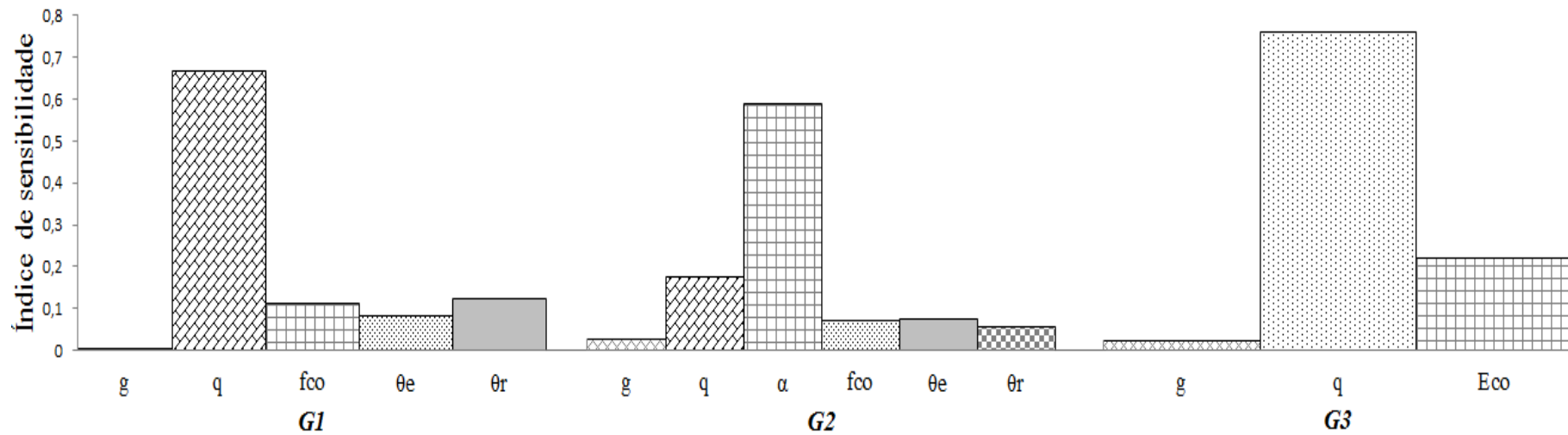
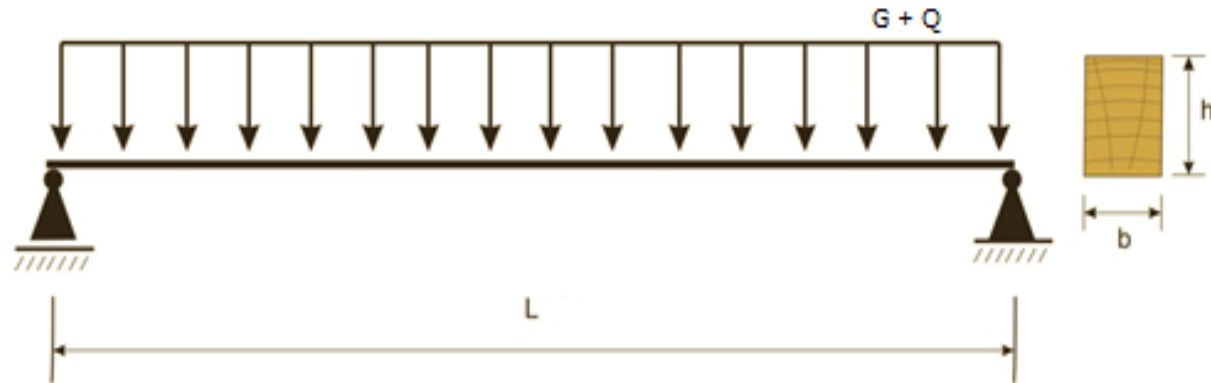
Resultados



Resultados



Resultados



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerações Finais

- **Resumo do curso:** Motivação ---> Incertezas ---> Teoria da probabilidade ---> EEL ---> Métodos de confiabilidade ---> Ferramentas computacionais e Aplicações.
- **Objetivos alcançados:** Espera-se que o aluno tenha aprendido sobre a importância da *Segurança Estrutural* considerando as *incertezas*, e a calcular a P_f usando métodos de *Confiabilidade Estrutural*;
- **Objetivos Futuros:** Que o curso sirva de **Suplemento** as demais **disciplinas** do curso de **Engenharia**.

REFERÊNCIA

- RICARDO, A. S. “**Análise da Confiabilidade Estrutural de Elementos de aço em Situação de Incêndio**”. Dissertação de mestrado – Florianópolis, SC, 2015.
- GARY C. HART, “***Uncertainty analysis, loads, and safety in structural engineering***” . Prentice-Hall civil engineering and engineering mechanics series) 1st Ed. Edition, 1982.
- BECK, A. T., **Curso de confiabilidade estrutural**: notas de aula. Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, 2014.
- MELCHERS, R.E., AND BECK, A.T. (2018). “**Structural reliability analysis and prediction**”, 3rd ed., John Wiley and Sons, New York.
- ANG, A. H-S.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering: emphasis on applications to civil and environmental engineering**. 2nd. Edition. John Wiley & Sons, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681: **Ações e segurança nas estruturas**. Procedimento. Rio de Janeiro. 2002.
- CORNELL C.C. **A probability-based structural code**. Journal of the American Concrete Institute 66(12), 974-985, 1969.

REFERÊNCIA

ANDRÉ T. BECK AND MÁRCIO R. S. CORRÊA. “**New Design Chart for Basic Wind Speeds in Brazil**”. latin american journal of solid and structures. 2012.

CHEUNG, A. B. ; PINTO, E. M. ; CALIL JUNIOR, C. **Confiabilidade estrutural de vigas de madeiras submetidas à flexão em condições normais e em situação de incêndio**. In: Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira EBRAMEM, 2012, Vitória. Anais do Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira EBRAMEM. Vitória: UFV, 2012.

JCSS (Joint Committee on Structural Safety). **Probabilistic Model Code** – Part 1 – Basis of Design. 12th draft. 62 p, 2001.

NATAF A. **Détermination des distributions de probabilités dont les marges sont données**. C. R. Helbd SeÂances Acad Sci 255, 42-43.

ROSENBLATT M. **Remarks on a multivariate transformation**, Ann Math Stat 23, 470-472. 1952.

NEVES, R. A. **Desenvolvimento de Modelos Mecânico-Probabilísticos para Estruturas de Pavimentos de Edifícios**. 2004, 200f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 2004.



UNIVERSIDADE FEDERAL
DE ALAGOAS



OBRIGADO

Prof. MSc. Alverlando Silva Ricardo

Universidade Federal de Alagoas - Campus do Sertão
Engenharia Civil/Produção

E-mail: alverlando.ricardo@delmiro.ufal.br

Site: alverlandoricardo.wixsite.com/professor