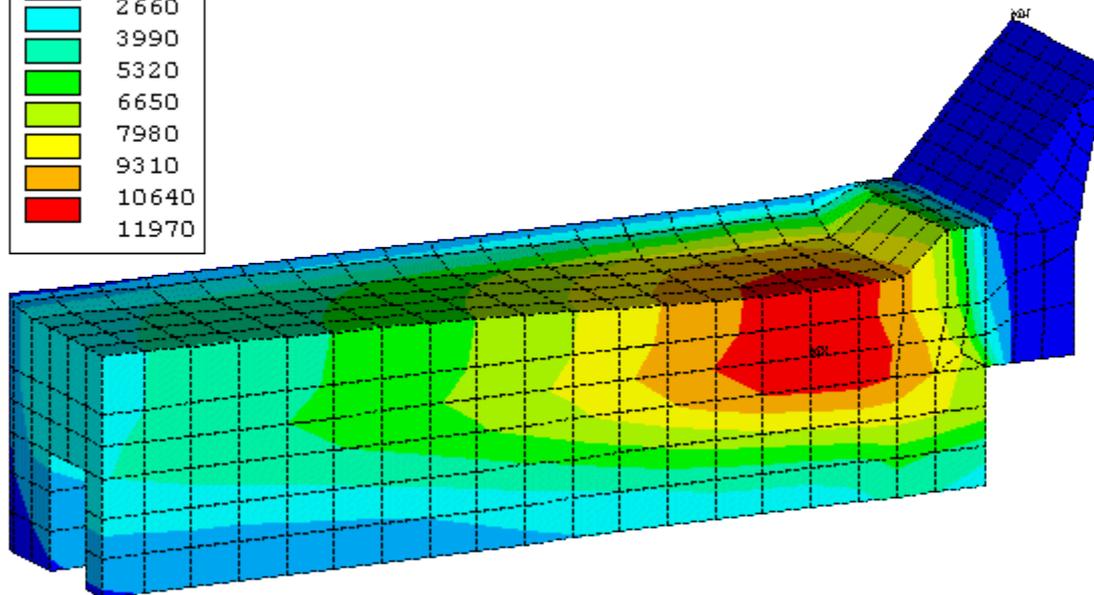
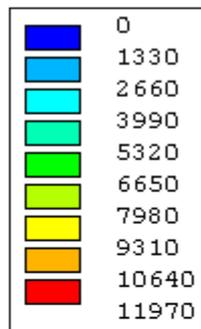




UNIVERSIDADE FEDERAL
DE ALAGOAS

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS SERTÃO
EIXO TECNOLOGIA



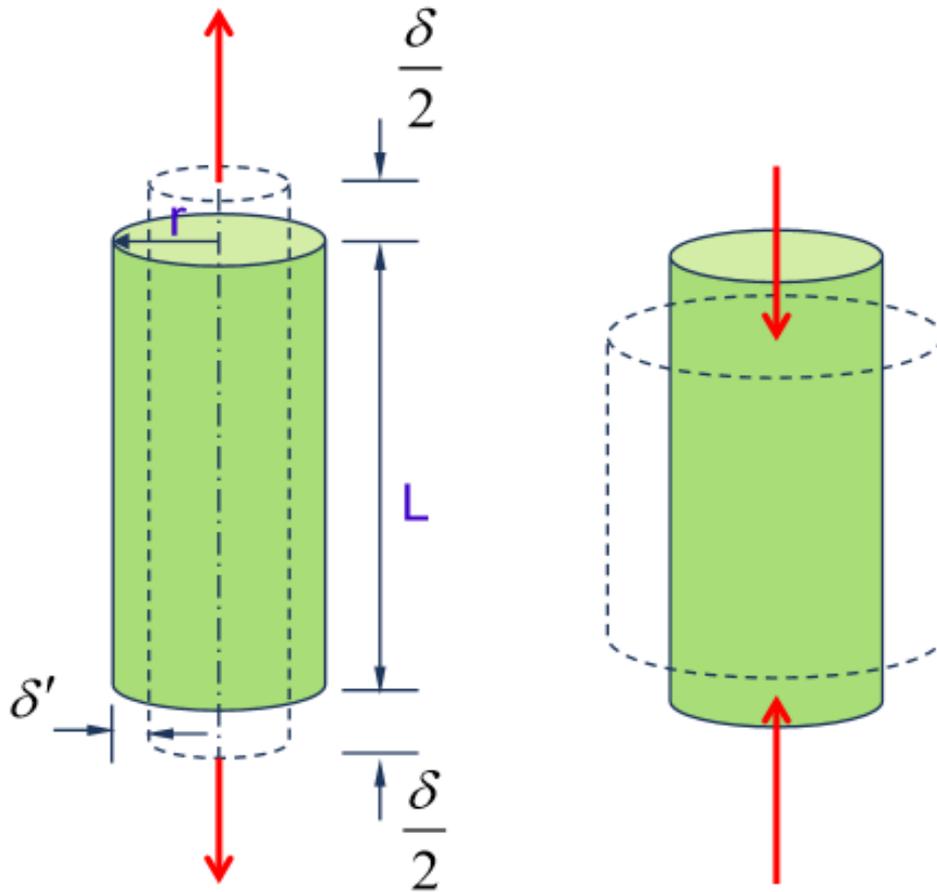
Mecânica dos Sólidos II

Prof. Dr. Alverlando Ricardo

Aula 6: PARTE II: Tensão & Deformação

Coeficiente de Poisson

Coeficiente de Poisson

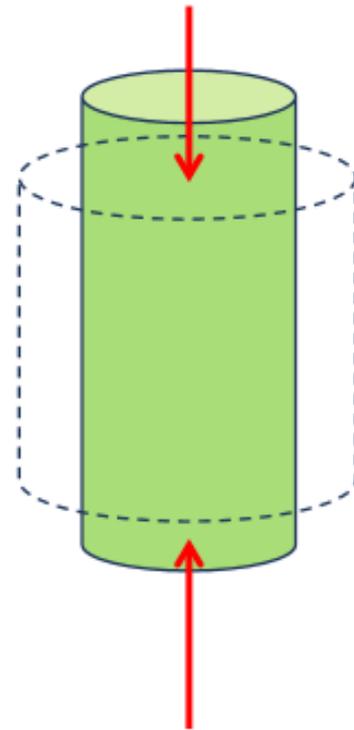
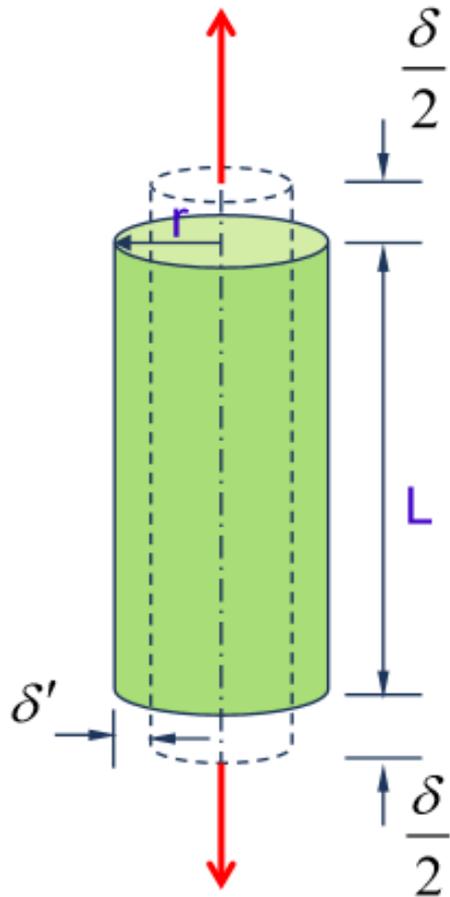


$$\epsilon_{long} = \frac{\delta}{L}$$

$$\epsilon_{trans} = \frac{\delta'}{r}$$

Não há necessariamente conservação de volume!

Coeficiente de Poisson



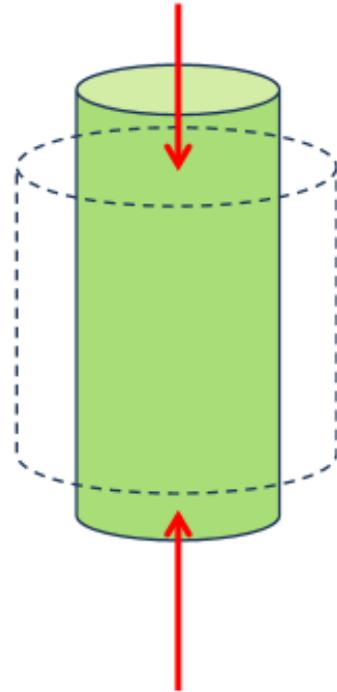
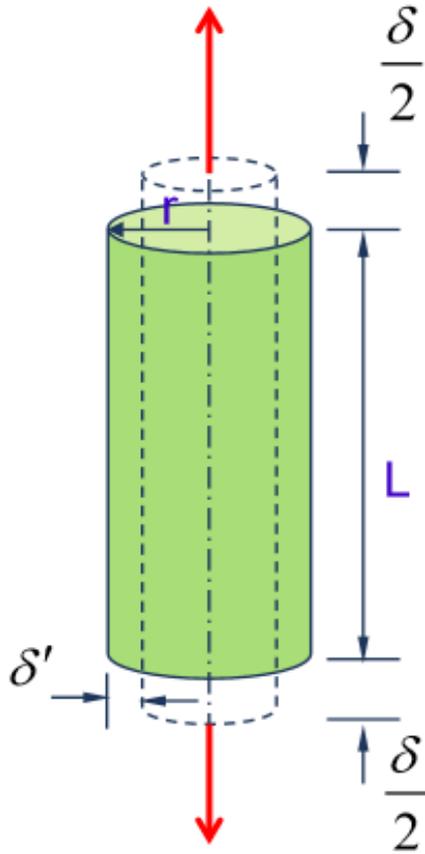
$$\underbrace{\varepsilon_{long} = \frac{\delta}{L} \quad \varepsilon_{trans} = \frac{\delta'}{r}}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{trans}}{\varepsilon_{long}}$$



*Coeficiente de Poisson
(adimensional)*

Coeficiente de Poisson



$$\varepsilon_{long} = \frac{\delta}{L} \quad \varepsilon_{trans} = \frac{\delta'}{r}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{trans}}{\varepsilon_{long}}$$



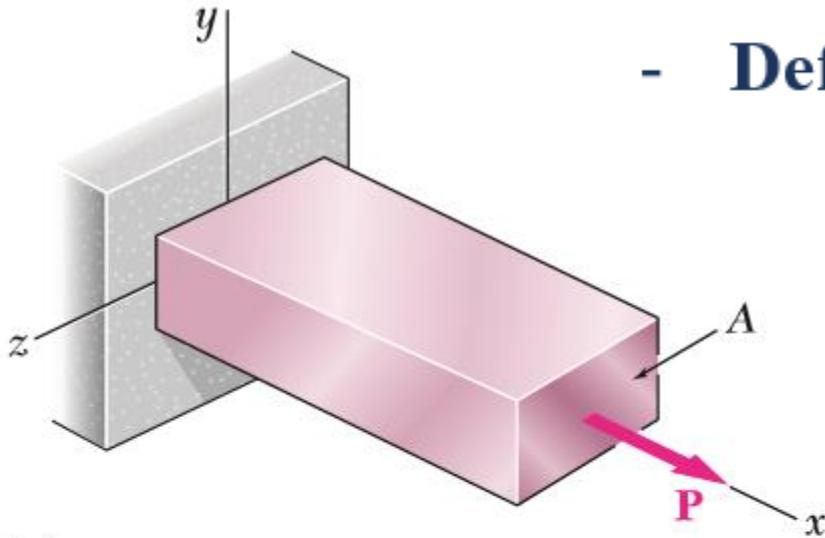
*Coeficiente de Poisson
(adimensional)*

- Dentro dos limites do comportamento elástico-linear, existe proporcionalidade entre as deformações específicas longitudinal e transversal.

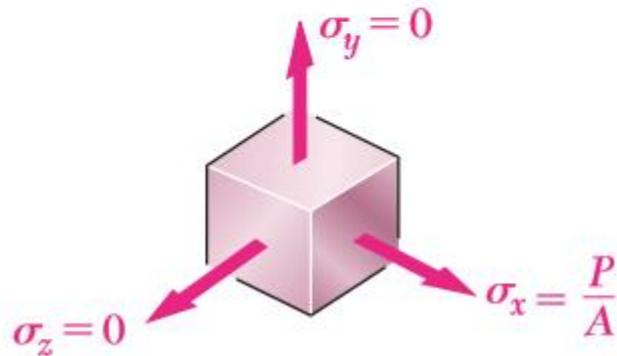
Coeficiente de Poisson

➤ Para o caso ilustrado (carregamento axial):

- **Deformação total:** $\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma_x L}{E}$



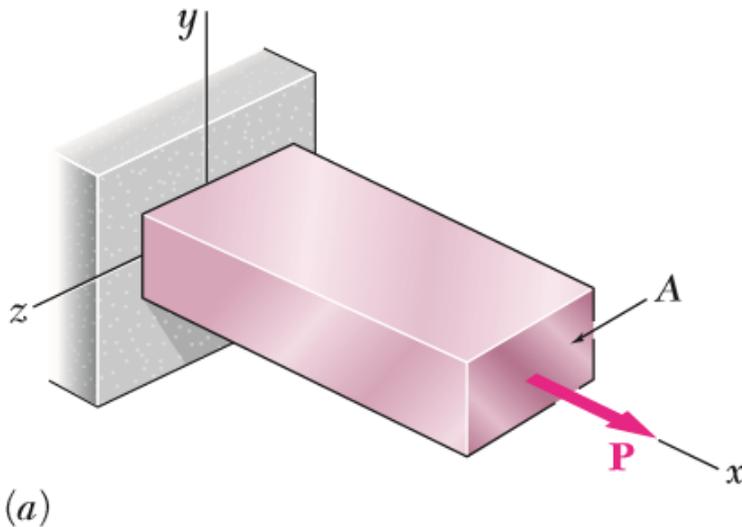
(a)



(b)

Coeficiente de Poisson

➤ Para o caso ilustrado (carregamento axial):

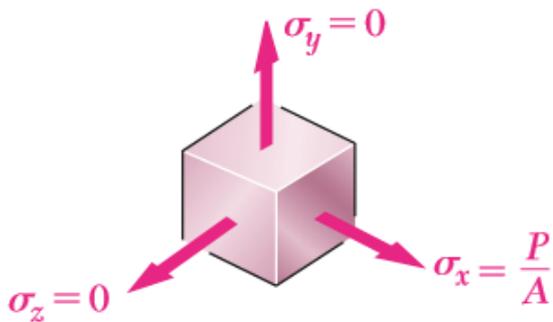


Deformação total: $\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma_x L}{E}$



$$\epsilon_{long} = \epsilon_x = \frac{\delta}{L} \quad \therefore \quad \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

Deformação específica transversal:

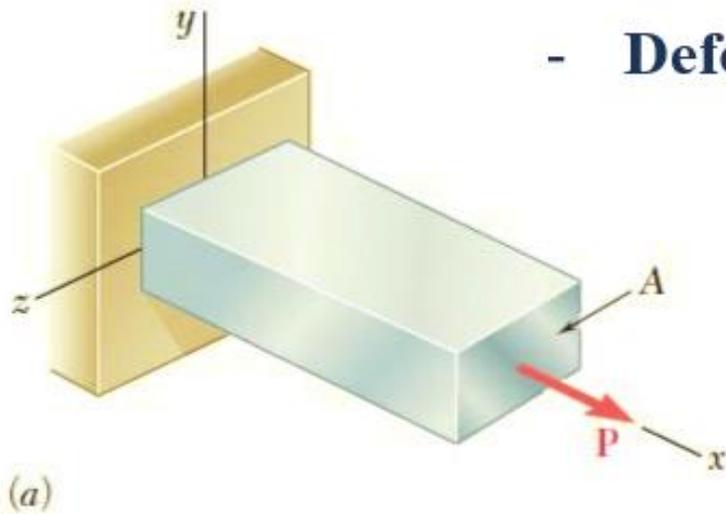


$$\nu = -\frac{\epsilon_{trans}}{\epsilon_{long}} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

$$\therefore \epsilon_y = \epsilon_z = -\nu \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

Coeficiente de Poisson

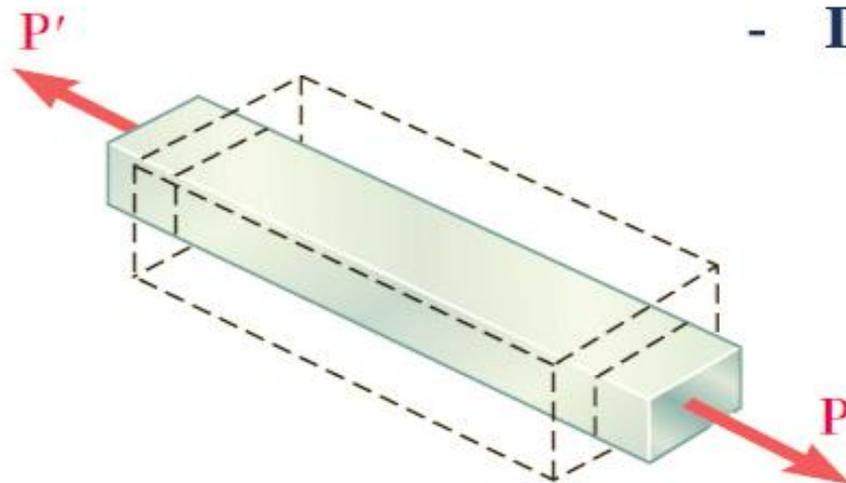
➤ Para o caso ilustrado (carregamento axial):



- Deformação total: $\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma_x L}{E}$



$$\epsilon_{long} = \epsilon_x = \frac{\delta}{L} \quad \therefore \quad \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$



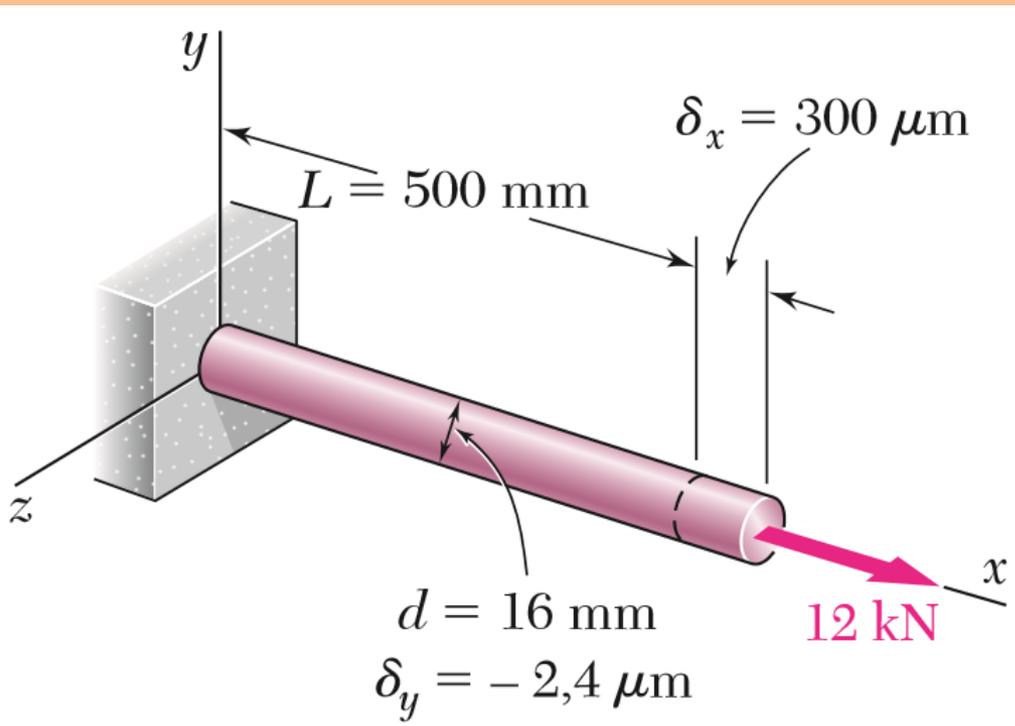
- Deformação específica transversal:

$$\nu = -\frac{\epsilon_{trans}}{\epsilon_{long}} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$$

$$\therefore \epsilon_y = \epsilon_z = -\nu \epsilon_x = -\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

Exemplo 2.7 (Beer et al., 2008)

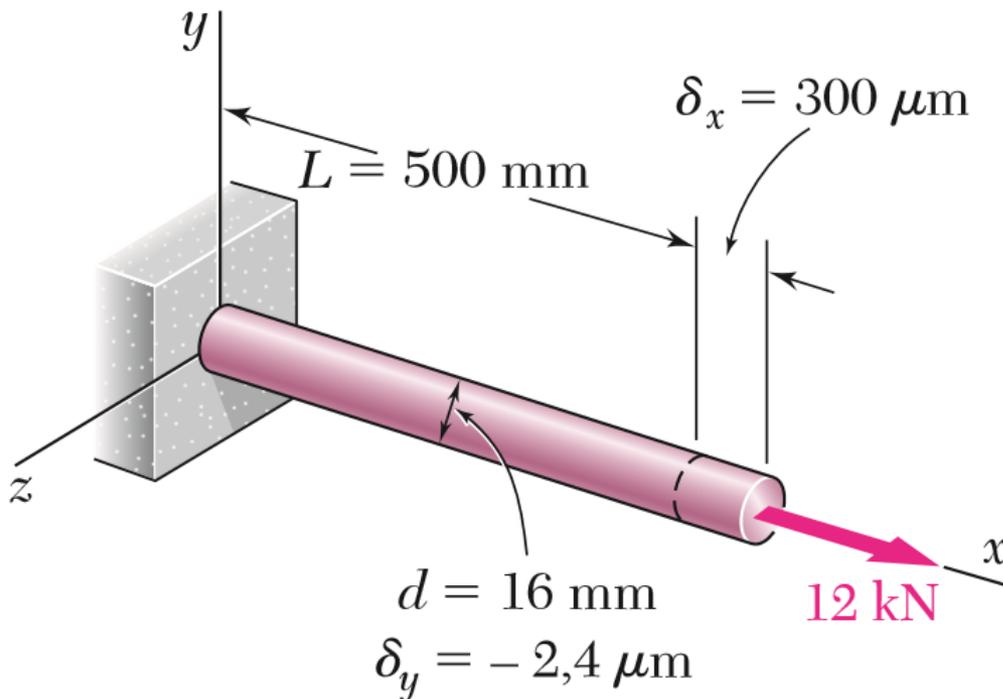
Uma barra de material homogêneo e isotrópico tem 500 mm de comprimento e 16 mm de diâmetro. Sob a ação da carga axial de 12 kN , o seu comprimento aumenta em $300 \mu\text{m}$ e seu diâmetro se reduz em $2,4 \mu\text{m}$. Determinar o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material.



OBS.: (1 micrometro = 10^{-6} m)

Exemplo 2.7 (Beer et al., 2008)

Uma barra de material homogêneo e isotrópico tem 500 mm de comprimento e 16 mm de diâmetro. Sob a ação da carga axial de 12 kN , o seu comprimento aumenta em $300 \mu\text{m}$ e seu diâmetro se reduz em $2,4 \mu\text{m}$. Determinar o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material.



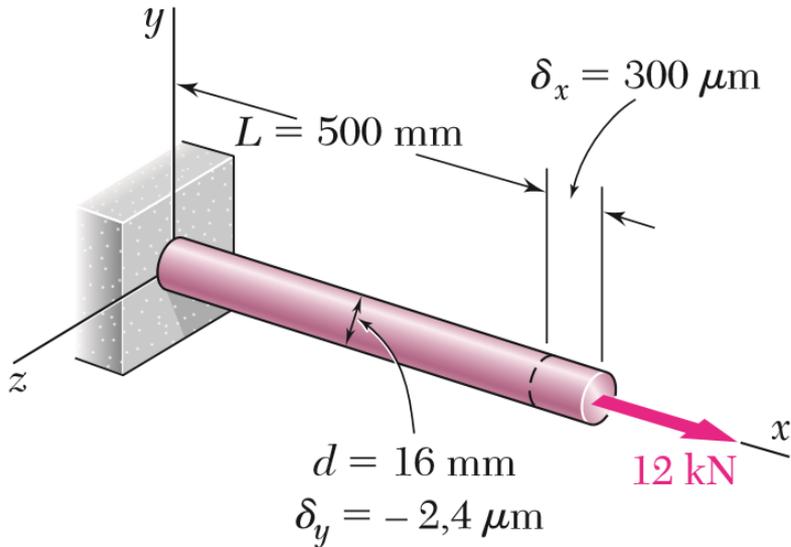
Passos:

- 1º - Determinar a área da barra;**
- 2º - Determinar σ_x , ϵ_x e ϵ_y ;**
- 3º - Através da Lei de Hooke, determinar o módulo de elasticidade;**
- 4º - Calcular o coeficiente de Poisson.**

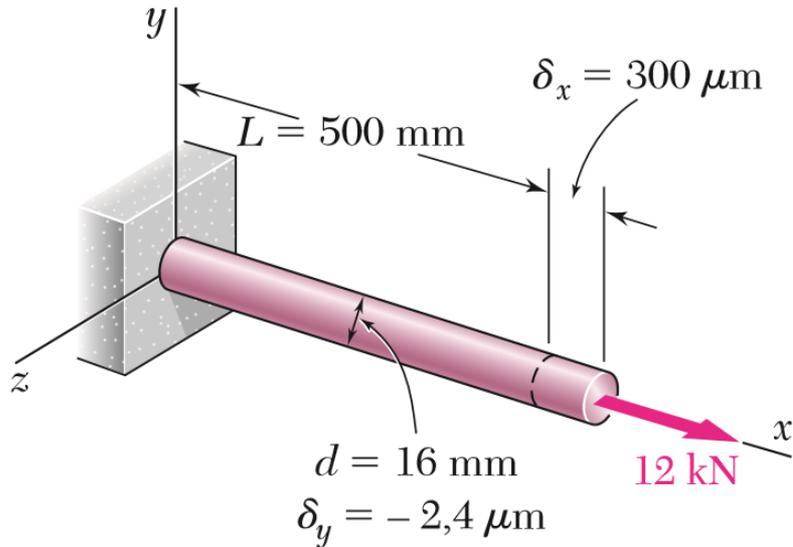
Exemplo 2.7 (Beer et al., 2008)

- Área da seção transversal da barra:

$$A = \pi r^2 = \pi(8 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 201 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$



Exemplo 2.7 (Beer et al., 2008)



- Área da seção transversal da barra:

$$A = \pi r^2 = \pi(8 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 201 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

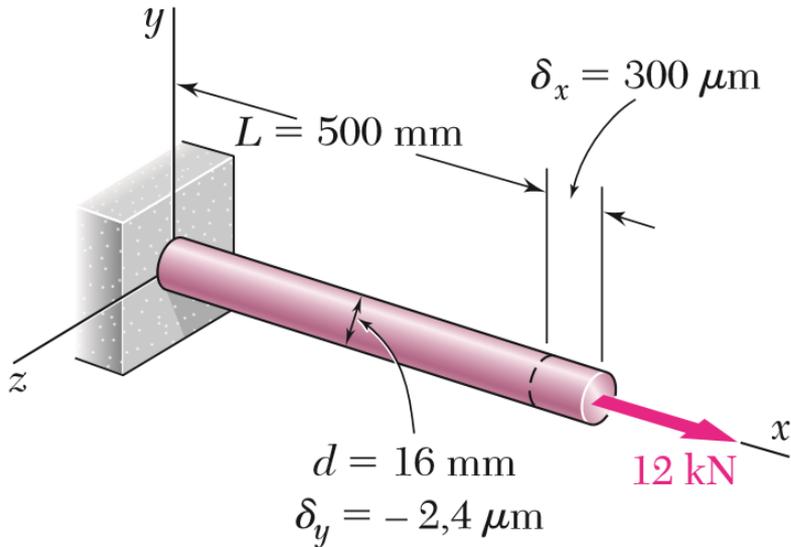
- Considerando que o eixo x coincide com o eixo da barra:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{12 \times 10^3 \text{ N}}{201 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 59,7 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_x = \frac{\delta_x}{L} = \frac{300 \mu\text{m}}{500 \text{ mm}} = 600 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta_y}{L} = \frac{-2,4 \mu\text{m}}{16 \text{ mm}} = -150 \times 10^{-6}$$

Exemplo 2.7 (Beer et al., 2008)



- Área da seção transversal da barra:

$$A = \pi r^2 = \pi(8 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 201 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

- Considerando que o eixo x coincide com o eixo da barra:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{12 \times 10^3 \text{ N}}{201 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 59,7 \text{ MPa}$$

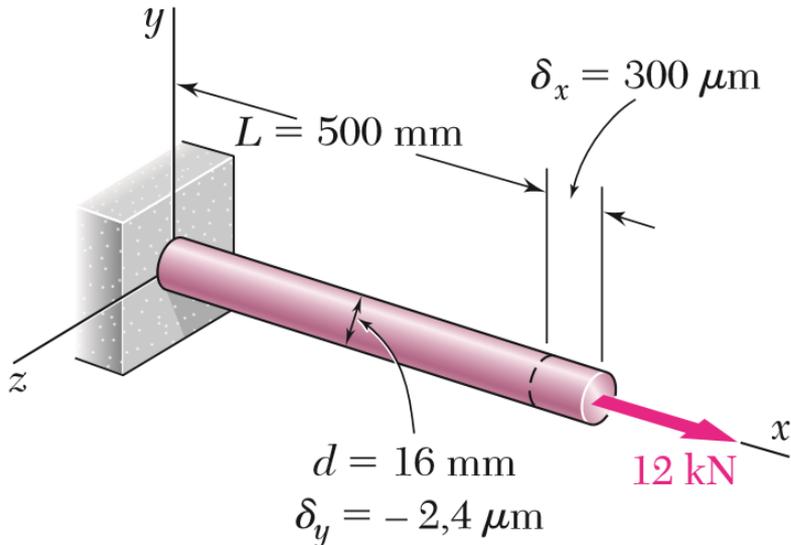
$$\epsilon_x = \frac{\delta_x}{L} = \frac{300 \text{ }\mu\text{m}}{500 \text{ mm}} = 600 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta_y}{L} = \frac{-2,4 \text{ }\mu\text{m}}{16 \text{ mm}} = -150 \times 10^{-6}$$

- Pela Lei de Hooke:

$$E = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x} = \frac{59,7 \text{ MPa}}{600 \times 10^{-6}} = 99,5 \text{ GPa}$$

Exemplo 2.7 (Beer et al., 2008)



- Área da seção transversal da barra:

$$A = \pi r^2 = \pi(8 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 201 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

- Considerando que o eixo x coincide com o eixo da barra:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{12 \times 10^3 \text{ N}}{201 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 59,7 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_x = \frac{\delta_x}{L} = \frac{300 \mu\text{m}}{500 \text{ mm}} = 600 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta_y}{L} = \frac{-2,4 \mu\text{m}}{16 \text{ mm}} = -150 \times 10^{-6}$$

- Pela Lei de Hooke:

$$E = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x} = \frac{59,7 \text{ MPa}}{600 \times 10^{-6}} = 99,5 \text{ GPa}$$

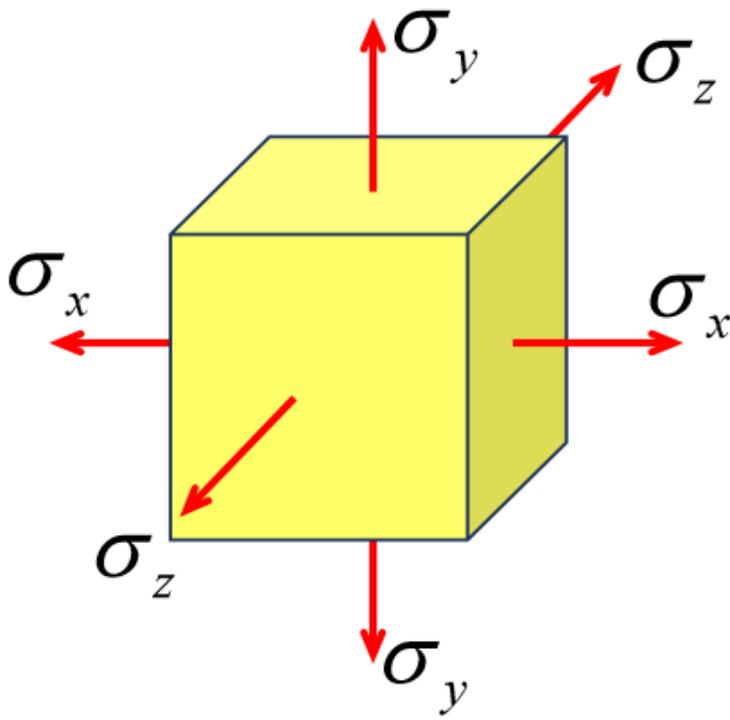
- Coeficiente de Poisson:

$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = -\frac{-150 \times 10^{-6}}{600 \times 10^{-6}} = 0,25$$

Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

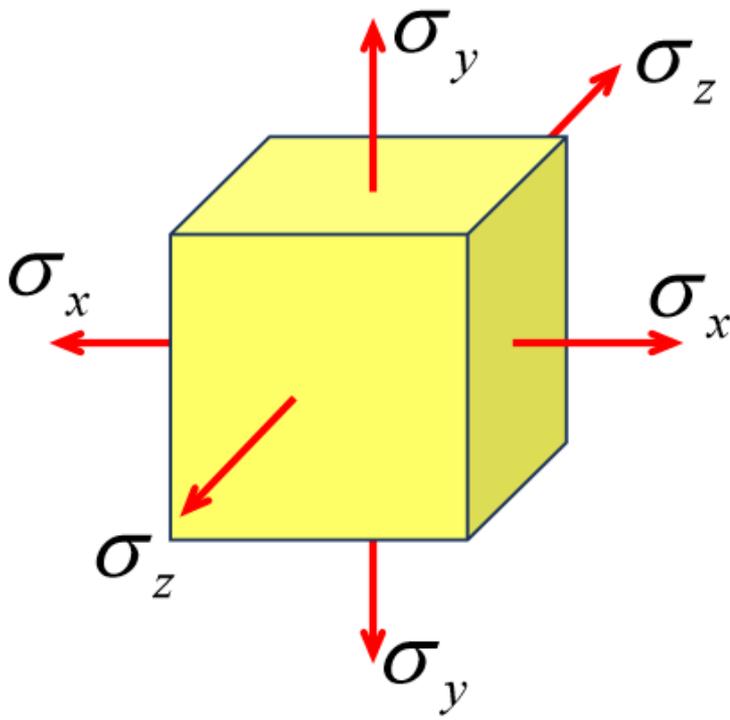
- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



- *Princípio da superposição: o efeito provocado em uma estrutura por determinado carregamento combinado pode ser obtido determinando-se separadamente os efeitos dos vários carregamentos e combinando-se os resultados obtidos.*

Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:

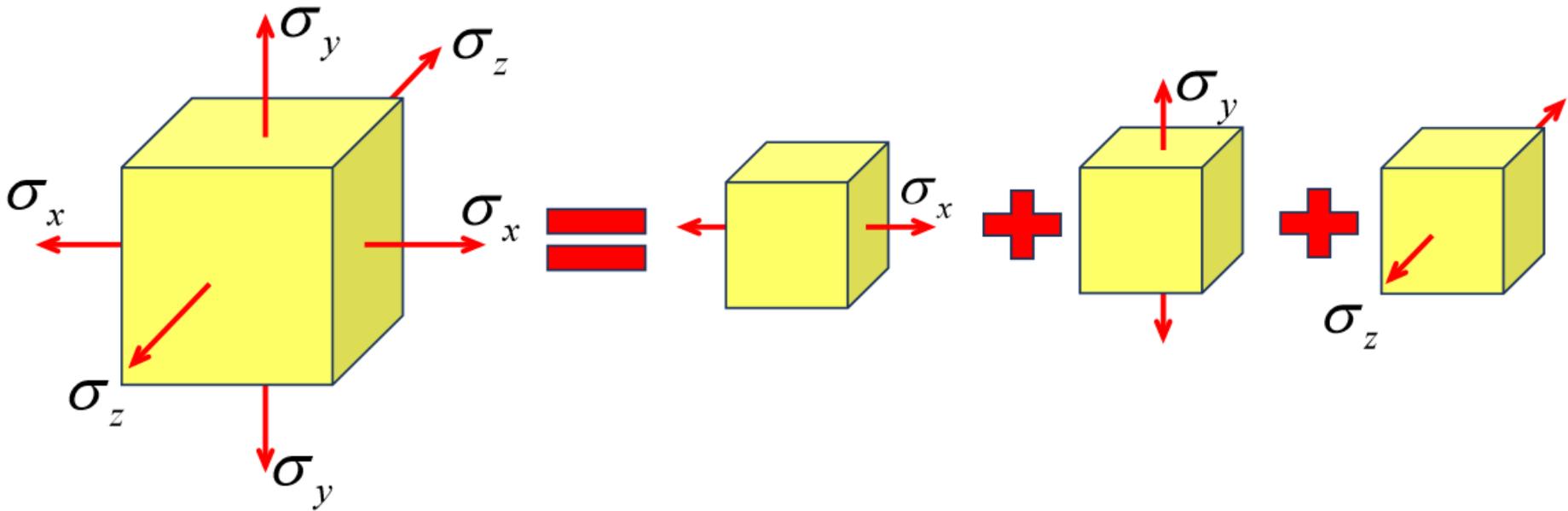


- *Princípio da superposição:*
Condições de aplicação:

- 1) *Cada efeito é diretamente proporcional à carga que o produz;*
- 2) *A deformação causada por qualquer dos carregamentos é pequena e não afeta as condições de aplicação dos outros carregamentos.*

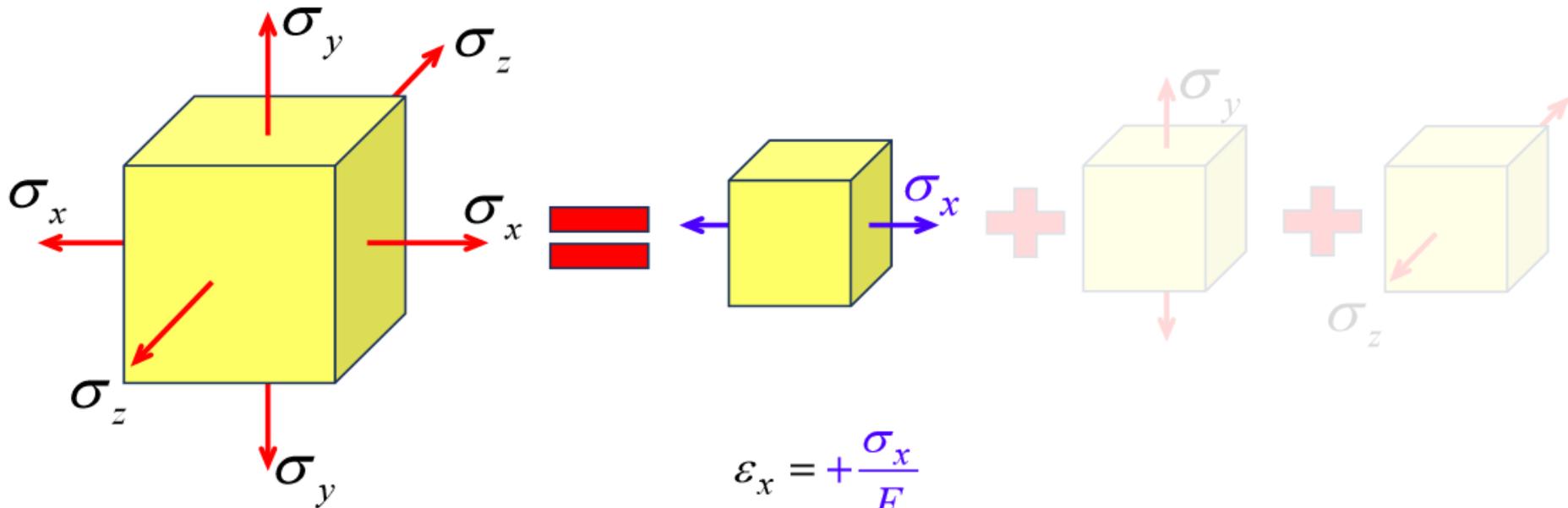
Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



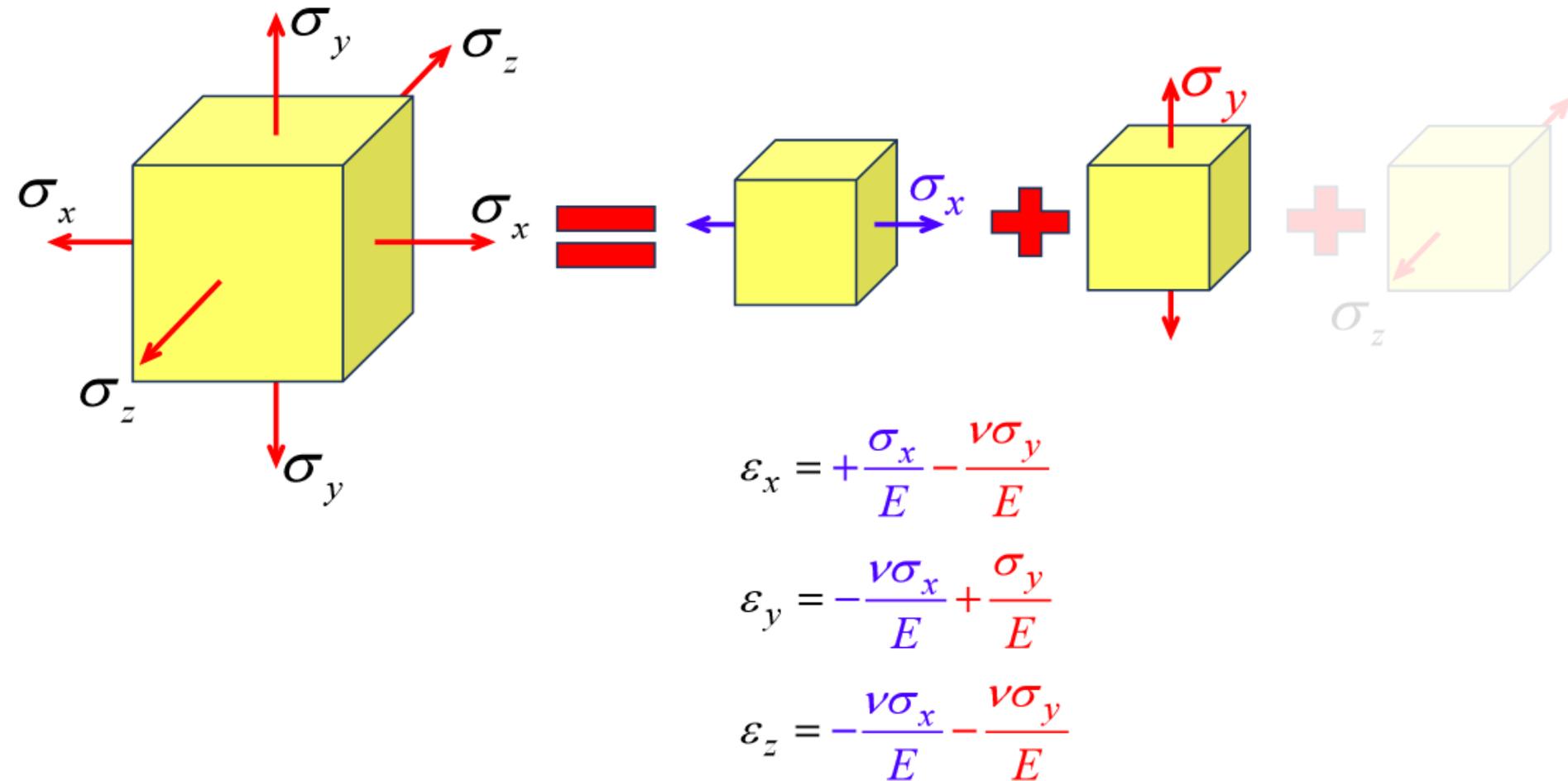
$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E}$$

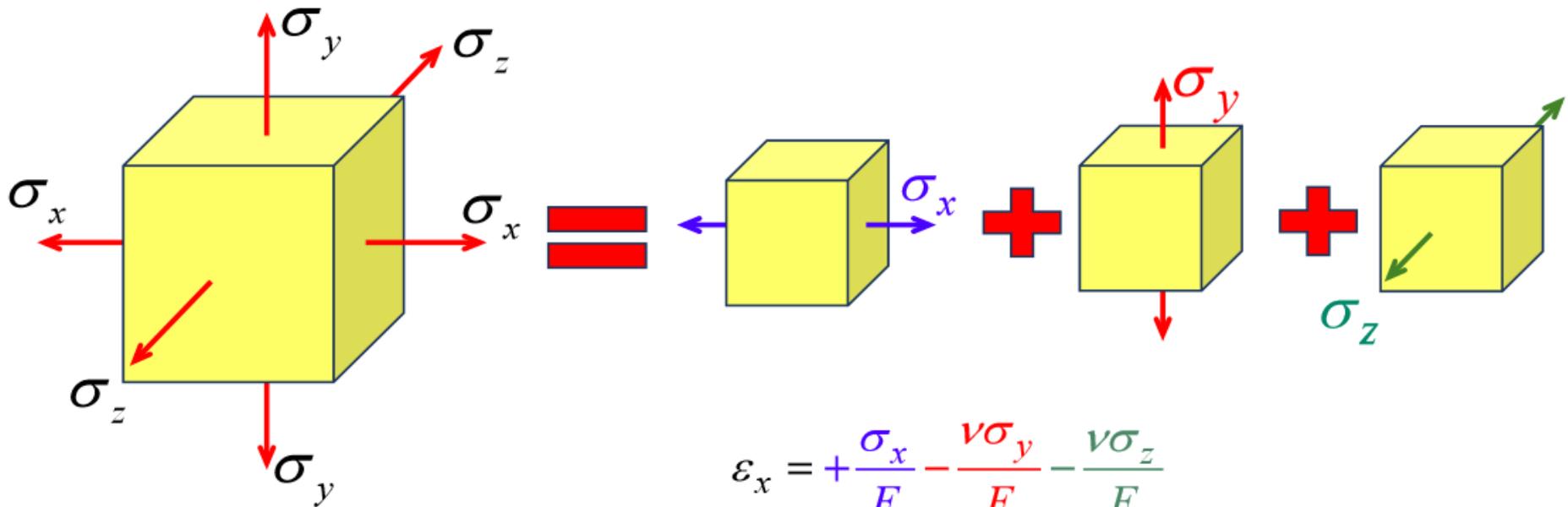
Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



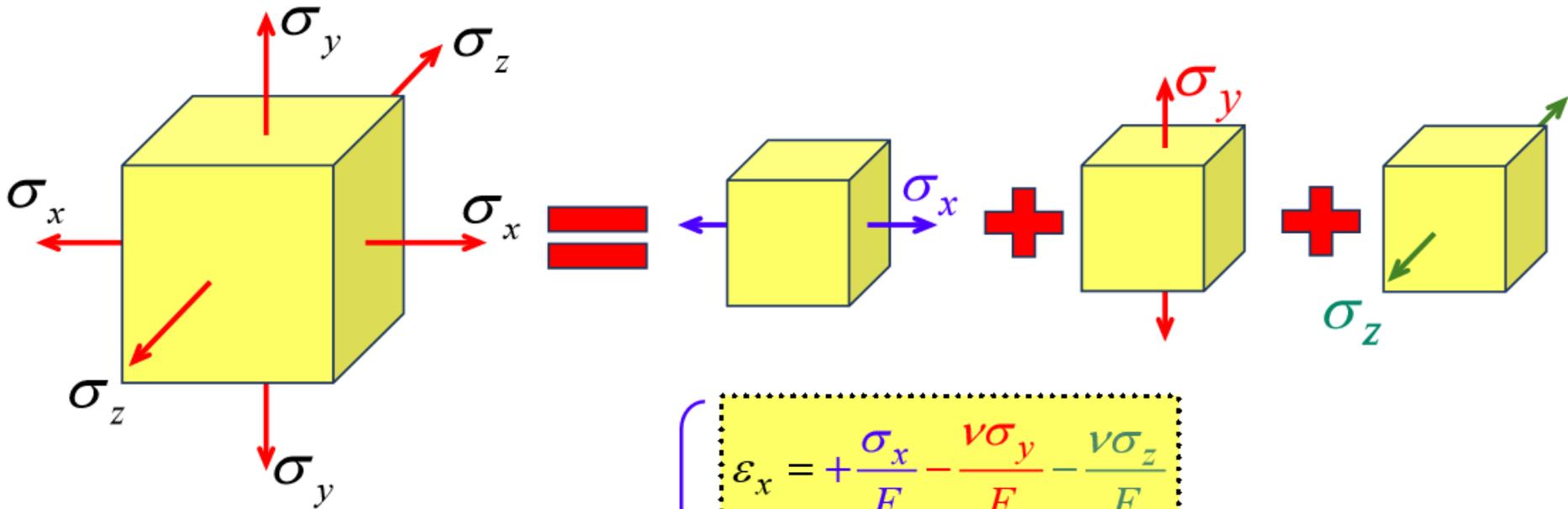
$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



Generalização da Lei de Hooke para carregamento multiaxial:

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

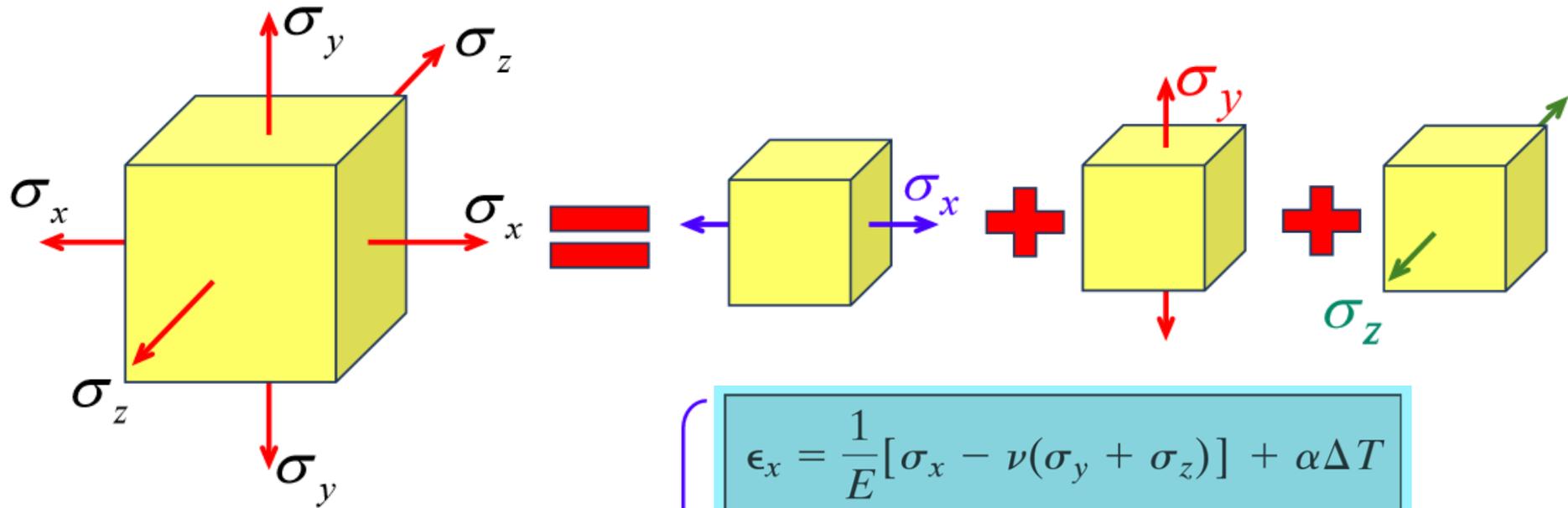
$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$



Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



Generalização da Lei de Hooke para carregamento multiaxial:

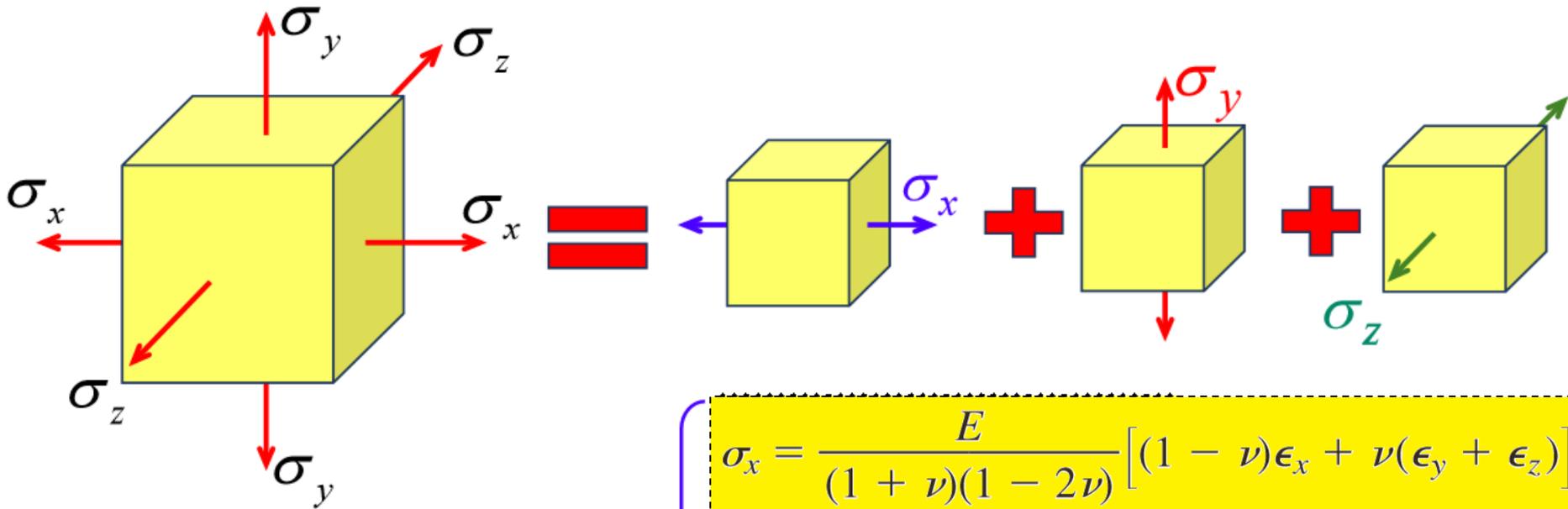
$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha\Delta T$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + \alpha\Delta T$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \alpha\Delta T$$

Carregamento multiaxial Generalização da Lei de Hooke

- Considerando que o material esteja sujeito a tensões axiais nas direções dos três eixos coordenados:



Generalização da Lei de Hooke para carregamento multiaxial:

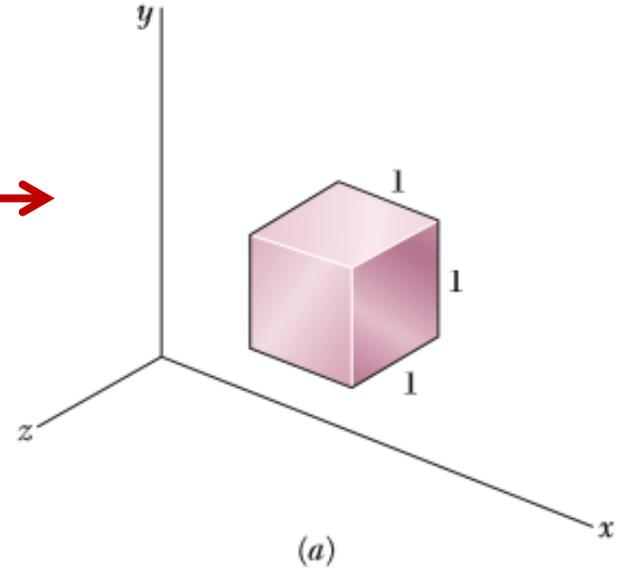
$$\sigma_x = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[(1 - \nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z) \right]$$
$$\sigma_y = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[(1 - \nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_z + \epsilon_x) \right]$$
$$\sigma_z = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[(1 - \nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y) \right]$$

VARIAÇÃO NO VOLUME DE UM ELEMENTO DE MATERIAL ISOTRÓPICO

Dilatação volumétrica do material

Considerando um elemento em um estado livre de tensão:

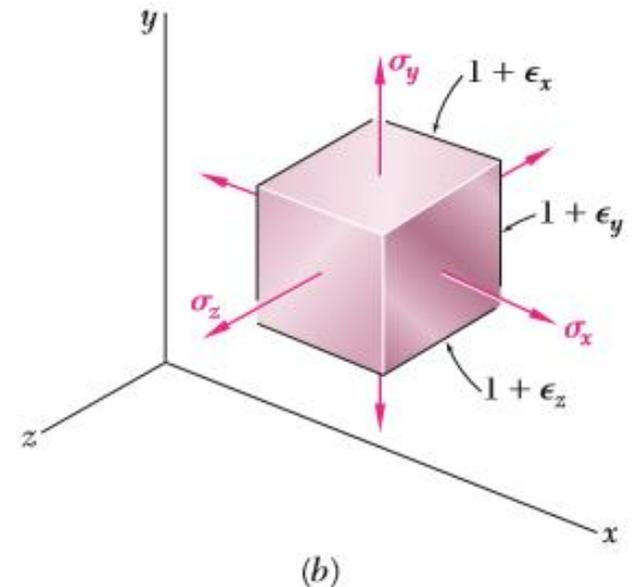
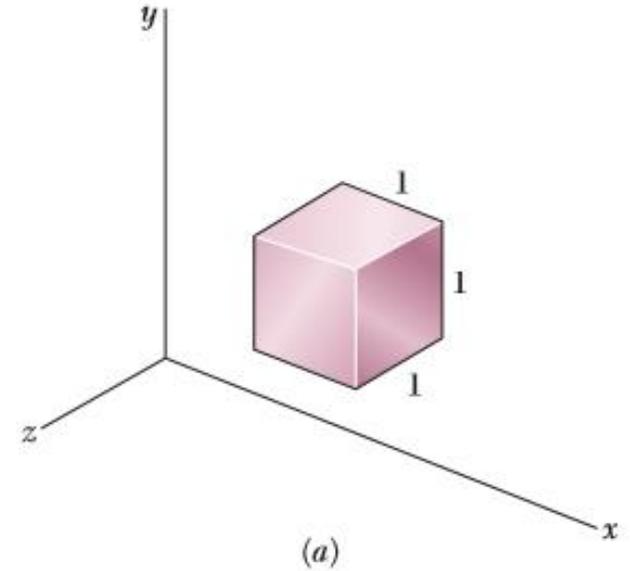
Cubo de volume unitário



Dilatação volumétrica do material

Sob as tensões σ_x , σ_y e σ_z , ele se deforma transformando-se em um paralelepípedo retangular de volume:

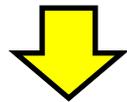
$$v = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)$$



Dilatação volumétrica do material

Sob as tensões σ_x , σ_y e σ_z , ele se deforma transformando-se em um paralelepípedo retangular de volume:

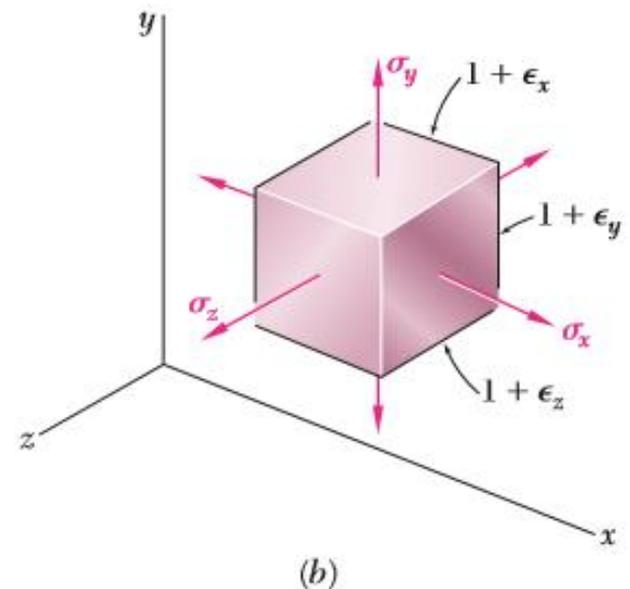
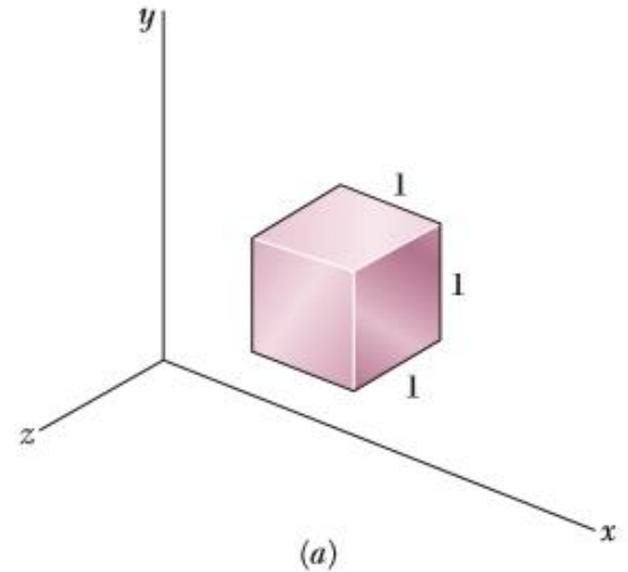
$$v = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z)$$



Para pequenas deformações



$$v = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$



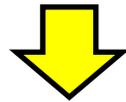
Dilatação volumétrica do material

Designando por e a variação do volume de nosso elemento, escrevemos:

$$e = v - 1 = 1 + \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z - 1$$

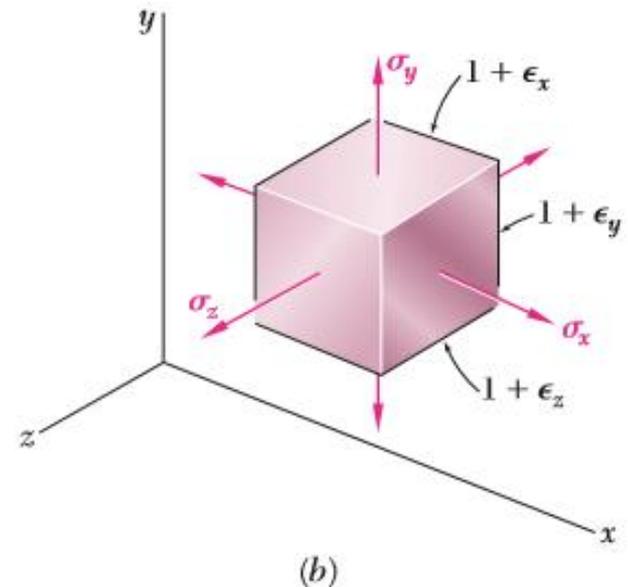
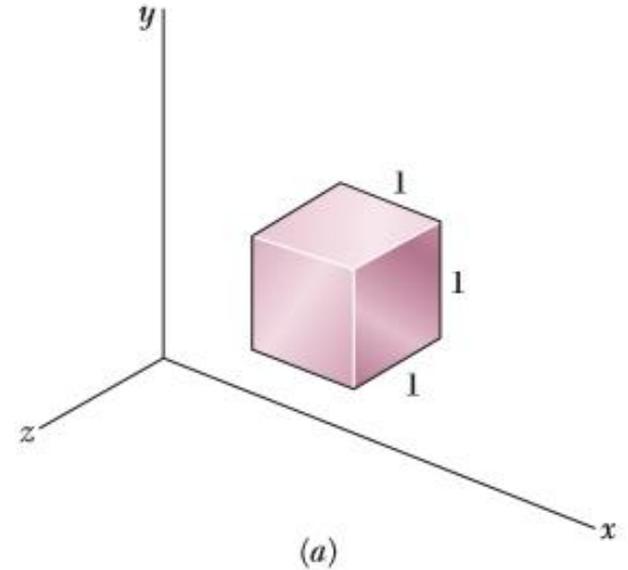
$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

Ou em termos de tensão:



$$e = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{E} - \frac{2\nu(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{E}$$

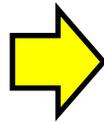
$$e = \frac{1 - 2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$



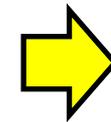
Dilatação volumétrica do material

Um caso de interesse especial é aquele de um corpo sujeito a uma pressão hidrostática uniforme p :

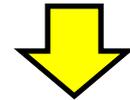
$$e = -\frac{3(1 - 2\nu)}{E} p$$



$$k = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}$$



$$e = -\frac{p}{k}$$



*Módulo de Compressibilidade
Volumétrica do material (MPa)*



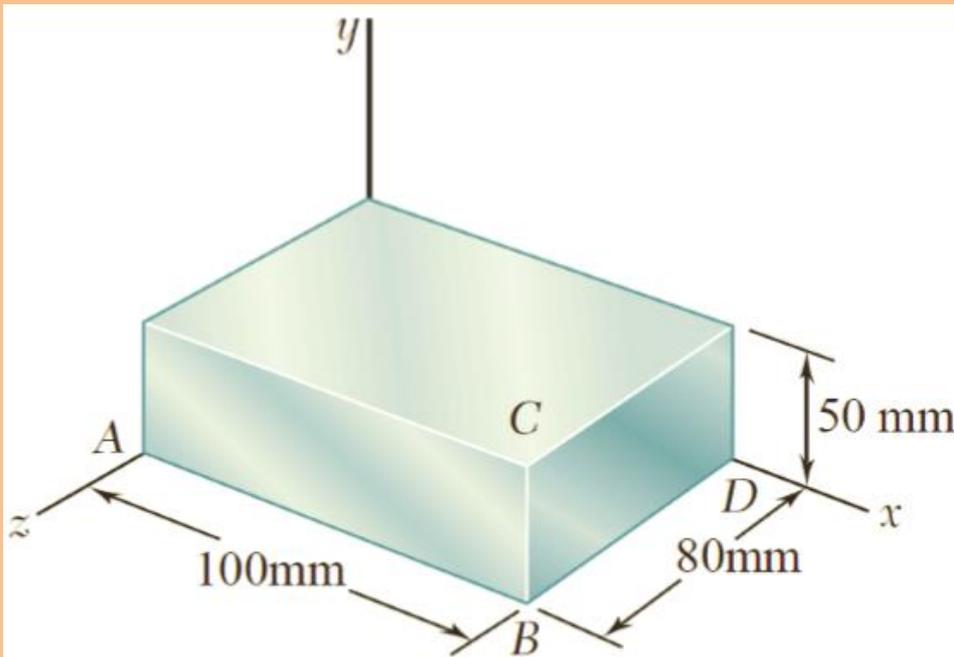
$$1 - 2\nu > 0,$$

Concluimos então que, para qualquer material de engenharia:

$$0 < \nu < \frac{1}{2}$$

Exemplo 2.8 (Beer et al., 2008)

Um bloco de aço é submetido à ação de pressão uniforme em todas as faces. Mediu-se a variação do comprimento AB, que foi de $-0,03 \text{ mm}$. Determinar:



a) A variação no comprimento das outras arestas;

a) A pressão p aplicada às faces do bloco.

ADOTAR:

$E = 200 \text{ GPa}$ e $\nu = 0,29$.

Exemplo

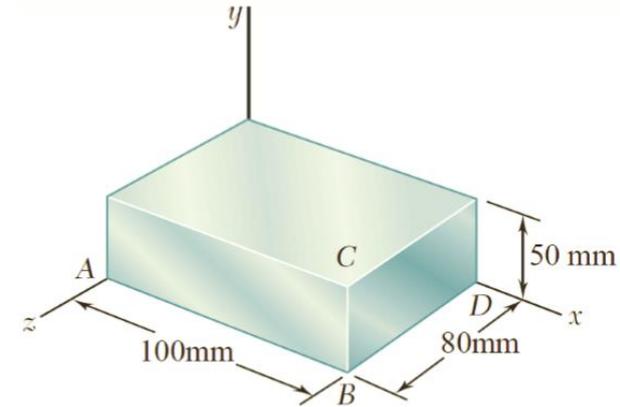
a) Alteração no comprimento das outras arestas:

Como $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$, tem-se:

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$



São iguais!

Exemplo

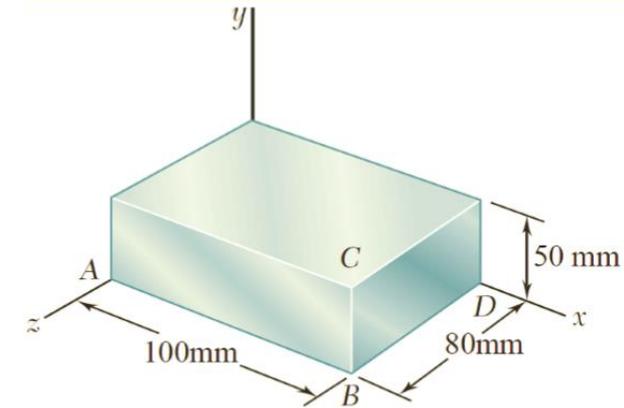
a) Alteração no comprimento das outras arestas:

Como $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$, tem-se:

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$



São iguais!

Por outro lado:

$$\varepsilon_x = \delta_x / AB = -0,03\text{mm} / 100\text{mm} = -300 \times 10^{-6} \text{mm} / \text{mm}$$

Exemplo

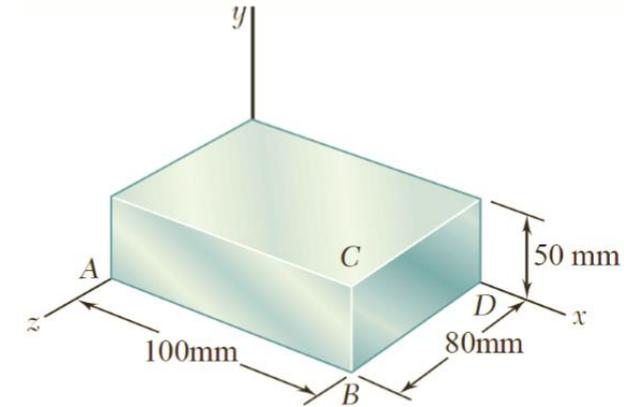
a) Alteração no comprimento das outras arestas:

Como $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p$, tem-se:

$$\varepsilon_x = +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$

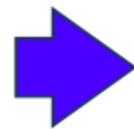
$$\varepsilon_z = -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$



São iguais!

Então:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -300 \times 10^{-6} \text{ mm/mm}$$



$$\delta_y = \varepsilon_y (BC) = (-300 \times 10^{-6})(50 \text{ mm}) = -0,015 \text{ mm}$$

$$\delta_z = \varepsilon_z (BD) = (-300 \times 10^{-6})(80 \text{ mm}) = -0,024 \text{ mm}$$

Exemplo

b) Pressão:

Como:

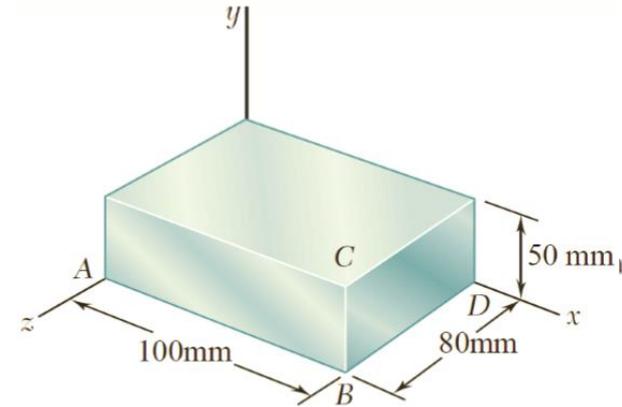
$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -300 \times 10^{-6}$$

Mas, ao mesmo tempo:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\frac{p}{E}(1 - 2\nu)$$

Então:

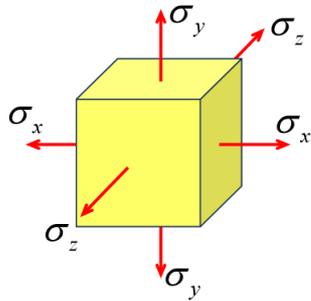
$$p = -\frac{E\varepsilon_x}{(1 - 2\nu)} = -\frac{(200\text{GPa})(-300 \times 10^{-6})}{1 - 0,58} = 142,9\text{MPa}$$



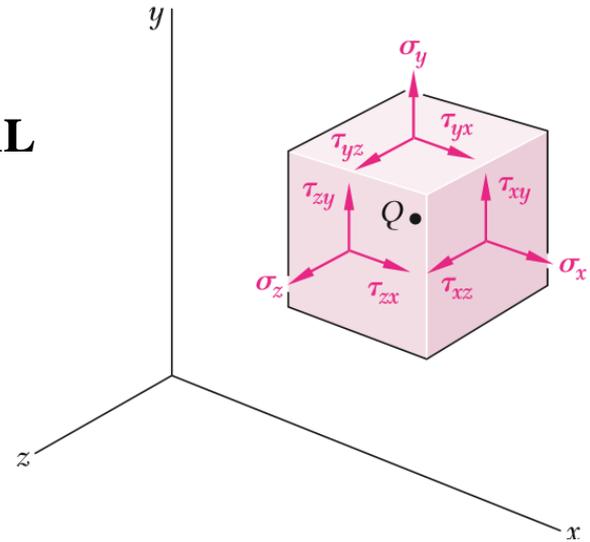
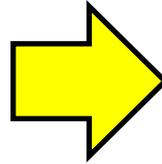
Deformações de cisalhamento

Deformações de cisalhamento

- Considere um caso de estado de tensões mais geral, onde estão presentes tanto as tensões axiais quanto as tensões de cisalhamento τ_{xy} , τ_{zx} e τ_{yz} .

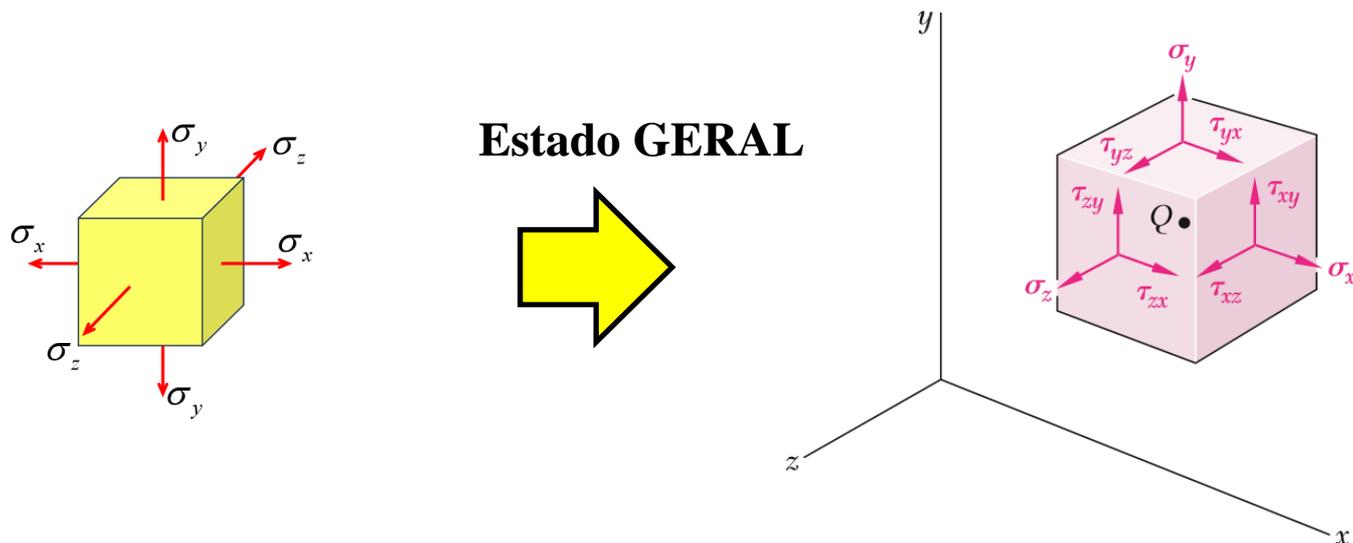


Estado GERAL



Deformações de cisalhamento

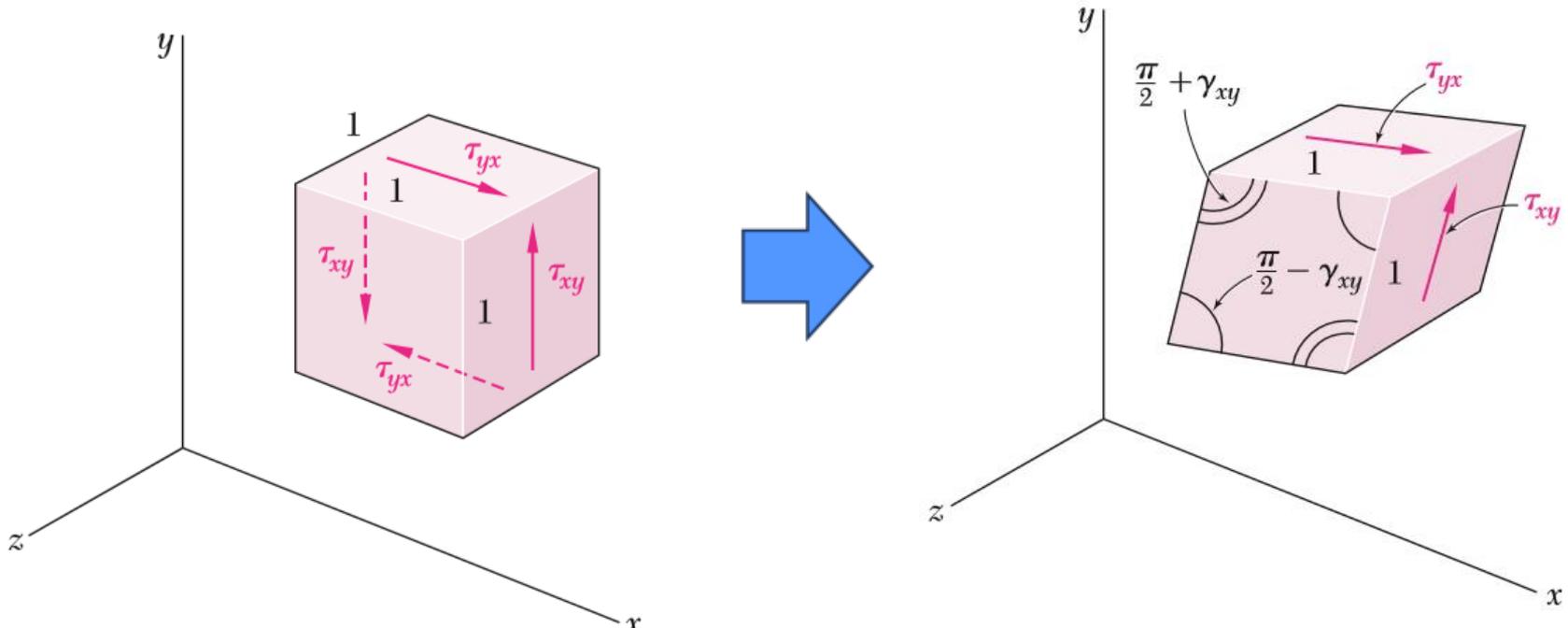
- Considere um caso de estado de tensões mais geral, onde estão presentes tanto as tensões axiais quanto as tensões de cisalhamento τ_{xy} , τ_{zx} e τ_{yz} .



- *Essas tensões (cisalhantes) não têm nenhum efeito direto nas deformações específicas, e, enquanto as deformações permanecerem pequenas, não vão afetar as expressões da Lei de Hooke generalizada para carregamento multiaxial.*

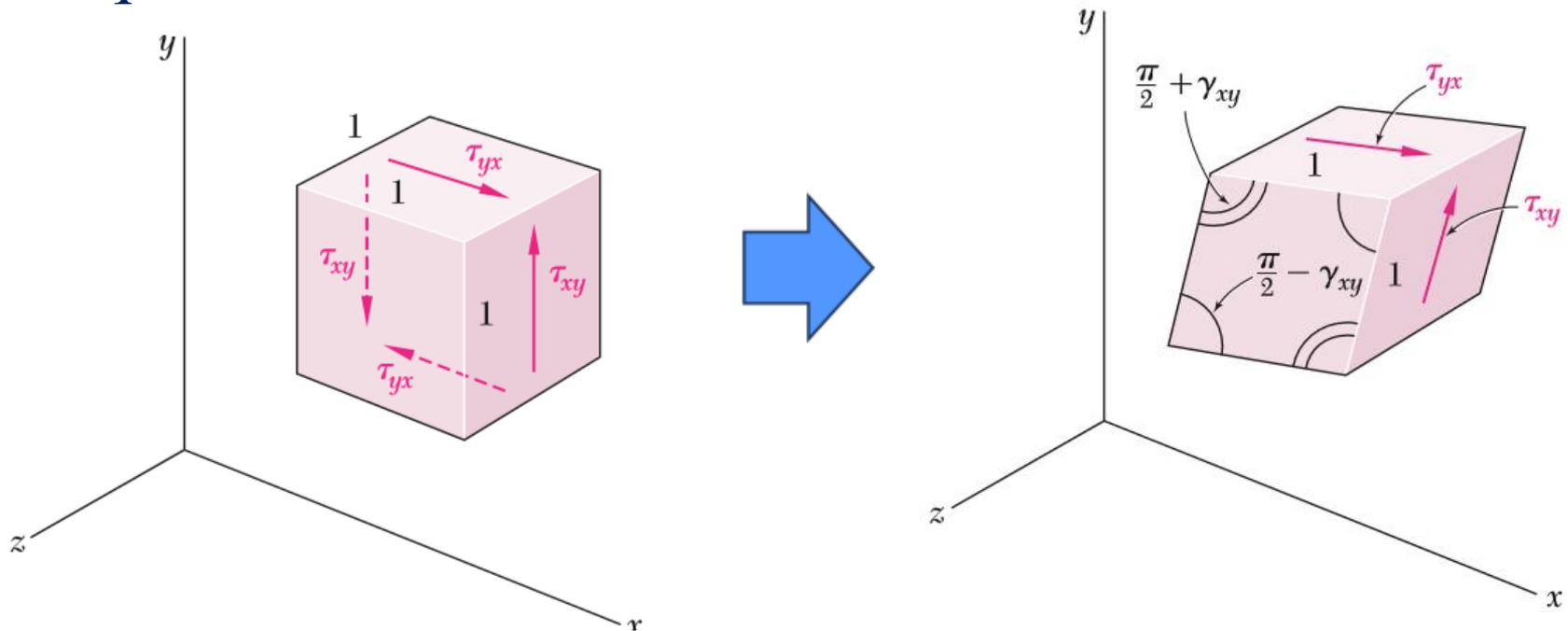
Deformações de cisalhamento

- *As tensões de cisalhamento tenderão a deformar o cubo elementar transformando-o em um paralelepípedo oblíquo.*
 - *Considerando somente as tensões cisalhantes perpendiculares aos eixos x e y :*



Deformações de cisalhamento

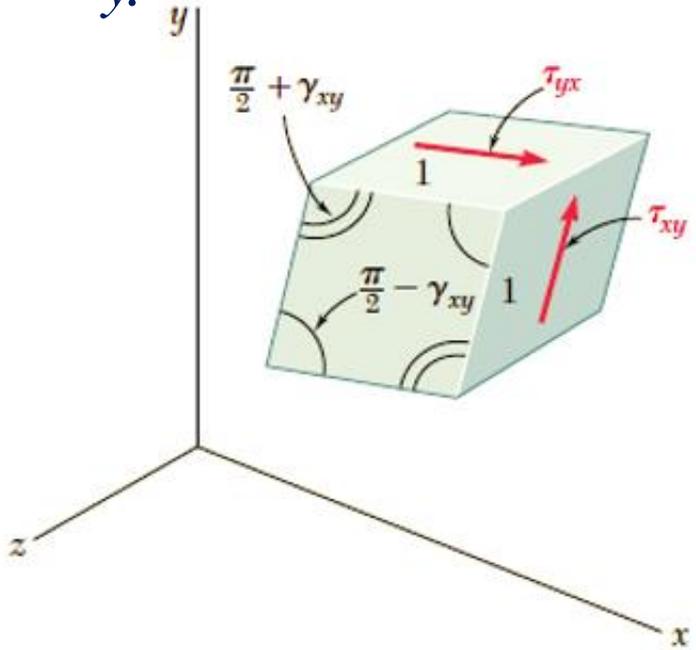
- *As tensões de cisalhamento tenderão a deformar o cubo elementar transformando-o em um paralelepípedo oblíquo.*



- *A medida de deformação para poder caracterizar tais **mudanças de forma** é a chamada **deformação de cisalhamento** ou **distorção angular**.*

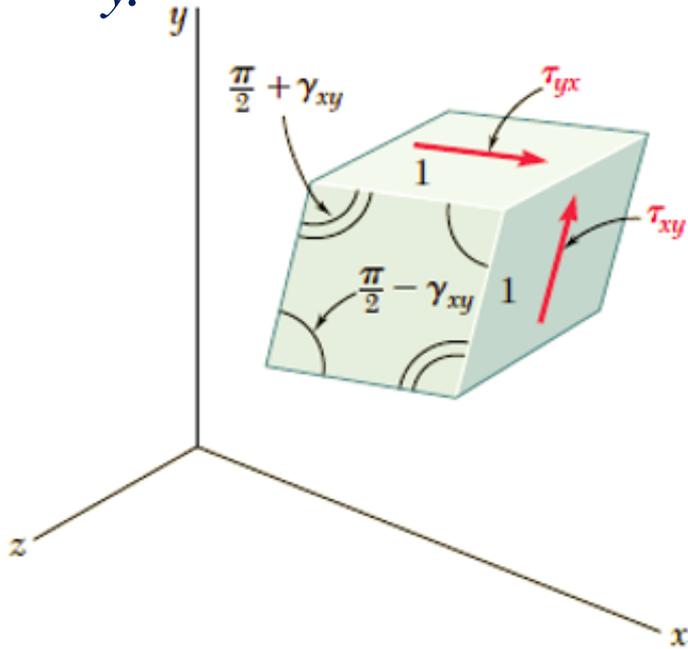
Deformações de cisalhamento

- A deformação de cisalhamento γ_{xy} , um pequeno ângulo **expresso em radianos**, define a distorção do cubo correspondente às direções x e y .



Deformações de cisalhamento

- A deformação de cisalhamento γ_{xy} , um pequeno ângulo **expresso em radianos**, define a distorção do cubo correspondente às direções x e y .



- **Redução no ângulo** formado pelas faces orientadas segundo os eixos x e y , indica **deformação de cisalhamento γ_{xy} positiva**.
- Ao se realizar um teste de torção, obtém-se o **diagrama tensão-deformação** de cisalhamento;
- Se a tensão não excede o **limite de proporcionalidade** no cisalhamento, há também “uma Lei de Hooke”:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$

Módulo de elasticidade transversal do material.

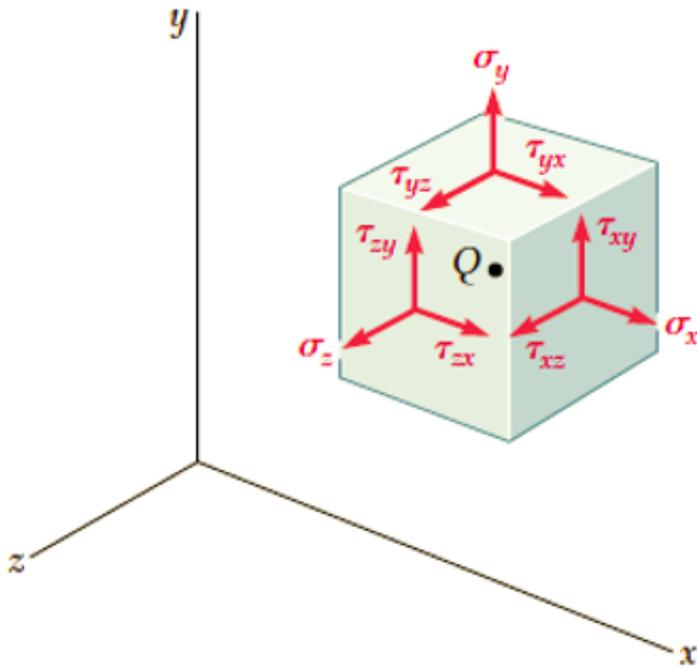
Deformações de cisalhamento

- *Para as tensões de cisalhamento τ_{zx} e τ_{yz} , pode-se escrever as seguintes relações adicionais:*

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad \text{e} \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}$$

Deformações de cisalhamento

- Assim, para o cubo elementar sujeito a tensões axiais e de cisalhamento, tem-se que:



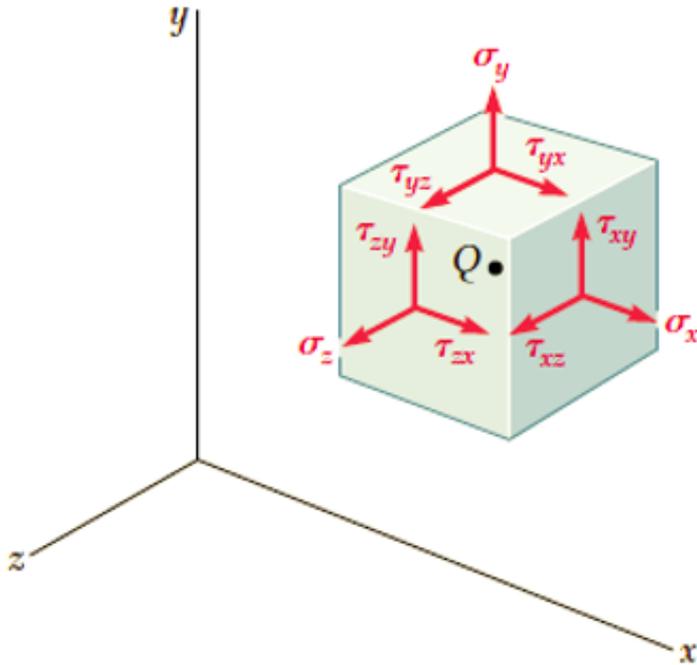
$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= +\frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu\sigma_z}{E} \\ \varepsilon_z &= -\frac{\nu\sigma_x}{E} - \frac{\nu\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}\end{aligned}$$

Lei de Hooke generalizada.



Deformações de cisalhamento

- Assim, para o cubo elementar sujeito a tensões axiais e de cisalhamento, tem-se que:



$$\sigma_x = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[(1 - \nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z) \right]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[(1 - \nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_z + \epsilon_x) \right]$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[(1 - \nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y) \right]$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad \tau_{xz} = G\gamma_{xz}$$

Lei de Hooke generalizada.



Deformações de cisalhamento

➤ Assim, para o cubo elementar sujeito a tensões axiais e de cisalhamento, tem-se que:

$$\sigma_x = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [(1 - \nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z) - (1 + \nu)(\alpha \Delta T)]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [(1 - \nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_z + \epsilon_x) - (1 + \nu)(\alpha \Delta T)]$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [(1 - \nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y) - (1 + \nu)(\alpha \Delta T)]$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}, \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz}, \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx}$$

Lei de Hooke generalizada.



Relação entre constantes elásticas

Relação entre constantes elásticas

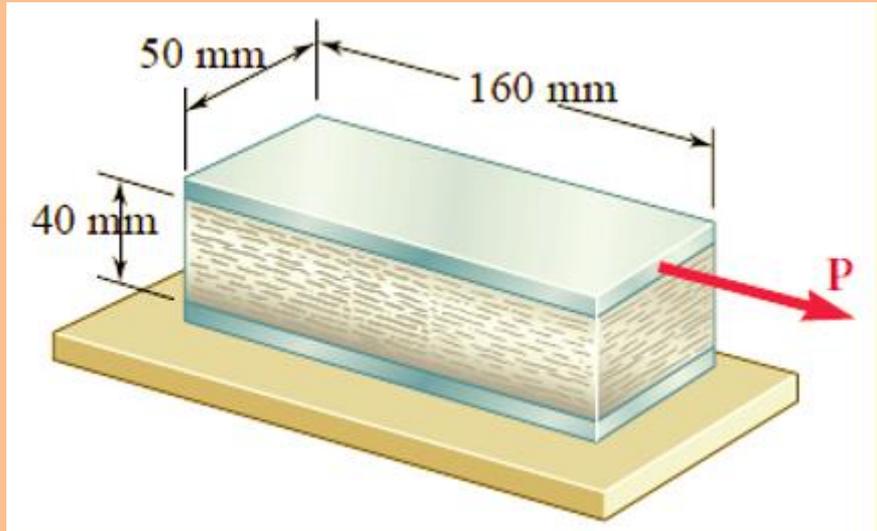
- *Escrevendo a relação entre deformação de cisalhamento e deformação específica normal e utilizando a lei de Hooke, constatamos que **duas constantes elásticas** são suficientes para **caracterizar o material** dentro do regime elástico-linear.*

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$



Exemplo 2.8 (Beer et al., 2008)

Um bloco retangular é feito de material que tem módulo de elasticidade transversal $G = 600 \text{ MPa}$. O bloco é colado a duas placas horizontais rígidas. A placa inferior é fixa e a placa superior é submetida à força P . Sabendo-se que a placa superior se move $0,8 \text{ mm}$ sob a ação da força, determinar:

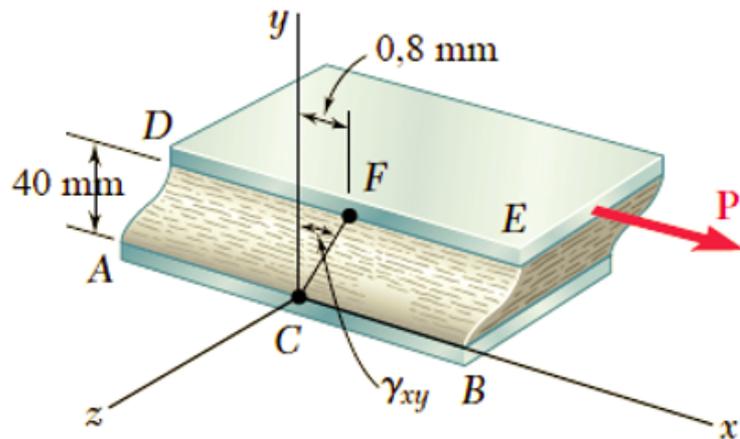


- A deformação de cisalhamento do material;*
- A força P que atua na placa superior.*

Exemplo

a) Deformação de cisalhamento:

Adotando o sistema de coordenadas ilustrado na figura, a deformação de cisalhamento γ_{xy} é igual ao ângulo formado pela vertical e a linha CF . Lembrando que esse ângulo é bem pequeno, expresso em radianos, tem-se:



$$\gamma_{xy} \approx \text{tg} \gamma_{xy} = \frac{0,8\text{mm}}{40\text{mm}}$$

$$\therefore \gamma_{xy} = 0,020$$

Exemplo

b) Força atuante na placa superior:

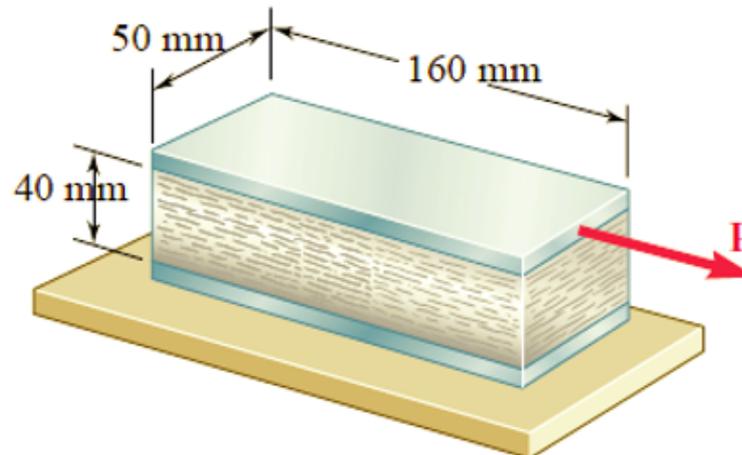
Primeiro aplica-se a Lei de Hooke para determinar a tensão atuante:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = (600\text{MPa})(0,020) = 12\text{MPa}$$

Depois, obtém-se a força atuante na placa:

$$P = \tau_{xy}A = (12 \times 10^6 \text{ Pa})(0,160\text{m} \times 0,050\text{m}) = 96 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P = 96\text{kN}$$



...

CONTINUA