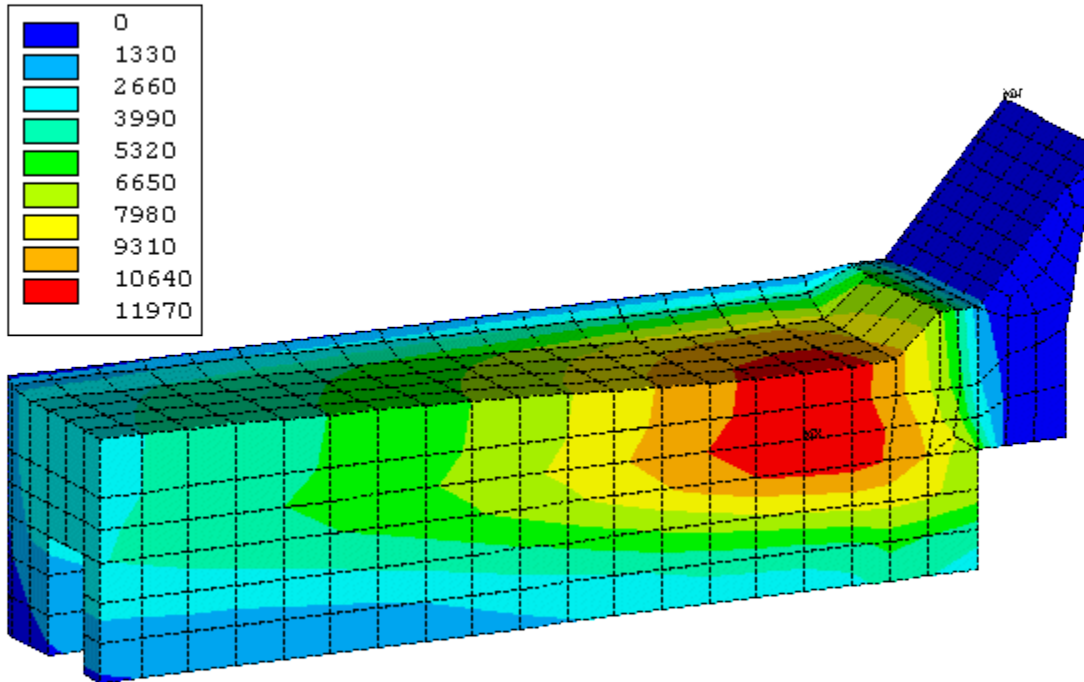




# Mecânica dos Sólidos II

Prof. Dr. Alverlando Ricardo

## Aula 5: PARTE II: **Tensão & Deformação**

# Princípio de Saint-Venant

# Princípio de Saint-Venant

- A **determinação das tensões** em um componente requer a **análise das deformações específicas** produzidas pelas tensões no componente;



**Teoria da Elasticidade**  
(teoria matemática)

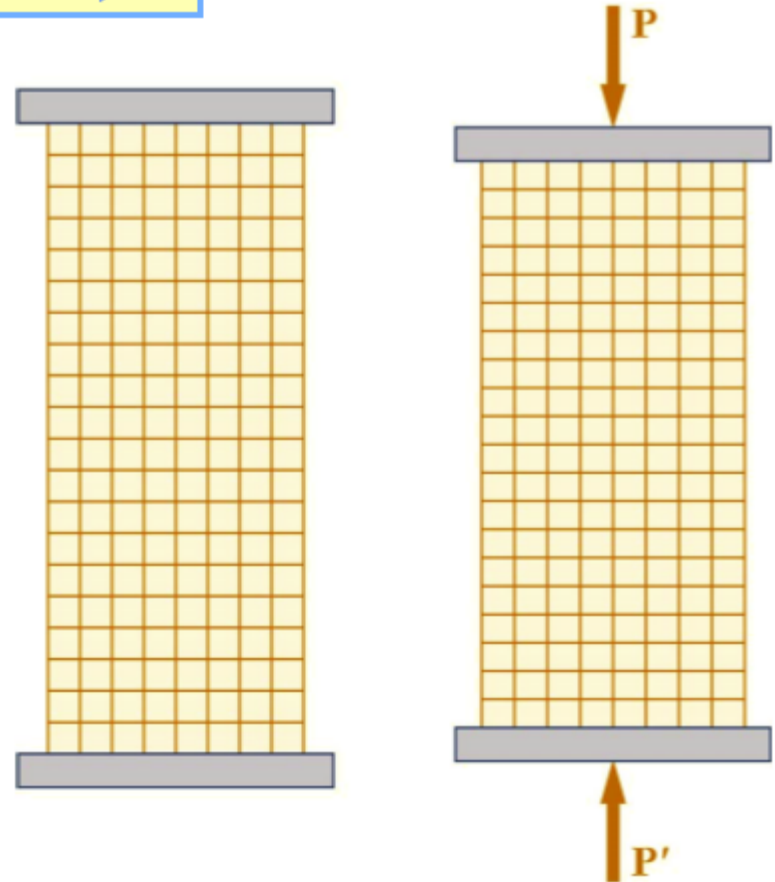
# Princípio de Saint-Venant

- A determinação das tensões em um componente requer a **análise das deformações específicas** produzidas pelas tensões no componente;



**Teoria da Elasticidade**  
(teoria matemática)

Em razão dos nossos **meios matemáticos mais limitados**, a análise de tensões ficará restrita a materiais isotrópicos homogêneos, com transmissão das forças por meio de placas rígidas:



# Princípio de Saint-Venant

- A determinação das tensões em um componente requer a **análise das deformações específicas** produzidas pelas tensões no componente;

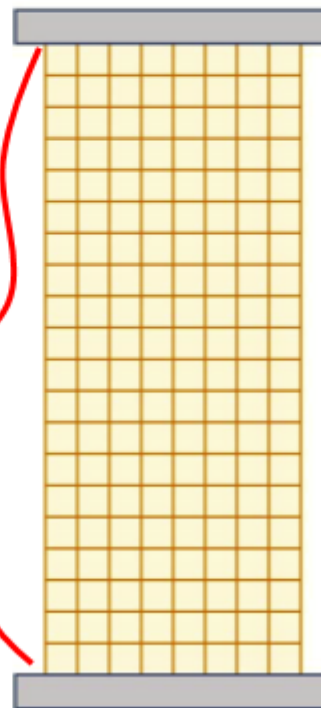


## Teoria da Elasticidade (teoria matemática)

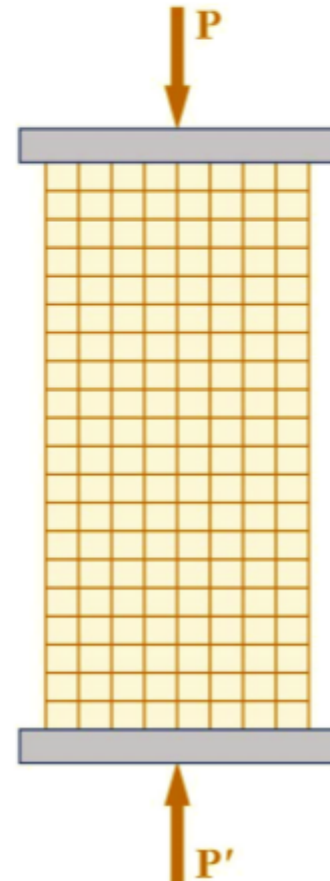
Em razão dos nossos **meios matemáticos mais limitados**, a análise de tensões ficará restrita a materiais isotrópicos homogêneos, com transmissão das forças por meio de placas rígidas:

*Sem atrito entre as placas e o componente, as seções planas permanecerão planas após a deformação.*

*Desprezando ainda possíveis flambagens!*



*Carga centrada!*



# Princípio de Saint-Venant

- A **determinação das tensões** em um componente requer a **análise das deformações específicas** produzidas pelas tensões no componente;

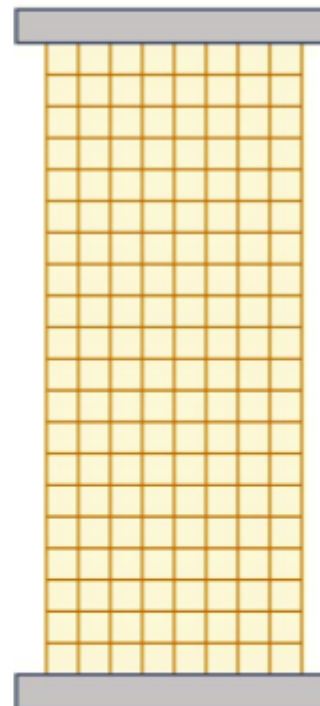


**Teoria da Elasticidade**  
(teoria matemática)

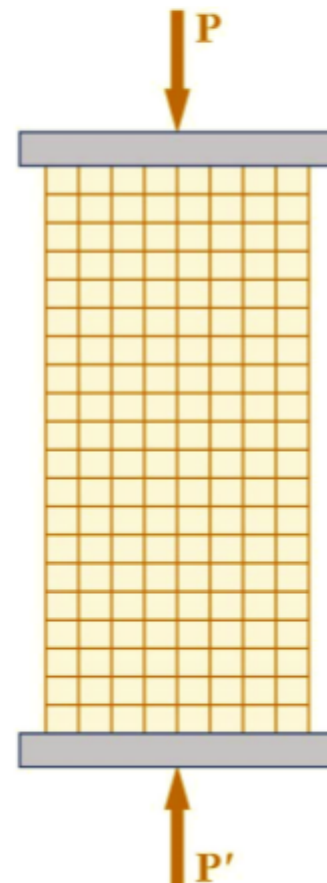
Em razão dos nossos **meios matemáticos mais limitados**, a análise de tensões ficará restrita a materiais isotrópicos homogêneos, com transmissão das forças por meio de placas rígidas:

*Distribuição **uniforme** de tensões!*

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

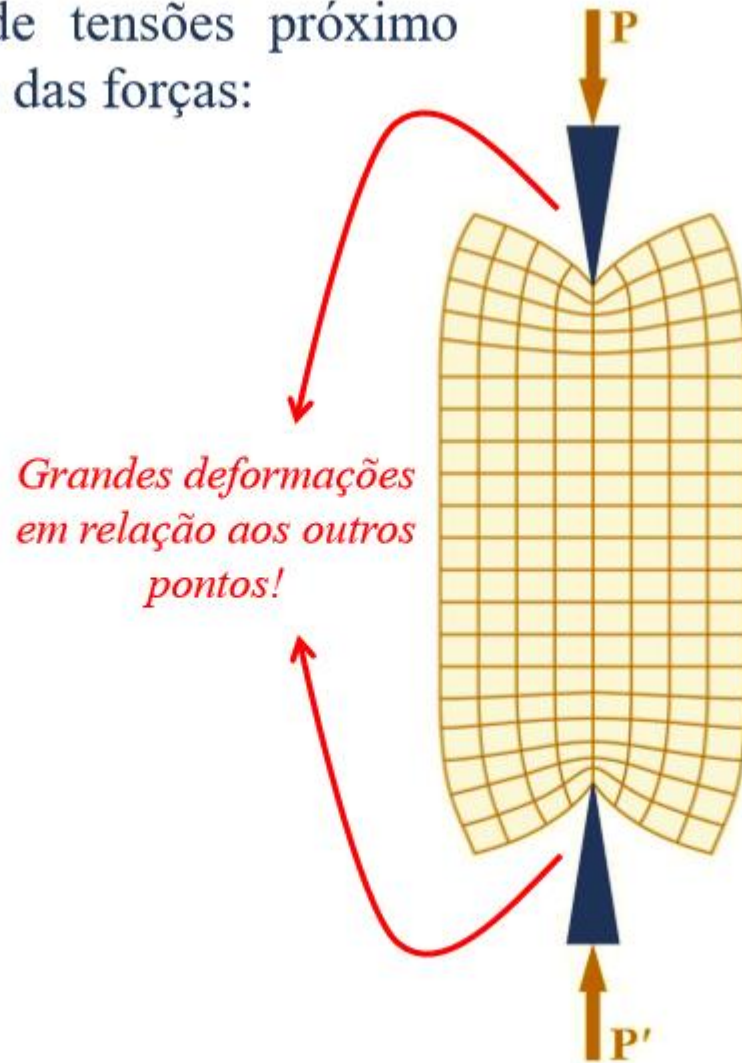


*Carga centrada!*

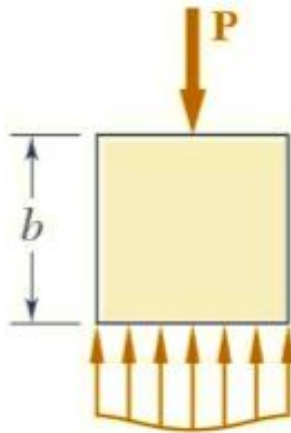


# Princípio de Saint-Venant

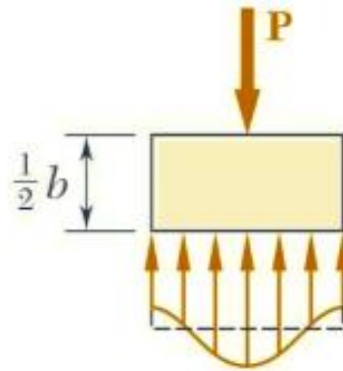
- Porém, se as forças forem concentradas, haverá concentração de tensões próximo aos pontos de aplicação das forças:



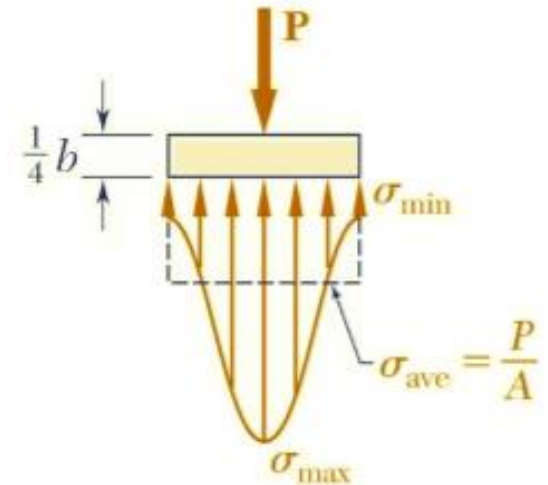
# Princípio de Saint-Venant



$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= 0.973\sigma_{\text{ave}} \\ \sigma_{\max} &= 1.027\sigma_{\text{ave}}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= 0.668\sigma_{\text{ave}} \\ \sigma_{\max} &= 1.387\sigma_{\text{ave}}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= 0.198\sigma_{\text{ave}} \\ \sigma_{\max} &= 2.575\sigma_{\text{ave}}\end{aligned}$$



*A partir de uma distância  $b$  de qualquer extremidade ( $b$  é a largura da placa), a distribuição de tensões é **aproximadamente uniforme**!*



# Princípio de Saint-Venant

*“Exceto nas vizinhanças imediatas dos pontos de aplicação das forças, a distribuição de tensões pode ser considerada independente do modo real de aplicação das forças.”*

- Permite substituir determinado carregamento por outro mais simples para fins de cálculo de tensões em um componente estrutural;
- Válido para praticamente todo o tipo de carregamento, porém:

1. O carregamento real e o utilizado para calcular as tensões devem ser **estaticamente equivalentes**;
2. As tensões não podem ser calculadas dessa maneira nas vizinhanças imediatas dos pontos de aplicação das forças.

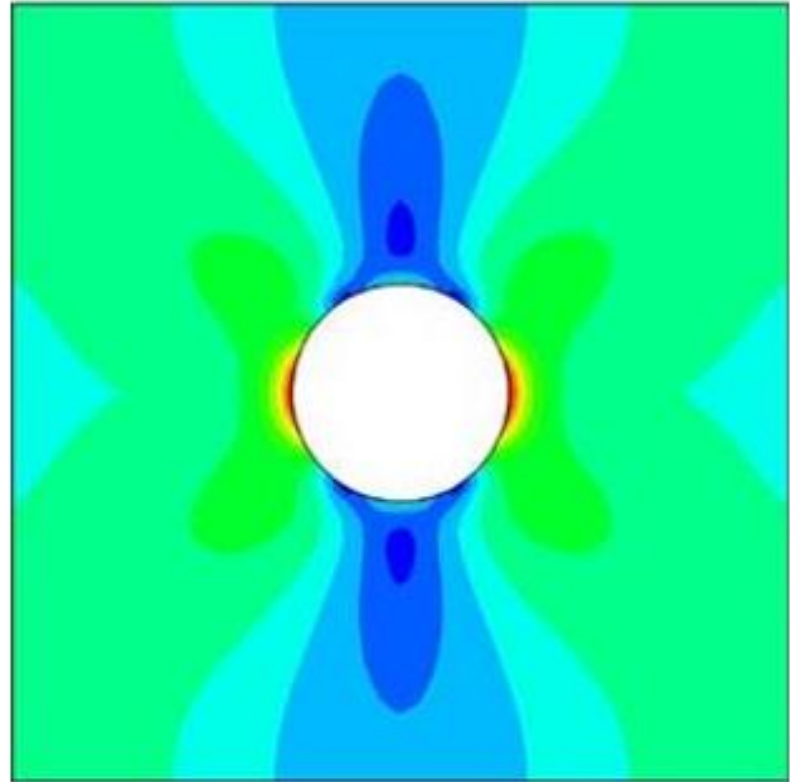
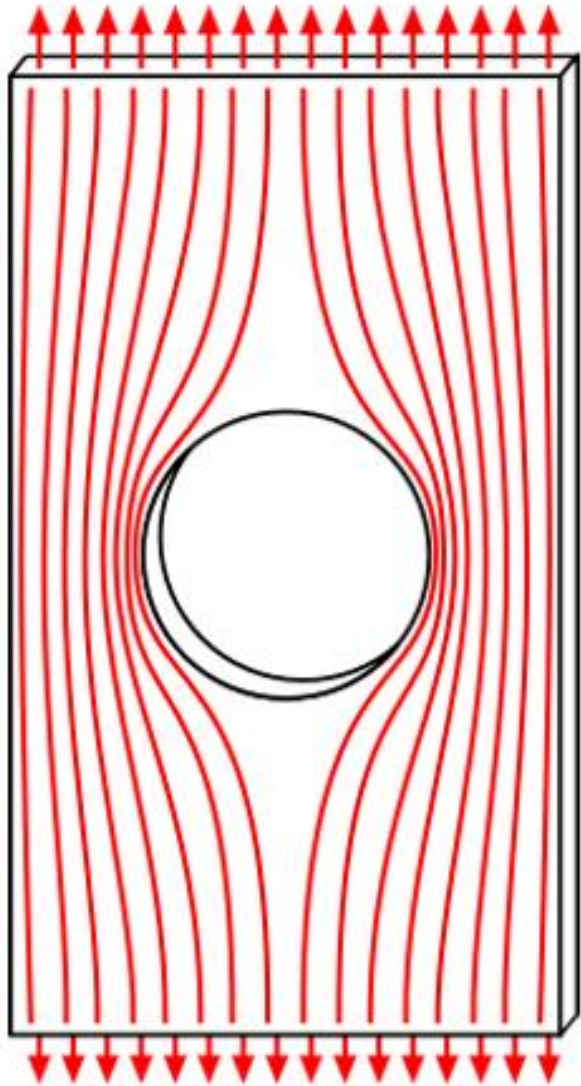
# Concentração de tensões

# Concentração de tensões

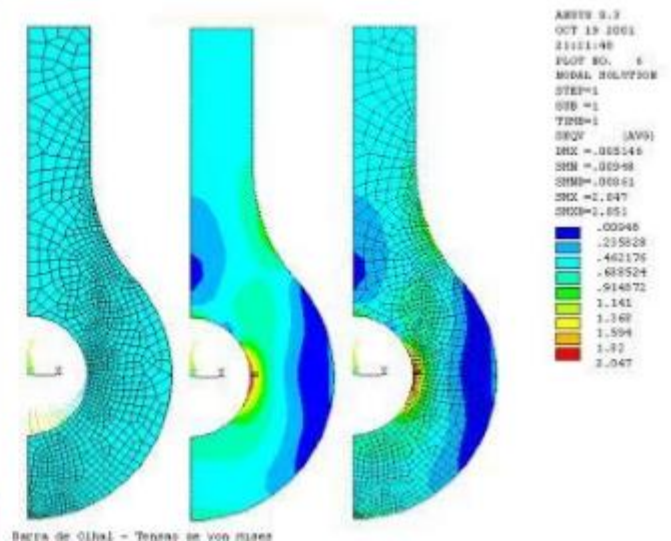
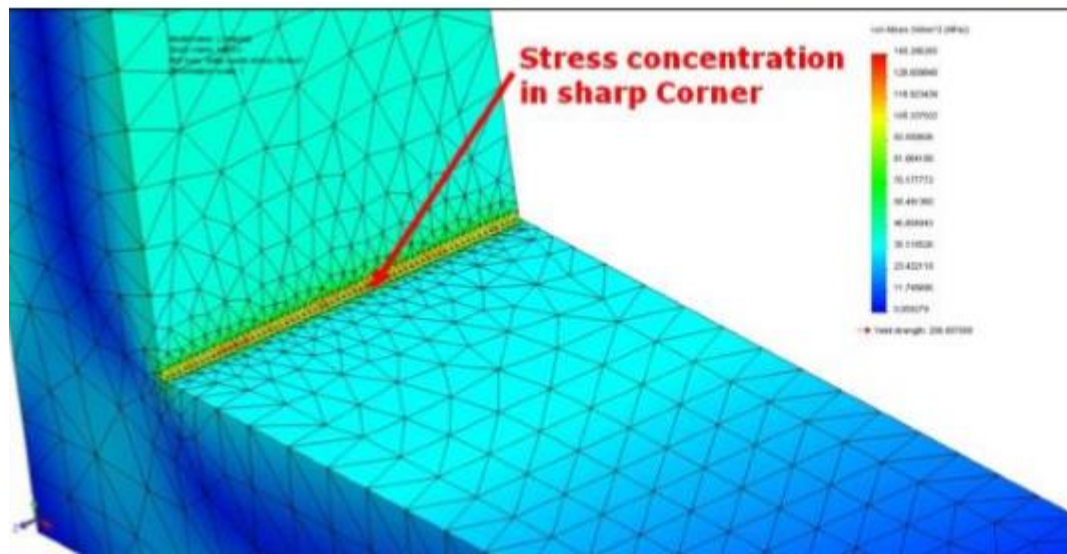
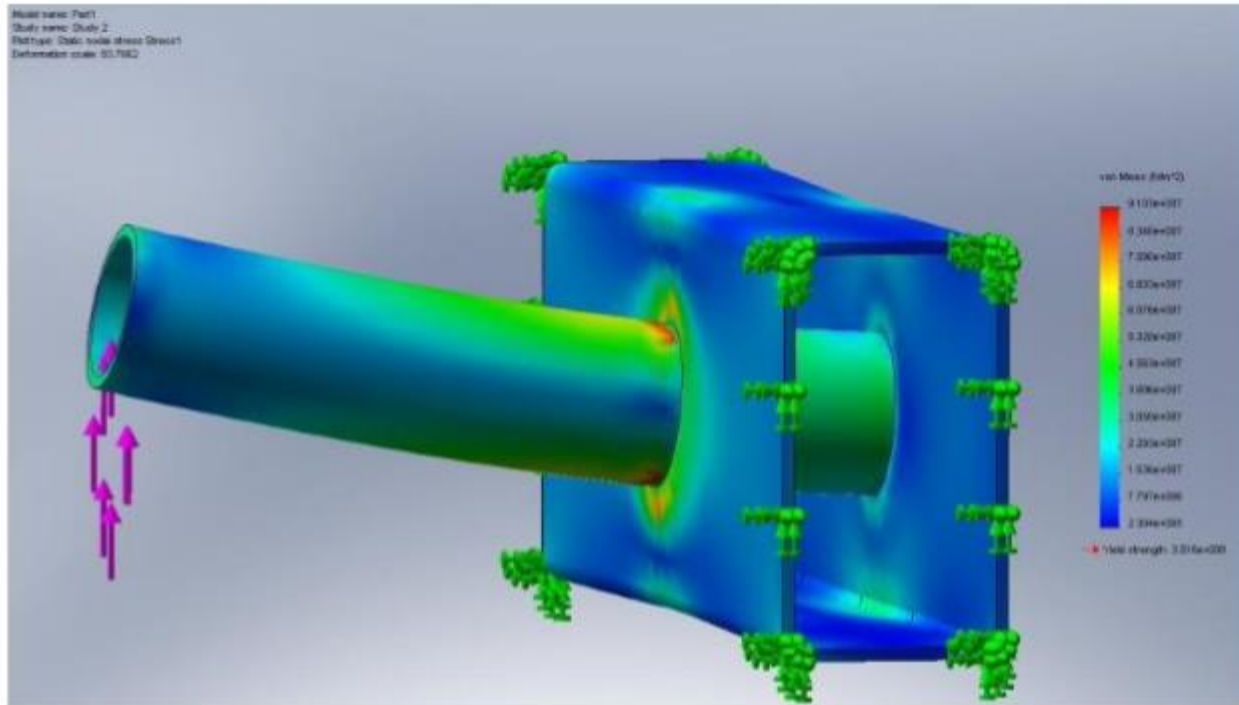


***Concentração de tensões:** ocorrência, em determinada região do corpo, de valores elevados de tensão em comparação com as tensões na vizinhança daquela região.*

# Concentração de tensões



# Concentração de tensões





# Concentração: punção em ponte



# Concentração de tensões





# Concentração de tensões

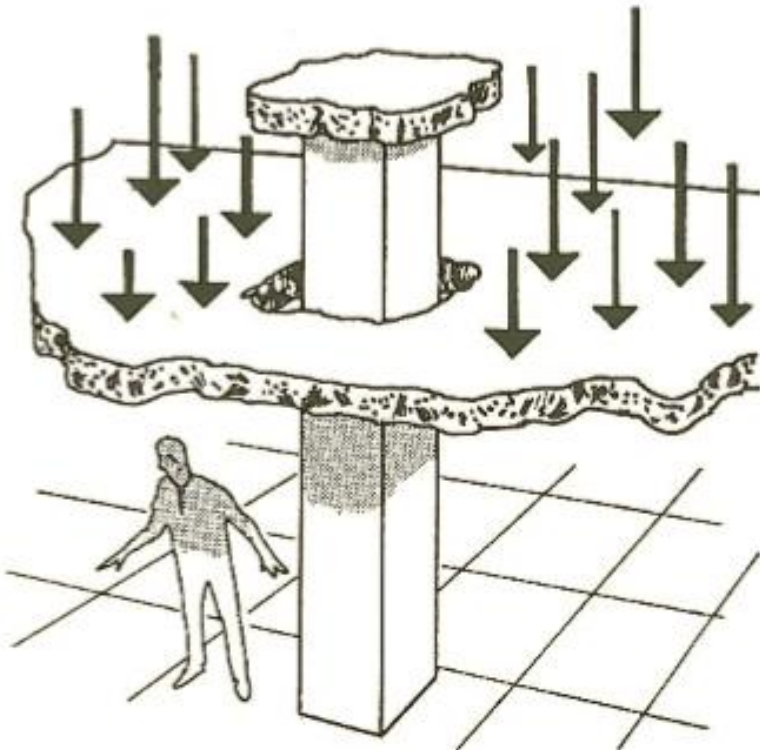
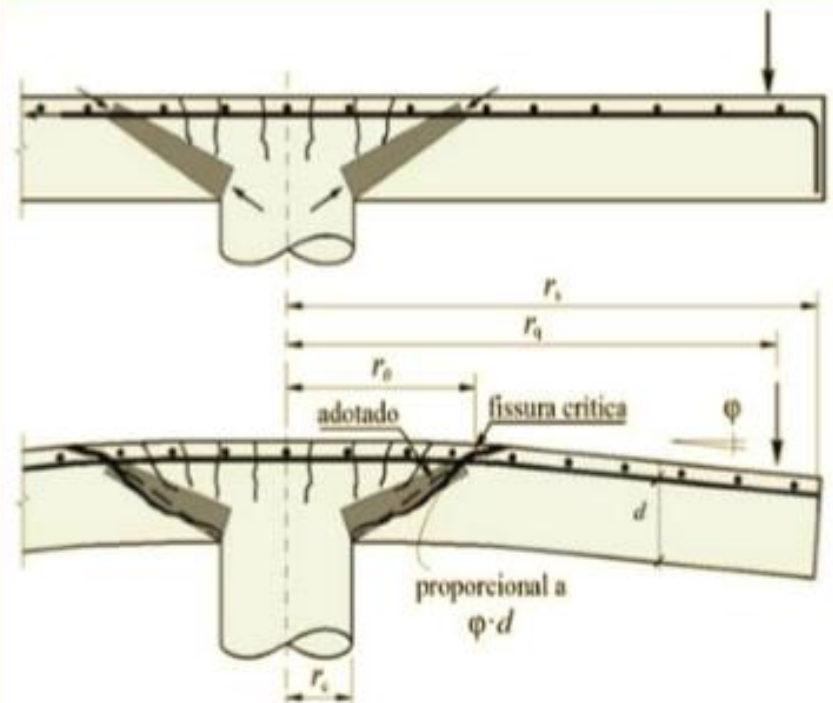


Figura 8 - Teoria da fissura crítica de cisalhamento (Muttoni (3))

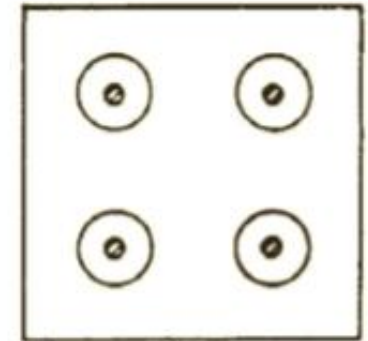
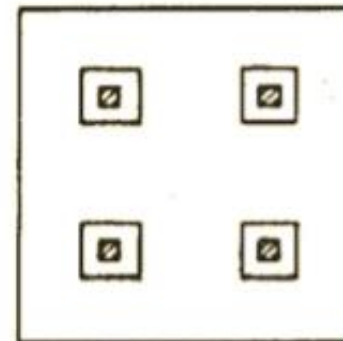
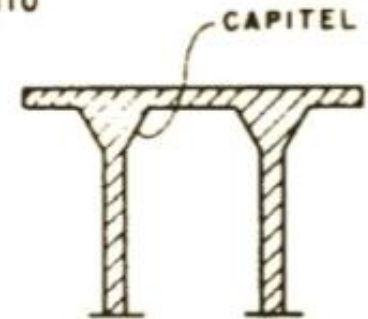
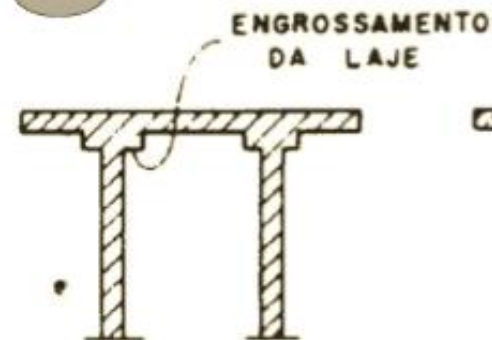
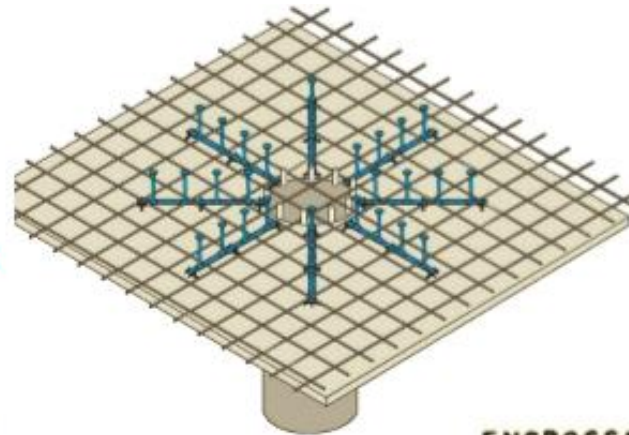
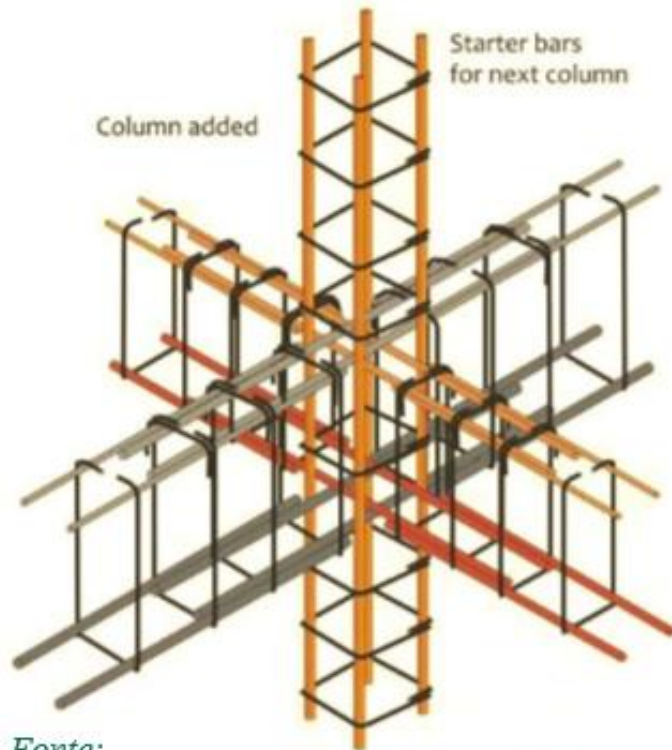




# Concentração de tensões

## Soluções estruturais:

*Área de grande concentração de armadura!*



Fonte:

[http://www.uwe.port.ac.uk/commercial\\_new/concrete%20frames/section4.htm](http://www.uwe.port.ac.uk/commercial_new/concrete%20frames/section4.htm) (28-08-2014).

# Concentração de tensões

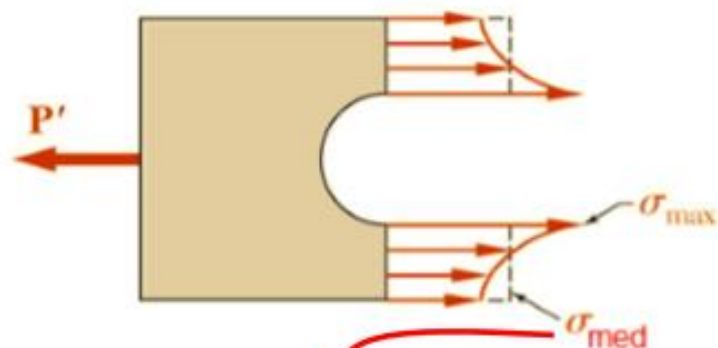
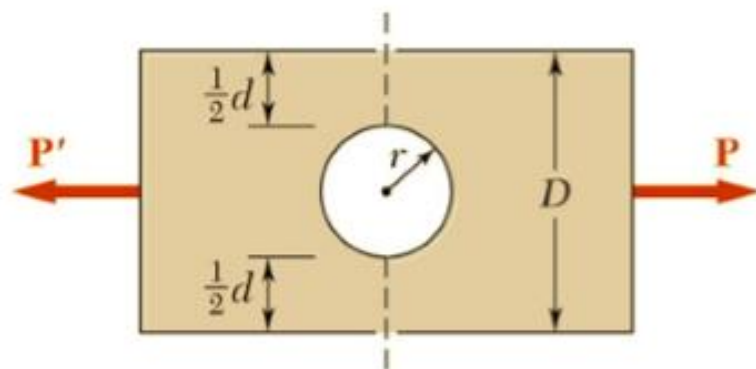
Soluções estruturais:



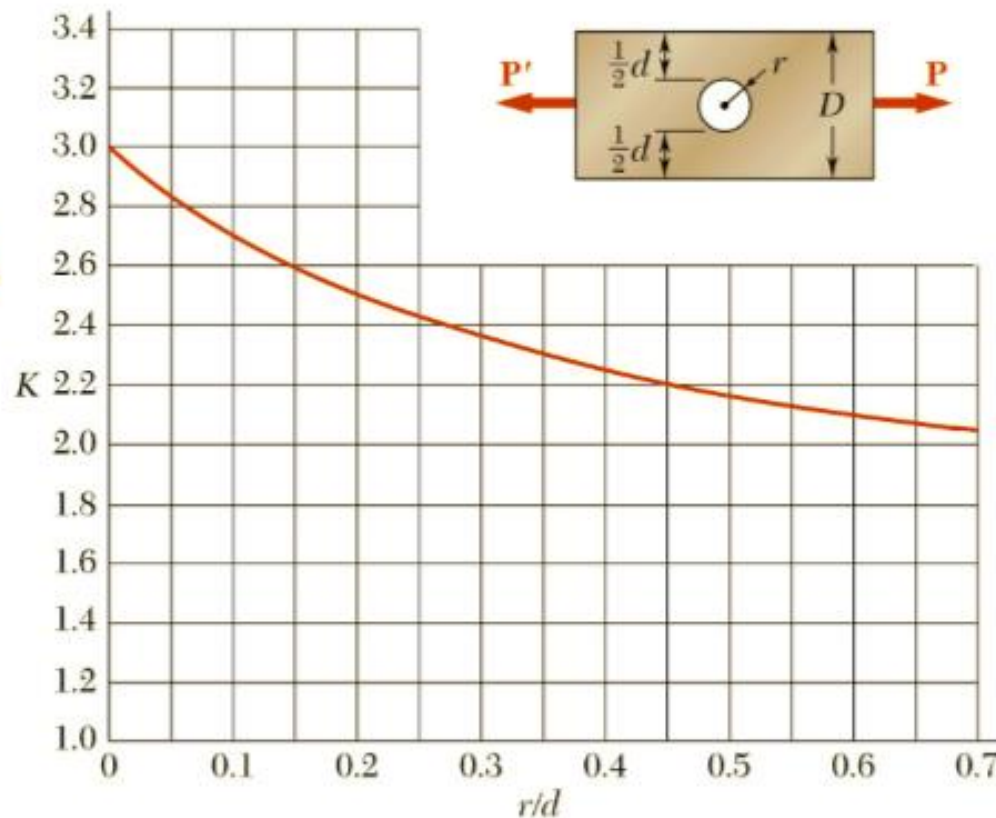
# Concentração de tensões

- Voltando aos casos usuais:

## 1) Placas com furos:



*Tensão média na seção de interesse  
(corte passando pelo furo)!*



$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{med}}}$$

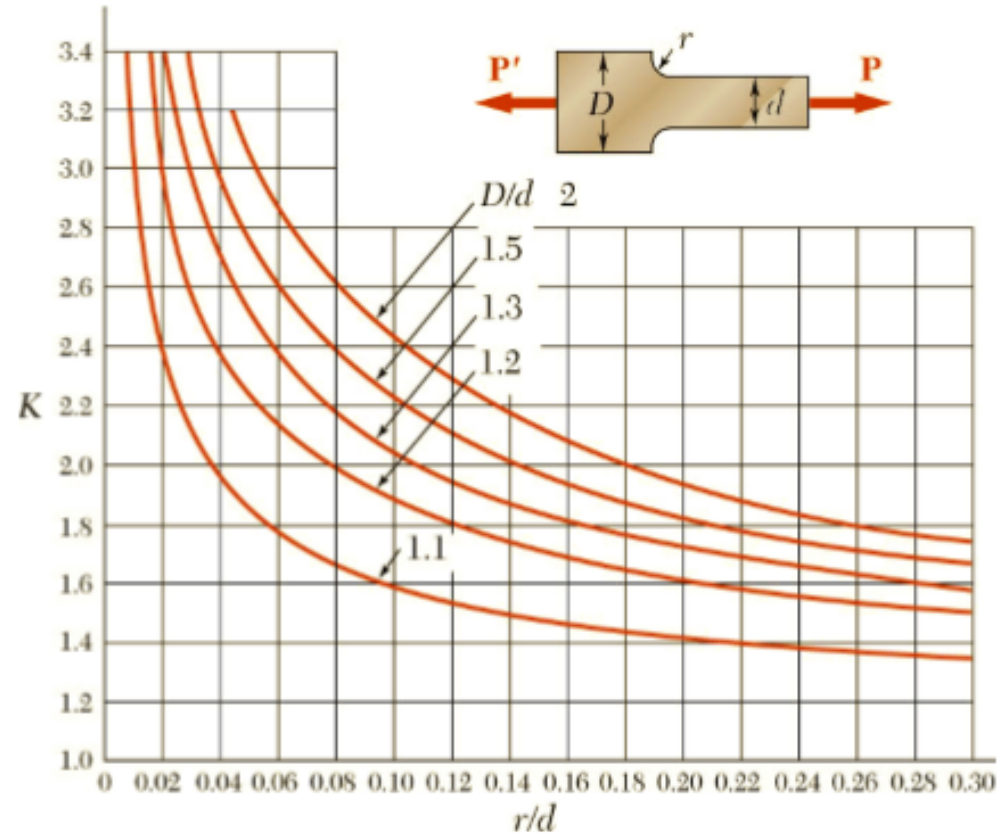
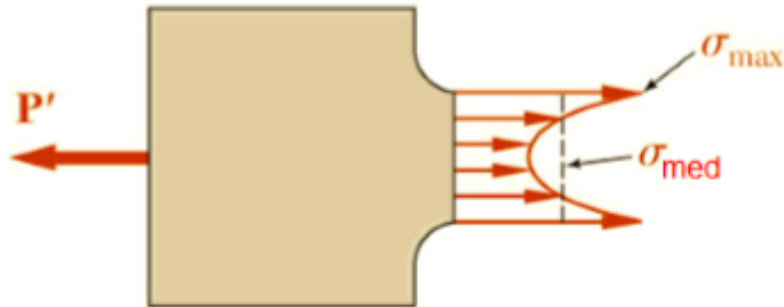
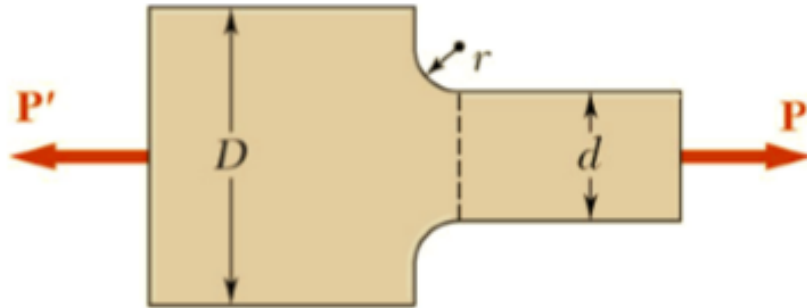
*(Fator de concentração de tensão)*





# Concentração de tensões

## 2) Placas com adocamentos:



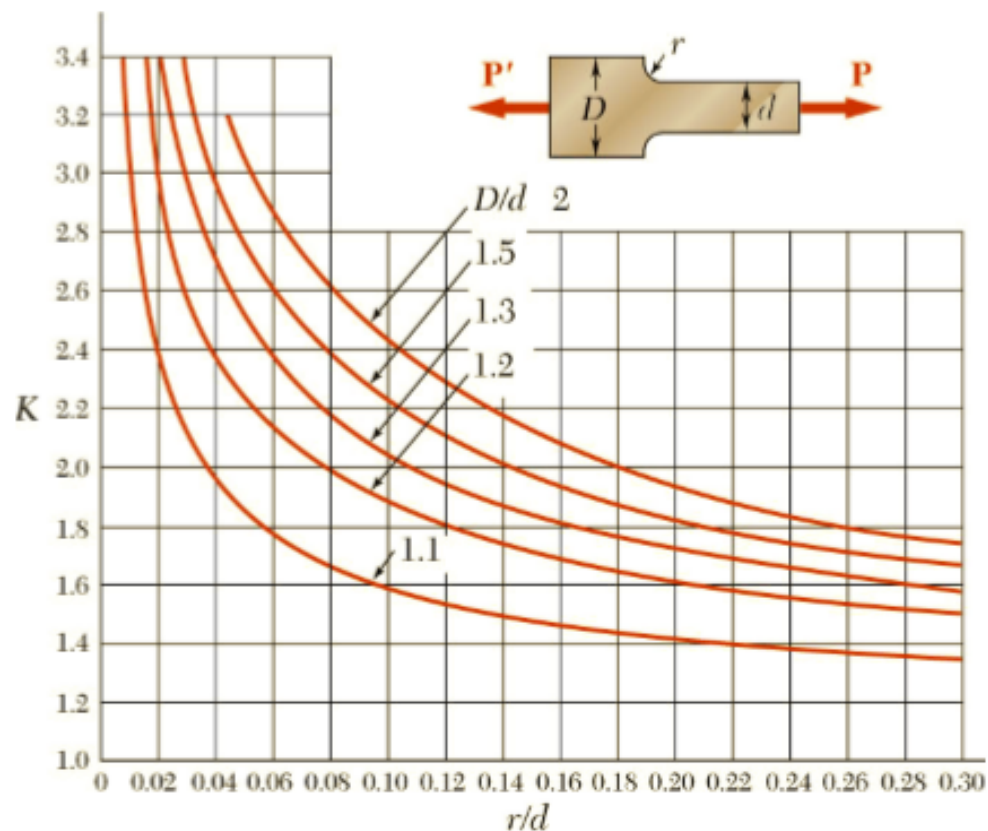
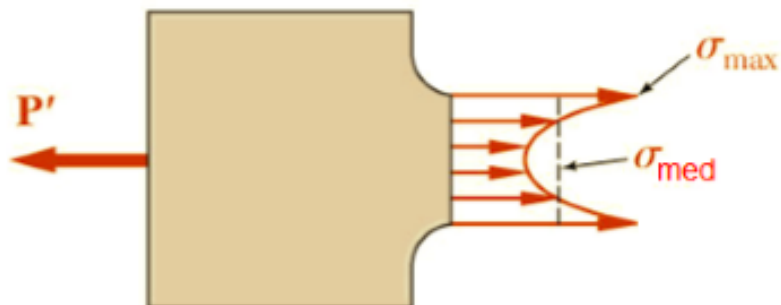
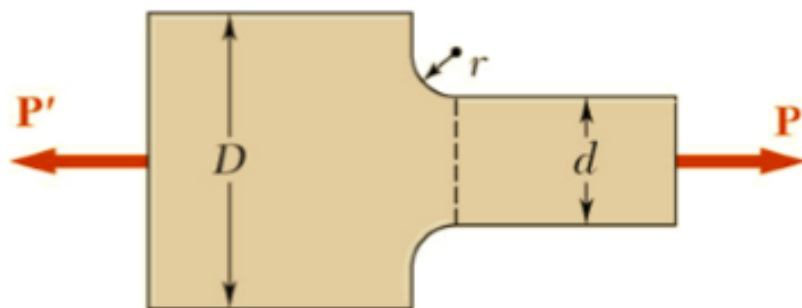
$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{med}}}$$

(Fator de concentração de tensão)



# Concentração de tensões

## 2) Placas com adocamentos:



$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{med}}}$$



(Fator de concentração de tensão)

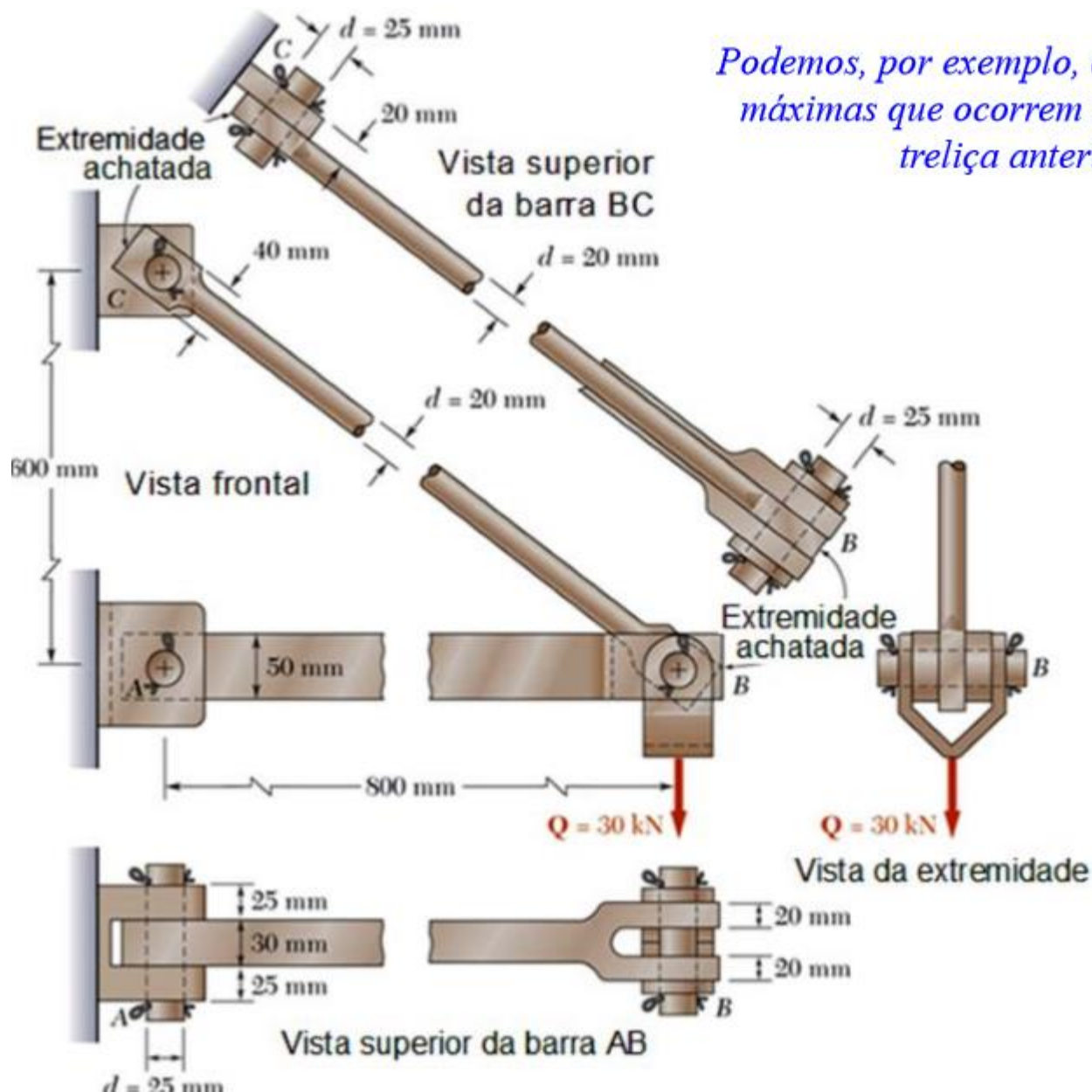


$$\sigma_{\max} = K \cdot \sigma_{\text{med}}$$



# Concentração de tensões

*Podemos, por exemplo, calcular as tensões máximas que ocorrem nas vinculações da treliça anteriormente estudada.*



# Concentração de tensões

- Concentrações de tensões já causaram muitos problemas ao longo da história (geralmente em conjunto com outros fatores) :
  - **De Havilland Comet:** primeiro avião comercial propulsionado por motores a jato, começou a operar em 1952.



*Fonte: <http://www.extremetech.com/extreme/129764-tech-wrecks-lessons-from-some-of-the-biggest-hardware-screw-ups/3>*

*Acesso em: 26/08/2016*

# Concentração de tensões

- De Havilland Comet (concentração de tensões, fadiga e corrosão) :



*Tensões se concentraram nos cantos das janelas quadradas e depois de algum tempo os aviões começaram a cair.*

Fonte: <http://www.extremetech.com/extreme/129764-tech-wrecks-lessons-from-some-of-the-biggest-hardware-screw-ups/3>

Acesso em: 26/08/2016



# Concentração de tensões

- **De Havilland Comet** (concentração de tensões, fadiga e corrosão) :



*Fonte: <https://efeitodesign.wordpress.com/2016/05/27/estudo-sobre-a-fadiga/>*

*Acesso em: 26/08/2016*

# Concentração de tensões



4-28-1988 After 89,090 flight cycles on a 737-200, metal fatigue lets the top go in flight.

*Fonte:* <http://noticiasaviacao.blogspot.com.br/2009/02/quando-os-avioes-se-cansam.html>

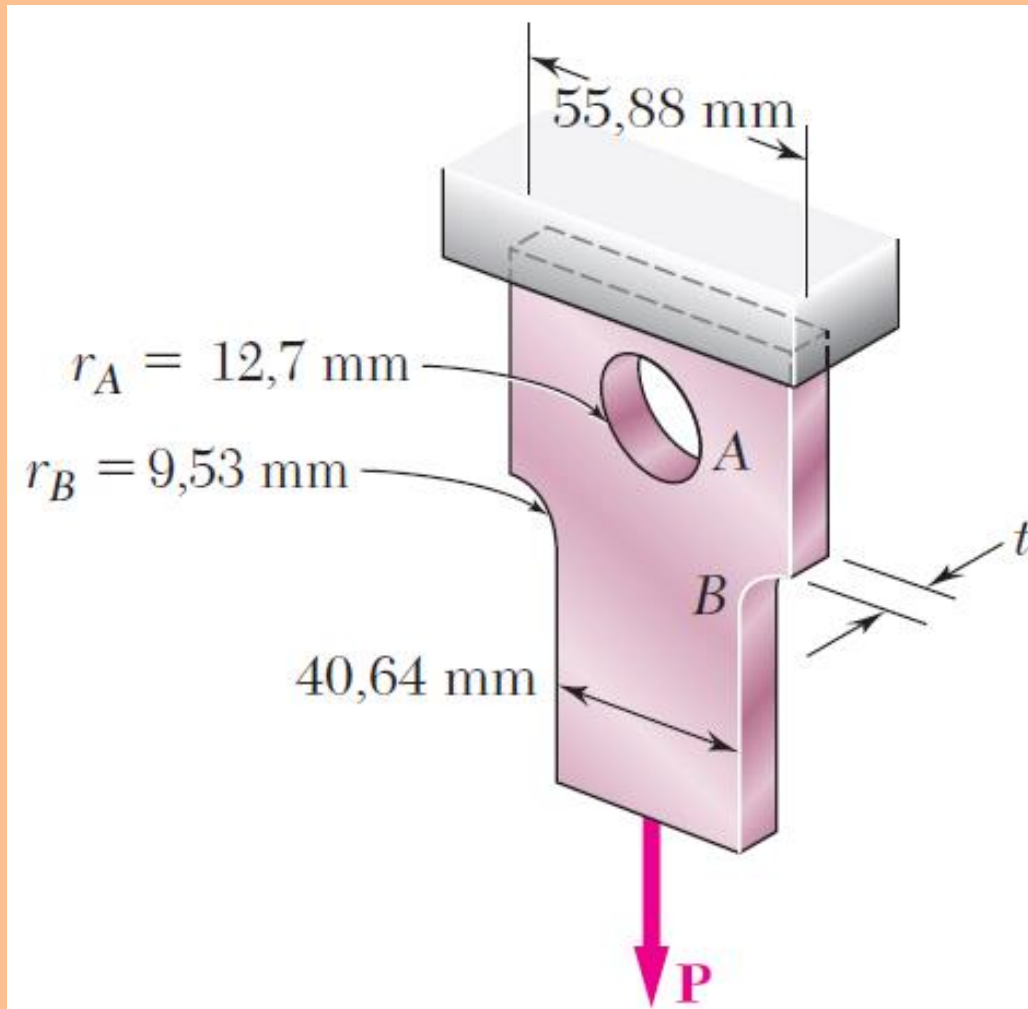
*Acesso em:* 26/08/2016

No youtube: [https://www.youtube.com/watch?v=\\_BZnn5OYcBc](https://www.youtube.com/watch?v=_BZnn5OYcBc)



# Exemplo 1

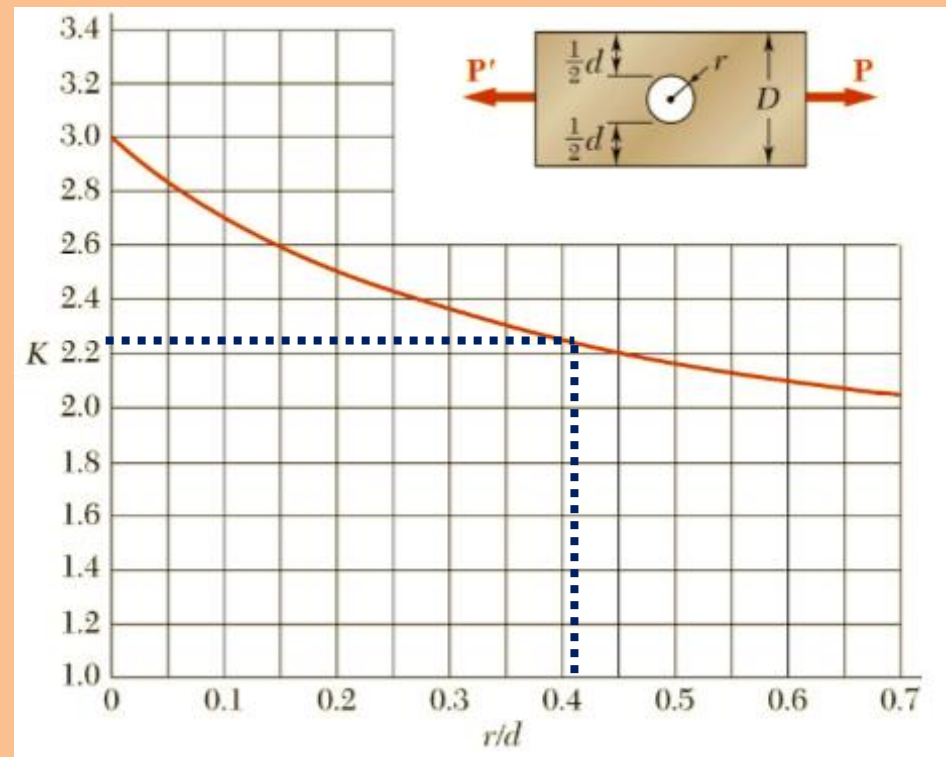
1) Para  $P = 37,8 \text{ kN}$ , determine a espessura  $t$  mínima necessária para a placa se a tensão admissível for de  $124,1 \text{ MPa}$ .



# Exemplo 1

## 1) REGIÃO COM FURO:

- i) Cálculo de  $d = 55,88 - 2*12,7 = 30,48 \text{ mm}$ ;
- ii) Cálculo de  $r_a/d = 12.7/30.48 = 0,416$ ;
- iii) Cálculo de  $K = \textit{tabelado} = 2.24$ ;



# Exemplo 1

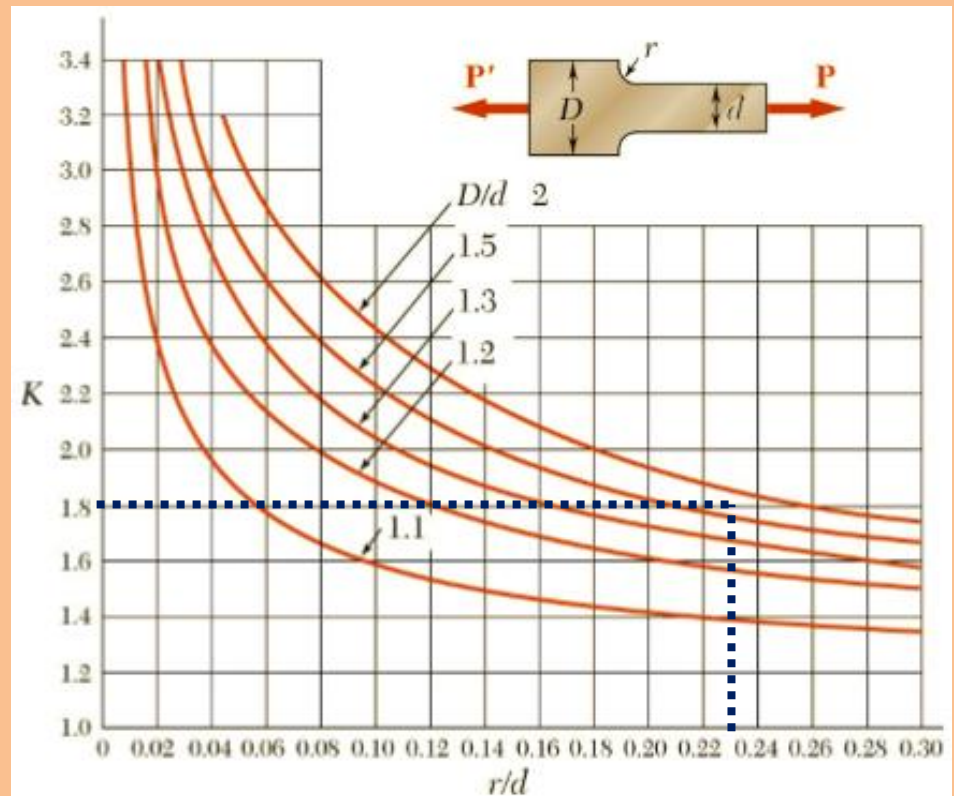
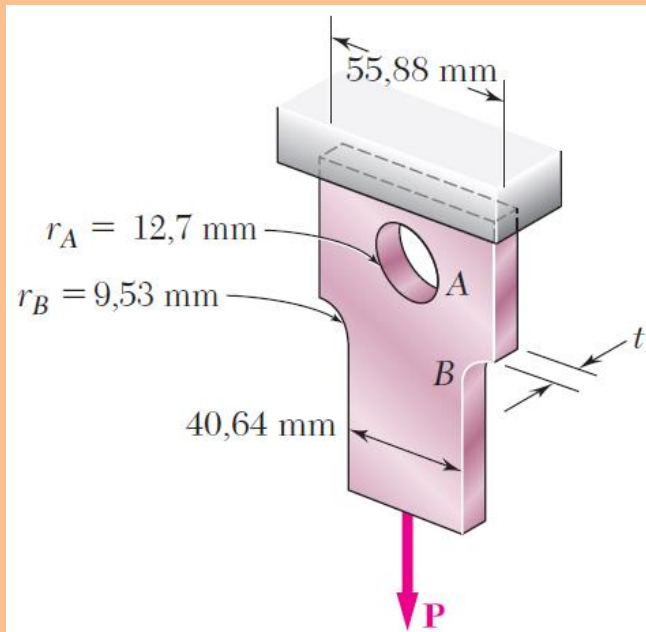
## 1) REGIÃO COM FURO:

- i) Cálculo de  $d = 55,88 - 2*12,7 = 30,48 \text{ mm}$ ;
- ii) Cálculo de  $r_a/d = 12.7/30.48 = 0,416$ ;
- iii) Cálculo de  $K = \text{tabelado} = 2.24$ ;
- iv) Cálculo da tensão máxima em função da tensão média:  
 $(K.P)/(d.t) = (2,24 \times 37800)/(0,03048t) = 124100000$ ,  
logo:  $t = 22,38 \text{ mm}$ .

# Exemplo 1

1) REGIÃO DE CANTO:

- i) Cálculo de  $d = 40,64 \text{ mm}$ ;
- ii) Cálculo de  $r_b/d = 9,53/40,64 = 0,234$ ;
- iii) Cálculo de  $D/d = 55,88/40,64 = 1,375$ ;
- iv) Cálculo de  $K = \text{tabelado} = 1,80$ ;





# Exemplo 1

1) REGIÃO DE CANTO:

i) Cálculo de  $d = 40,64 \text{ mm}$ ;

ii) Cálculo de  $r_b/d = 9,53/40,64 = 0,234$ ;

iii) Cálculo de  $D/d = 55,88/40,64 = 1,375$ ;

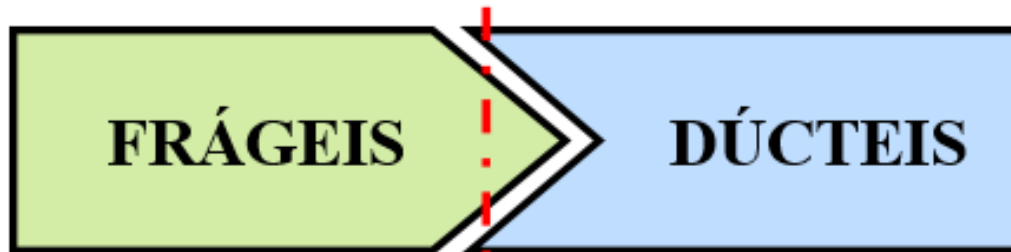
iv) Cálculo de  $K = \textit{tabelado} = 1,80$ ;

v) Cálculo da tensão máxima em função da tensão média:  
 $(K.P)/(d.t) = (1,80 \times 37800)/(0,04064t) = 124100000$ ,  
logo:  $t = 13,49 \text{ mm}$ .

*Qual espessura adotar?*

# Deformações plásticas

# Deformações plásticas

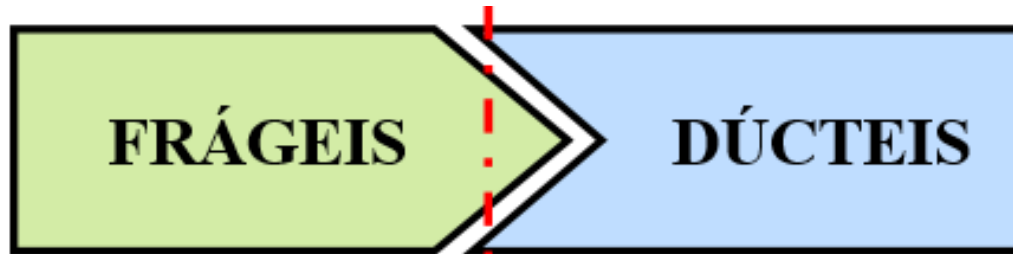


É razoável supor que o material  
trabalhará em **regime linear**



(queremos evitar rupturas bruscas)

# Deformações plásticas



É razoável supor que o material  
trabalhará em **regime linear**



(queremos evitar rupturas bruscas)

Se as tensões excederem a tensão de  
escoamento do material, haverá deformação  
plástica;

A maior parte dos resultados anteriormente  
obtidos deixará de ser válida.



# Deformações plásticas



É razoável supor que o material trabalhará em **regime linear**

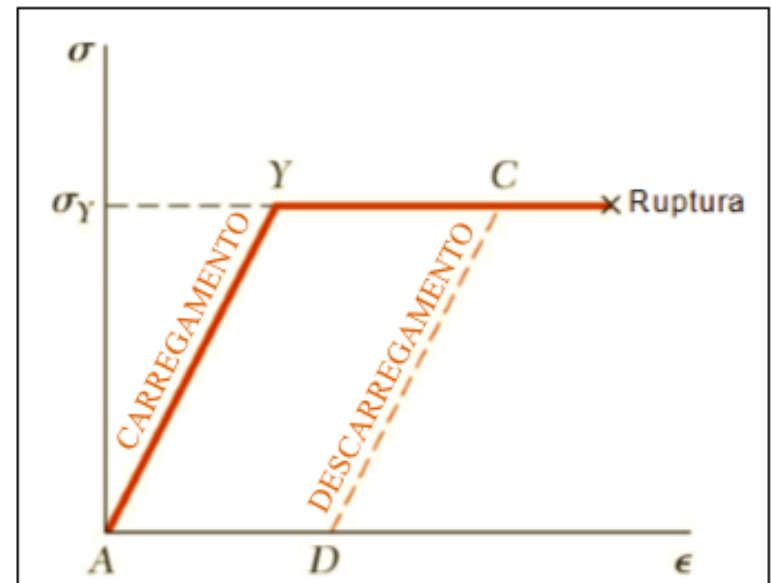


(queremos evitar rupturas bruscas)

Se as tensões excederem a tensão de escoamento do material, haverá deformação plástica;

A maior parte dos resultados anteriormente obtidos deixará de ser válida.

Podemos obter muitas informações sobre o comportamento plástico de uma estrutura considerando um **material elastoplástico perfeito** (idealizado):



...

**CONTINUA**