

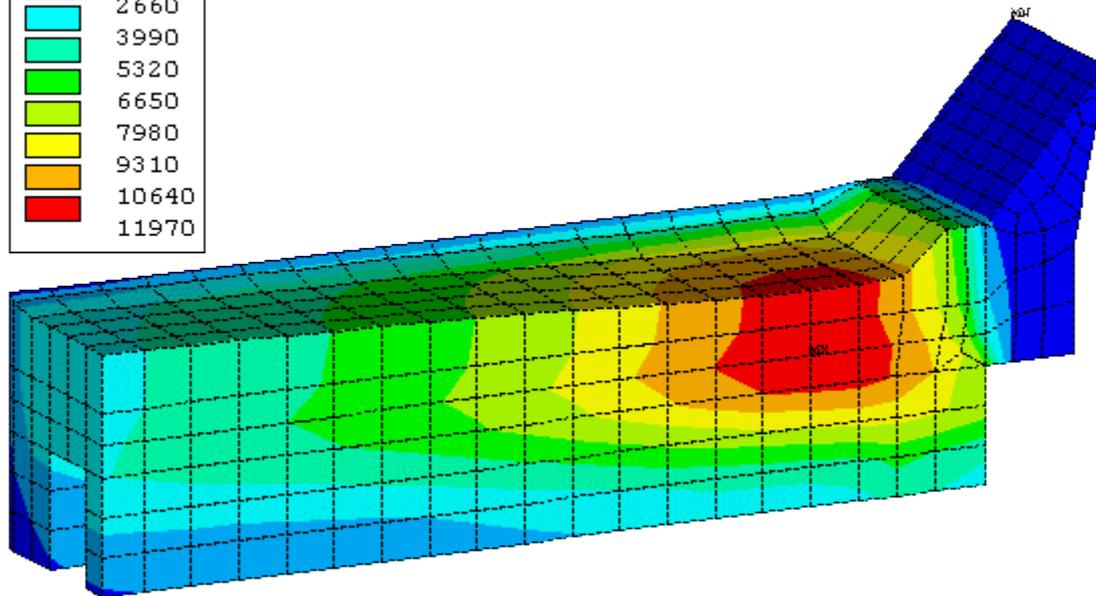
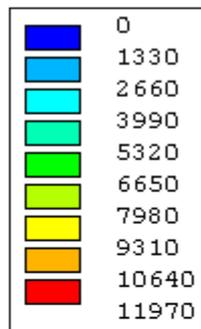


UNIVERSIDADE FEDERAL  
DE ALAGOAS

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

## CAMPUS SERTÃO

### EIXO TECNOLOGIA



## Mecânica dos Sólidos II

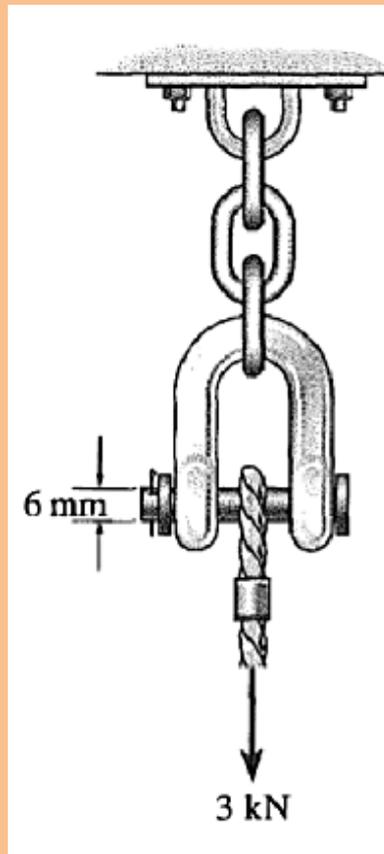
Prof. Dr. Alverlando Ricardo

## Aula 2: PARTE I: **Tensão & Deformação**

**EXERCÍCIO: AULA ANTERIOR**

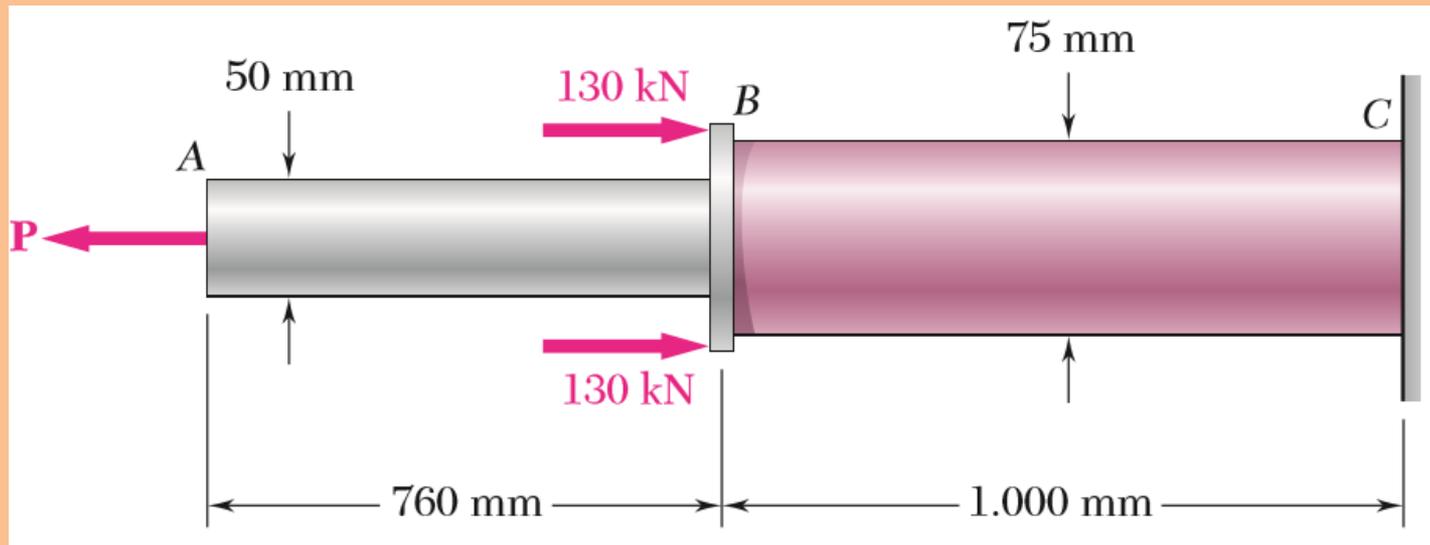
# Exemplo 1

1) O arganém da âncora suporta uma força de cabo de  $3 \text{ kN}$ . Se o pino tiver diâmetro de  $6 \text{ mm}$ , determine a tensão média de cisalhamento no pino. [R.  $53,05 \text{ MPa}$ ]



## Exemplo 2

3) Duas barras cilíndricas de seção transversal cheia AB e BC são soldadas uma à outra em B. Determine a intensidade da força P para a qual a tensão normal de tração na barra AB é igual a duas vezes a intensidade da tensão de compressão da barra BC.



$$[(A_{AB}=1963,5 \text{ mm}^2) (A_{BC}=4417,9 \text{ mm}^2) \text{ R. } 122,4 \text{ kN}].$$

**Método de solução do problema**

# Método de solução do problema

- Os problemas devem ser resolvidos com base nos princípios fundamentais da **ESTÁTICA** e nos princípios que começamos a aprender nesta disciplina;

- **Isotrópicos:** mesmas respostas mecânicas em todas direções;

- **Homogêneos:** possuem as mesmas propriedades em qualquer ponto;

- **Contínuos:** a matéria é distribuída continuamente no volume do corpo;

- **Linearidade geométrica:** (Pequenas deformações e pequenos deslocamentos)

- **Linearidade física:** (Relação linear entre tensão e deformação)

- **Princípio de Saint Venant:** (Efeitos equivalentes em regiões afastadas das zonas de atuação de ações equivalentes.)

# Método de solução do problema

- Os problemas devem ser resolvidos com base nos princípios fundamentais da **ESTÁTICA** e nos princípios que começamos a aprender nesta disciplina;
- Sempre que possível a resposta obtida deverá ser verificada (por exemplo, através de outro método de solução):
  - bom senso e a experiência pessoal;
  - verificar cuidadosamente a formulação do problema;
  - a validade dos métodos utilizados em sua solução;
  - precisão dos seus cálculos.

# Método de solução do problema

- Os problemas devem ser resolvidos com base nos princípios fundamentais da **ESTÁTICA** e nos princípios que começamos a aprender nesta disciplina;
- Sempre que possível a resposta obtida deverá ser verificada (por exemplo, através de outro método de solução);
- A solução da maioria dos problemas envolverá:
  - O desenho de Diagramas de Corpo Livre;
  - A verificação das condições de equilíbrio;
  - A determinação de esforços internos;
  - O cálculo de tensões e deformações.

ESTÁTICA

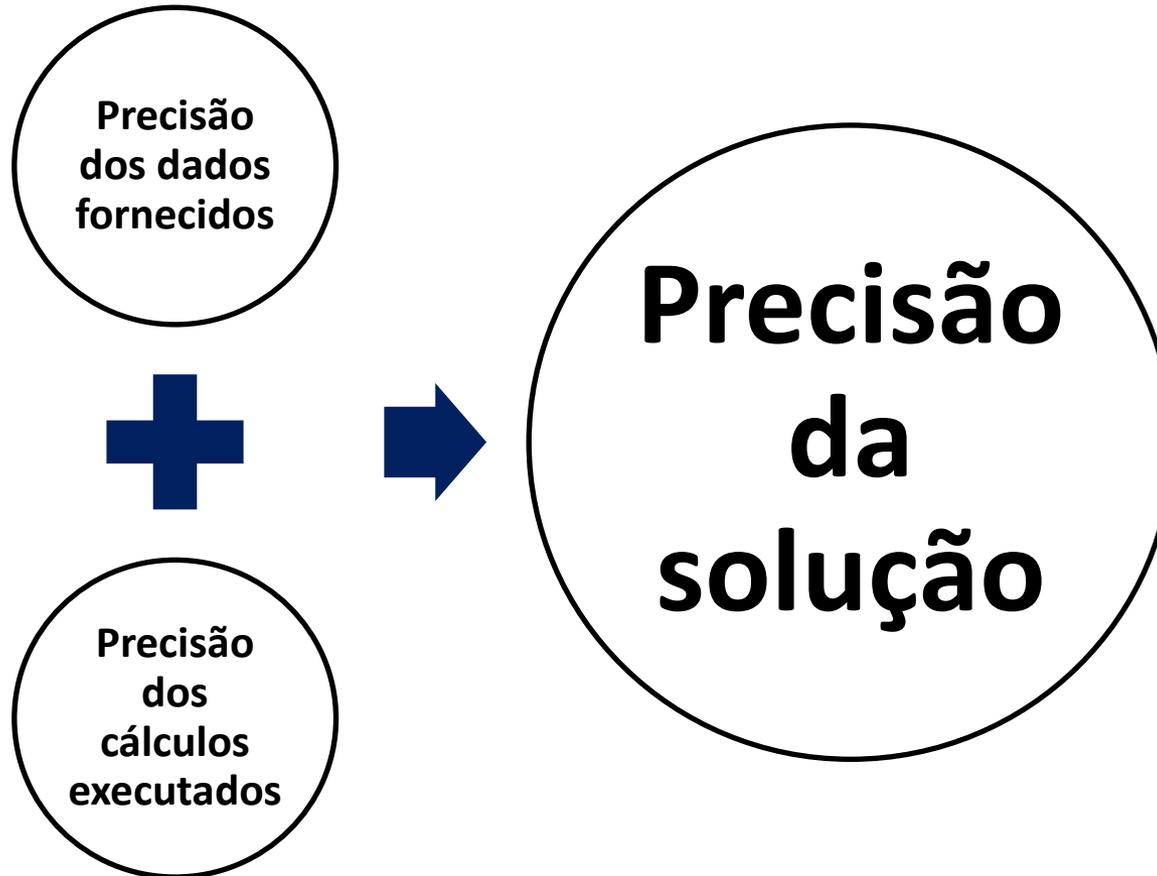
Sempre devemos utilizar **unidades compatíveis!**

# Método de solução do problema

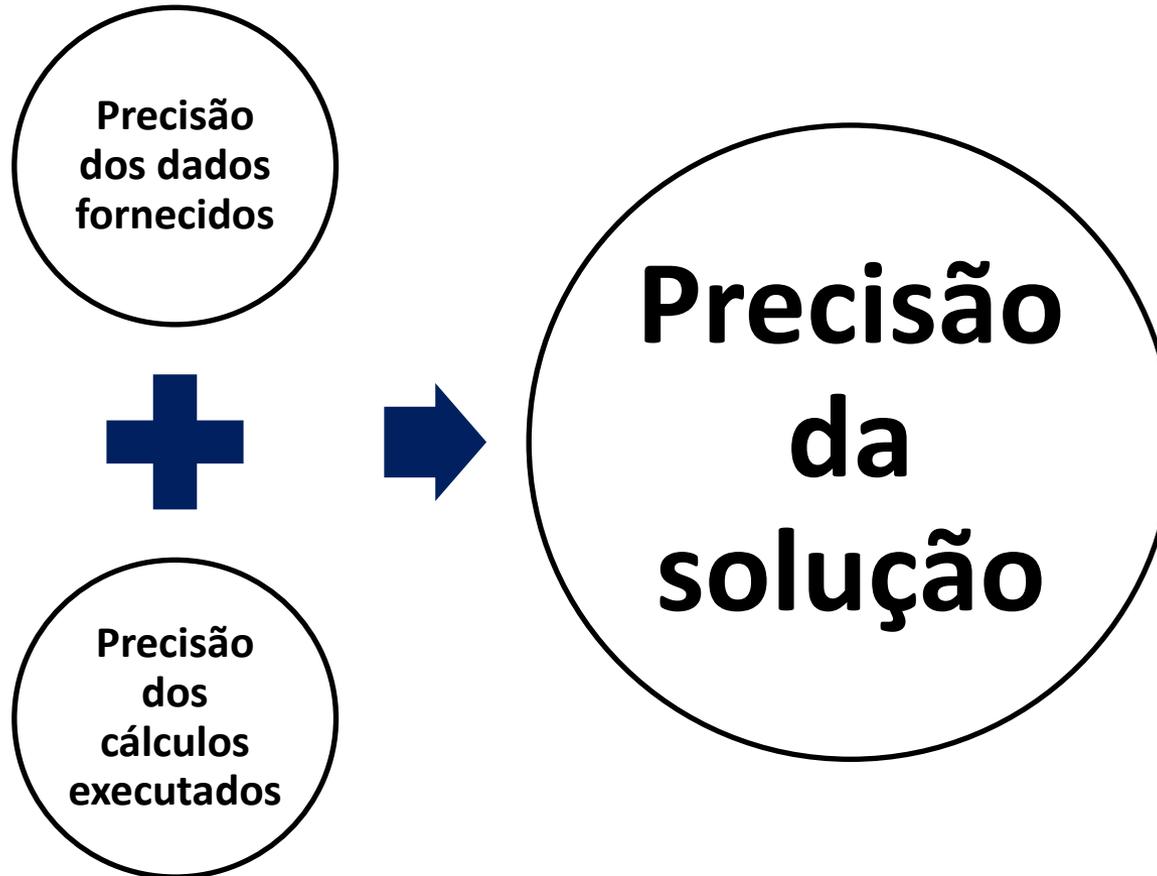
- Os problemas devem ser resolvidos com base nos princípios fundamentais da **ESTÁTICA** e nos princípios que começamos a aprender nesta disciplina;
- Sempre que possível a resposta obtida deverá ser verificada (por exemplo, através de outro método de solução);
- A solução da maioria dos problemas envolverá:
- **Nunca é demais destacar a importância do cálculo correto na engenharia!!!**

# Precisão numérica

# Precisão numérica



# Precisão numérica



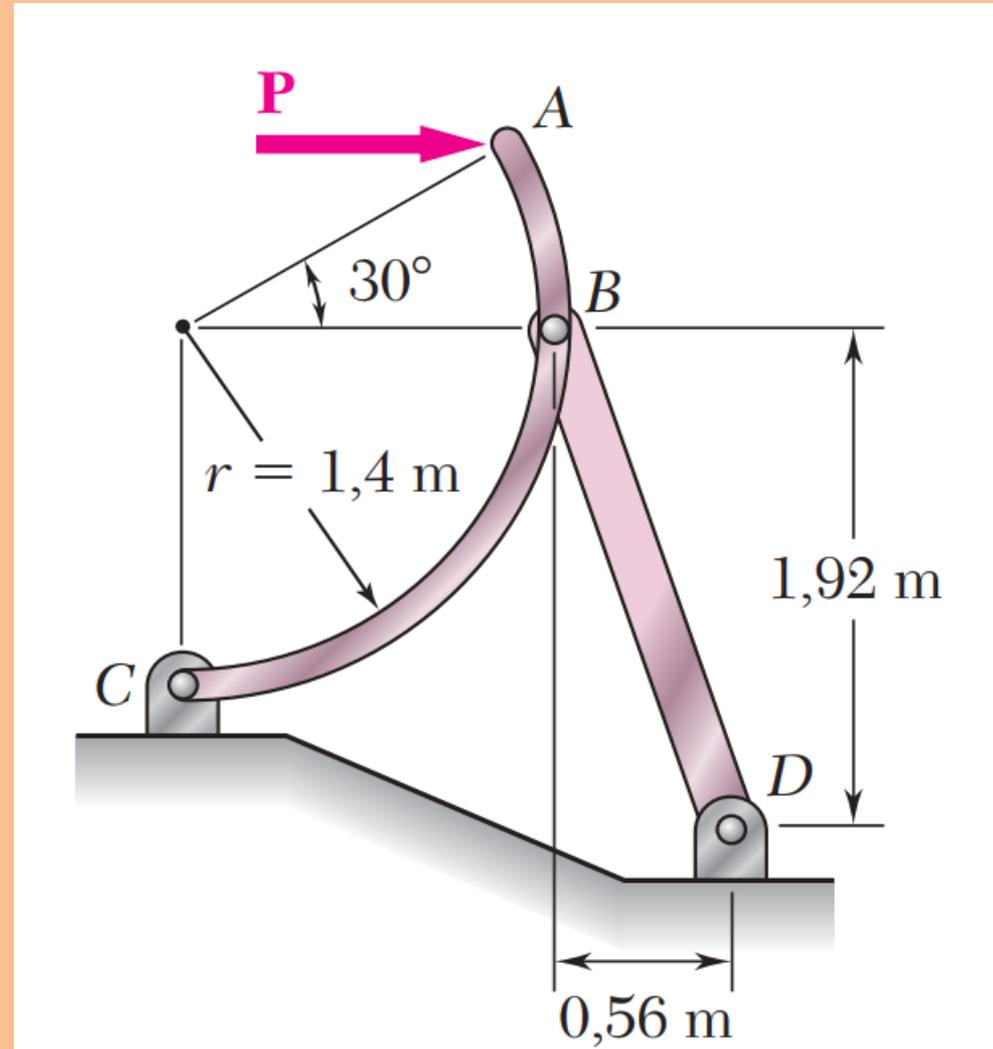
Erros em engenharia podem ser adequadamente considerados utilizando-se da **teoria da Confiabilidade Estrutural!**

# Precisão numérica

- Desprezando a falta de precisão dos dados fornecidos, iremos:
- Utilizar a memória da calculadora durante os cálculos para diminuir os erros de arredondamento;
- Expressar os resultados finais utilizando três ou quatro casas decimais.

# Exemplo 3

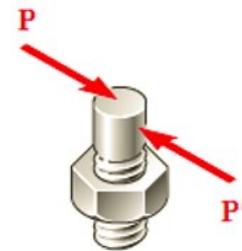
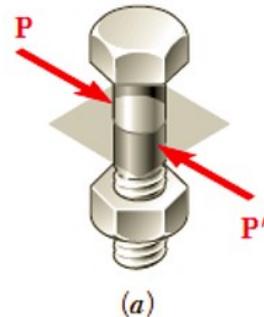
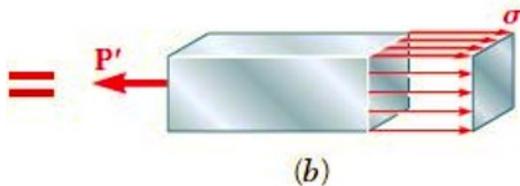
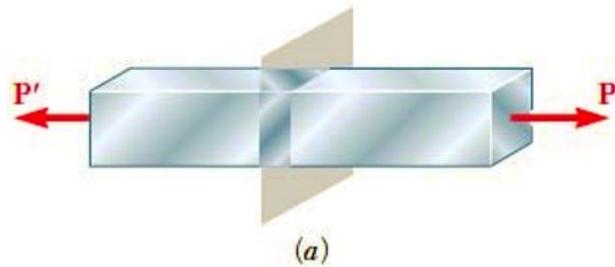
(Questão 1.8) Sabendo que a porção central da barra **BD** tem uma área de seção transversal uniforme de **800 mm<sup>2</sup>**, determine a intensidade da carga **P** para a qual a tensão normal naquela parte de **BD** é **50 MPa**.



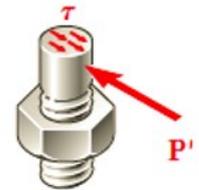
# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- Nos casos estudados anteriormente, forças axiais causavam tensões normais, enquanto forças transversais causavam tensões de cisalhamento.



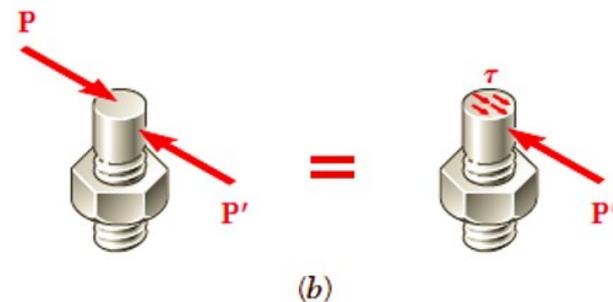
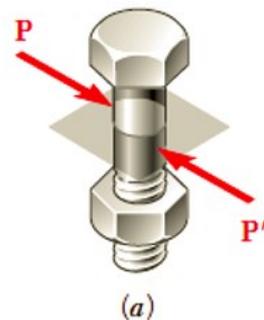
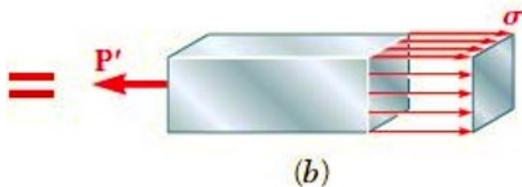
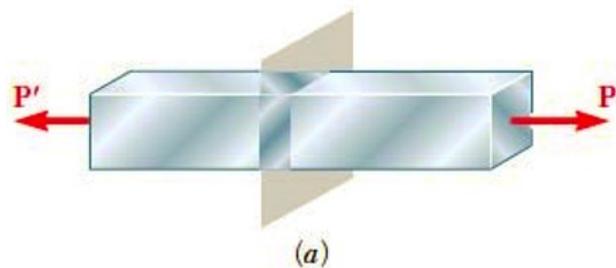
=



(b)

# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

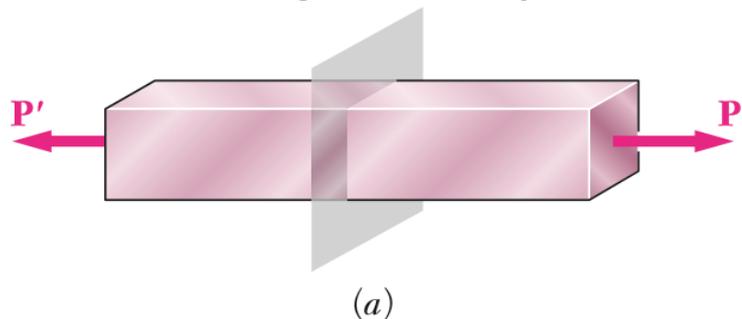
- Nos casos estudados anteriormente, forças axiais causavam tensões normais, enquanto forças transversais causavam tensões de cisalhamento.



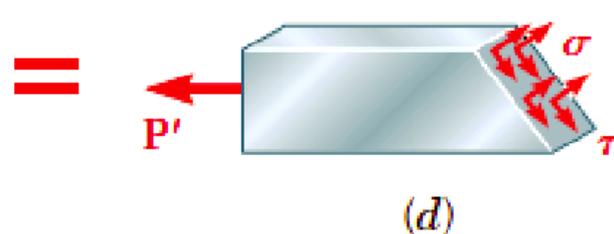
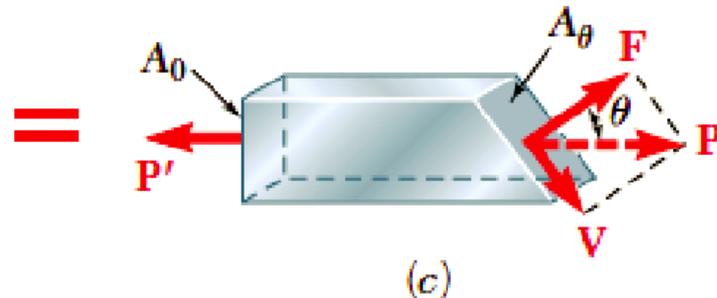
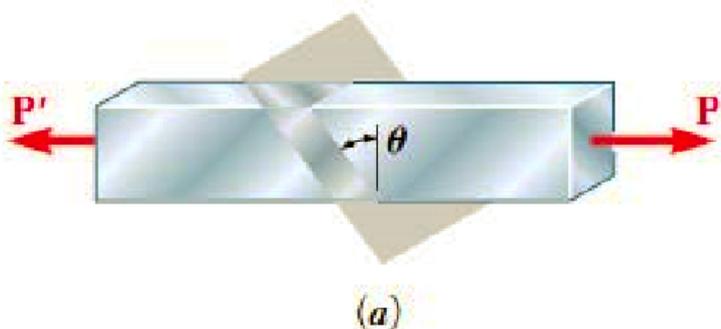
Porém, forças axiais e transversais causam ao mesmo tempo tensões normais e de cisalhamento em planos que não são perpendiculares ao eixo da peça.

# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- Considere a barra a seguir, sujeita à tração das forças axiais  $P$  e  $P'$ :

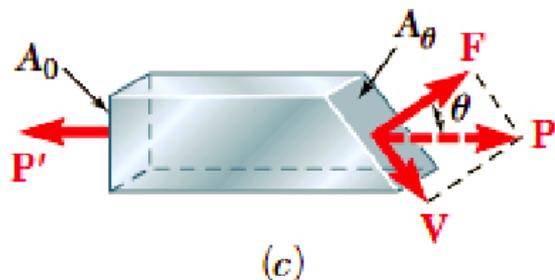


- Cortando a barra por um plano inclinado de um ângulo  $\theta$  em relação ao plano normal, tem-se que:



# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- Decompondo  $P$  em suas componentes  $F$  e  $V$ , respectivamente normal e tangencial ao plano da seção, tem-se:



$$F = P \cos \theta$$

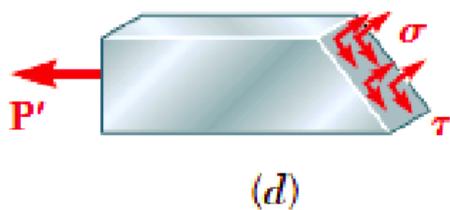


*Resultante das forças  
internas distribuídas  
normais à seção.*

$$V = P \sen \theta$$

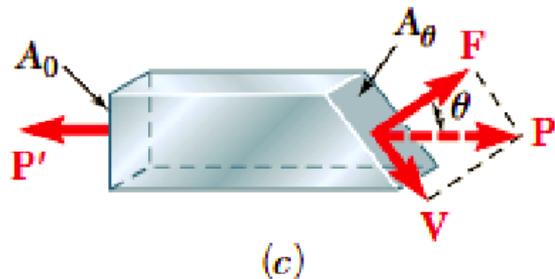


*Resultante das forças  
distribuídas tangenciais  
(força cortante).*



# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- Decompondo  $P$  em suas componentes  $F$  e  $V$ , respectivamente normal e tangencial ao plano da seção, tem-se:



$$F = P \cos \theta$$

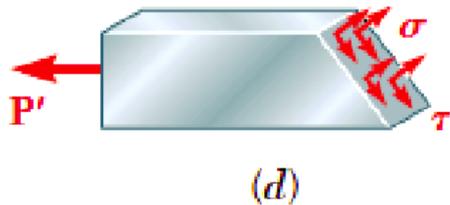


*Resultante das forças  
internas distribuídas  
normais à seção.*

$$V = P \sen \theta$$



*Resultante das forças  
distribuídas tangenciais  
(força cortante).*



- As tensões médias normal e de cisalhamento podem ser calculadas considerando a área  $A_\theta$  da seção inclinada:

$$\sigma = \frac{F}{A_\theta}$$

$$\tau = \frac{V}{A_\theta}$$

# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- Denominando  $A_0$  a área da seção normal ao eixo, temos que  $A_0 = A_\theta \cdot \cos\theta$ , ou  $A_\theta = A_0/\cos\theta$ . Portanto:

$$\sigma = \frac{F}{A_\theta}$$

$$F = P \cos \theta$$

$$V = P \sin \theta$$

$$\tau = \frac{V}{A_\theta}$$



$$\sigma = \frac{P \cos \theta}{A_0/\cos \theta}$$

$$\tau = \frac{P \sin \theta}{A_0/\cos \theta}$$

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta$$

$$\tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta$$

# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

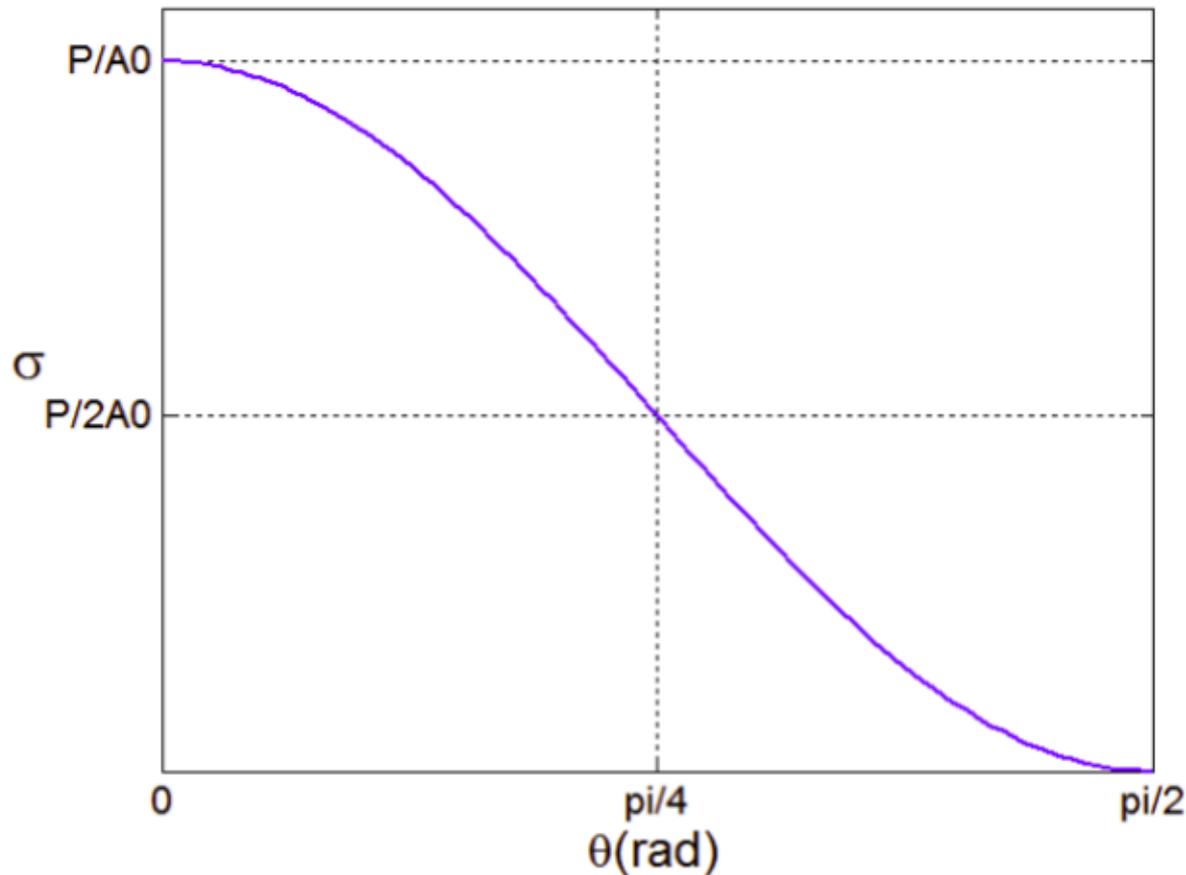
- Considerando a primeira das duas equações anteriores:

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta$$

# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- Considerando a primeira das duas equações anteriores:

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta$$

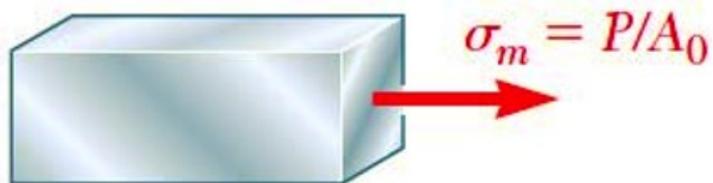
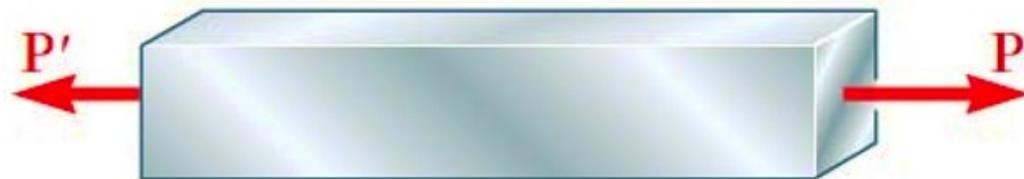


# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- Considerando a primeira das duas equações anteriores:

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \cos^2 \theta$$

- Verifica-se que a máxima tensão normal  $\sigma$  ocorre para  $\theta = 0$ , ou seja, quando a seção transversal é perpendicular ao eixo. Por outro lado, a tensão normal tende a zero quando  $\theta$  se aproxima de  $90^\circ$ .

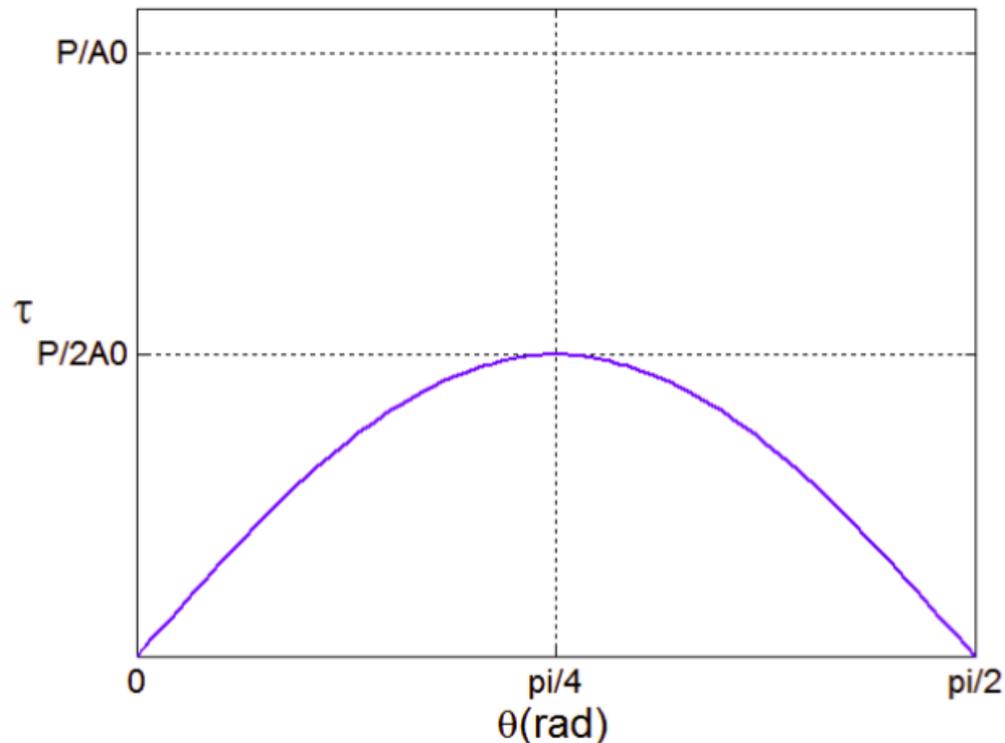


# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

- A segunda das equações:

$$\tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta$$

- Mostra que a tensão de cisalhamento  $\tau$  é nula para  $\theta = 0$  e  $\theta = 90^\circ$ , e que para  $\theta = 45^\circ$  ela atinge seu valor máximo:



# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

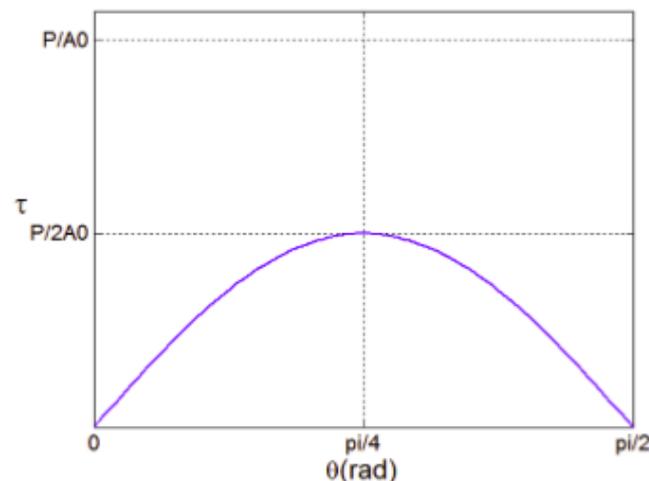
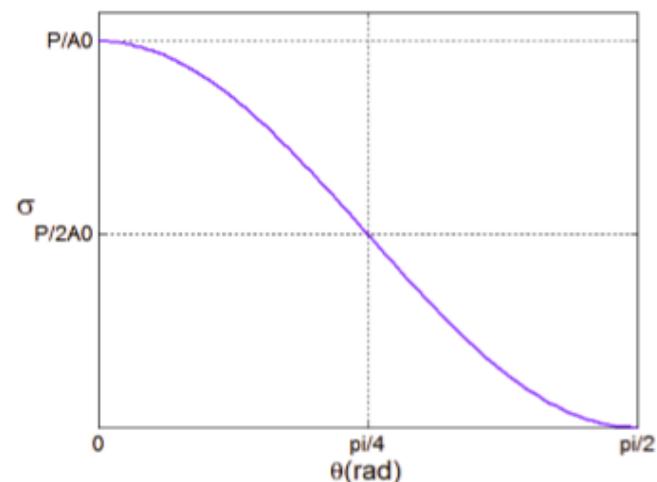
$$\tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta$$

➤ Para  $\theta = 45^\circ$ ,  $\tau$  atinge seu valor máximo:

$$\tau_m = \frac{P}{A_0} \sin 45 \cos 45 = \frac{P}{2A_0}$$

- Quando  $\theta=45^\circ$ , a tensão normal  $\sigma'$  é também igual a  $P/2A_0$ :

$$\sigma' = \frac{P}{A_0} \cos^2 45 = \frac{P}{2A_0}$$

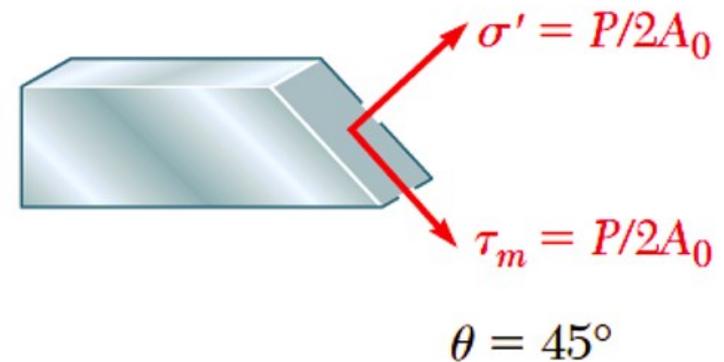


# Tensão em um plano oblíquo sob carregamento axial

$$\tau = \frac{P}{A_0} \sin \theta \cos \theta$$

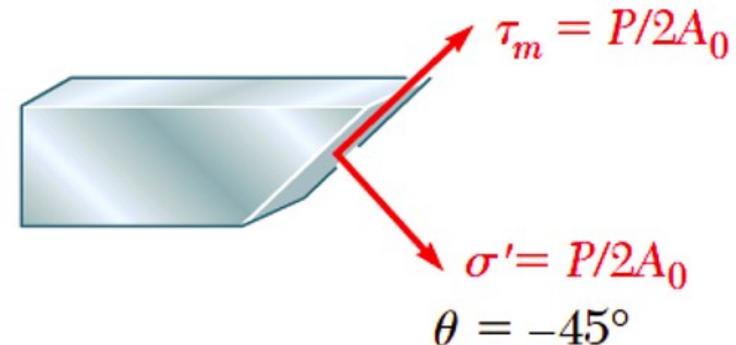
➤ Para  $\theta = 45^\circ$ ,  $\tau$  atinge seu valor máximo:

$$\tau_m = \frac{P}{A_0} \sin 45 \cos 45 = \frac{P}{2A_0}$$



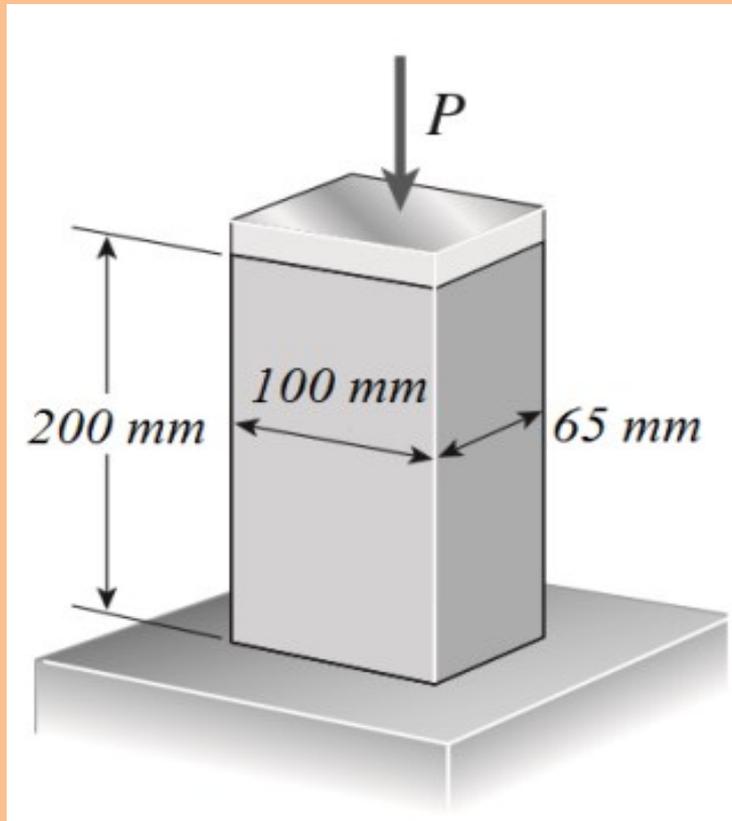
- Quando  $\theta=45^\circ$ , a tensão normal  $\sigma'$  é também igual a  $P/2A_0$ :

$$\sigma' = \frac{P}{A_0} \cos^2 45 = \frac{P}{2A_0}$$



# Exemplo 3

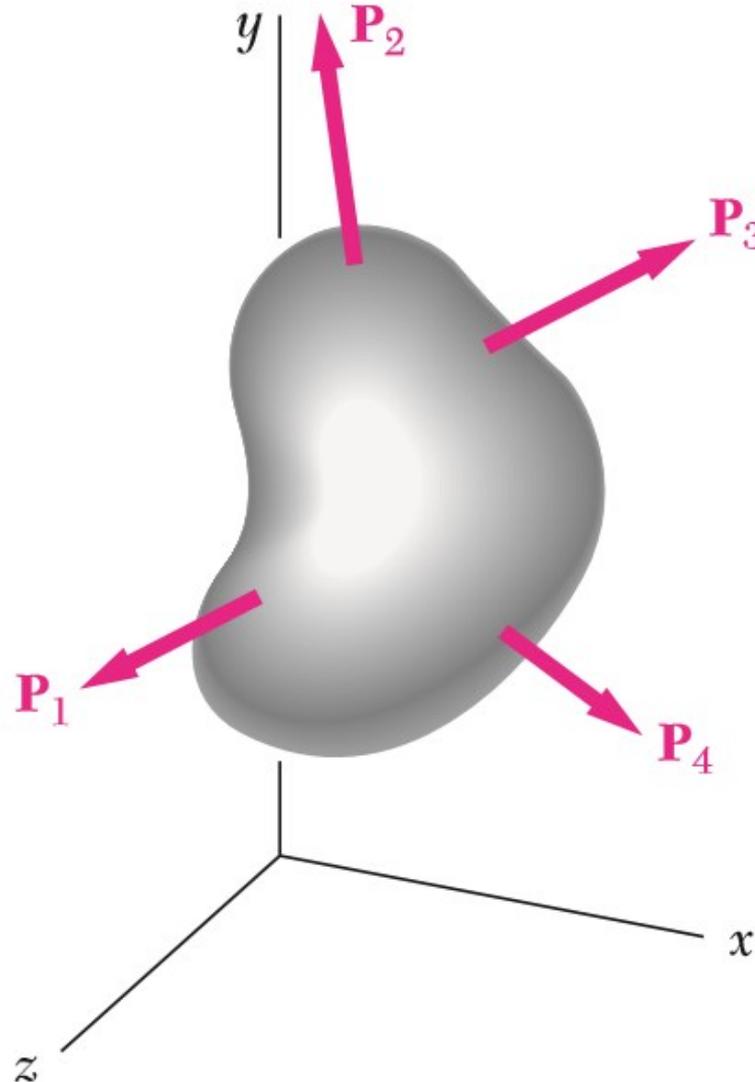
Um tijolo padrão é comprimido por uma força  $P$ . Se a tensão máxima de cisalhamento para o tijolo é de 8 Mpa e a tensão máxima de compressão é de 26 Mpa, Qual o valor da força  $P$  para quebra o tijolo? [R. 104 KN]



**Tensão sob condições gerais de carregamento; componentes de tensão**

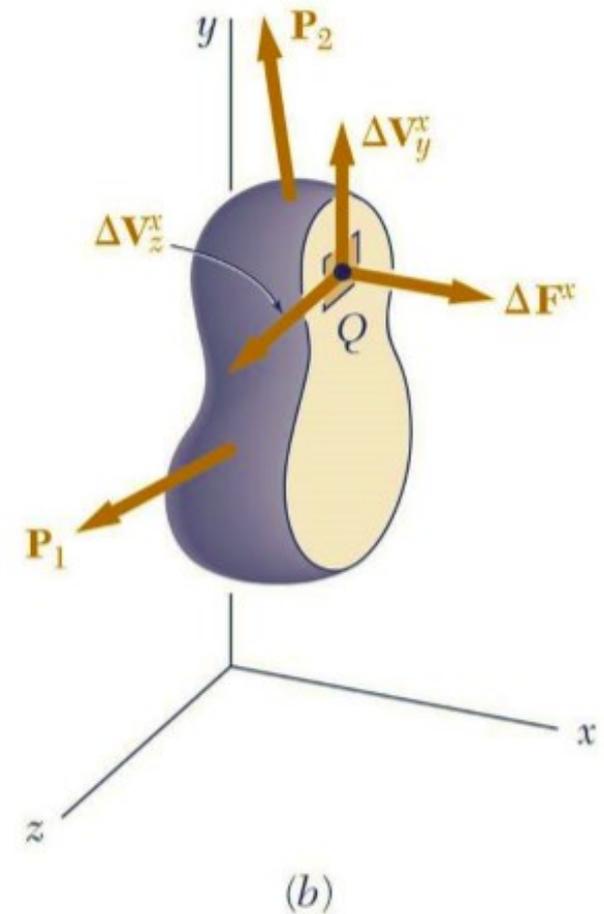
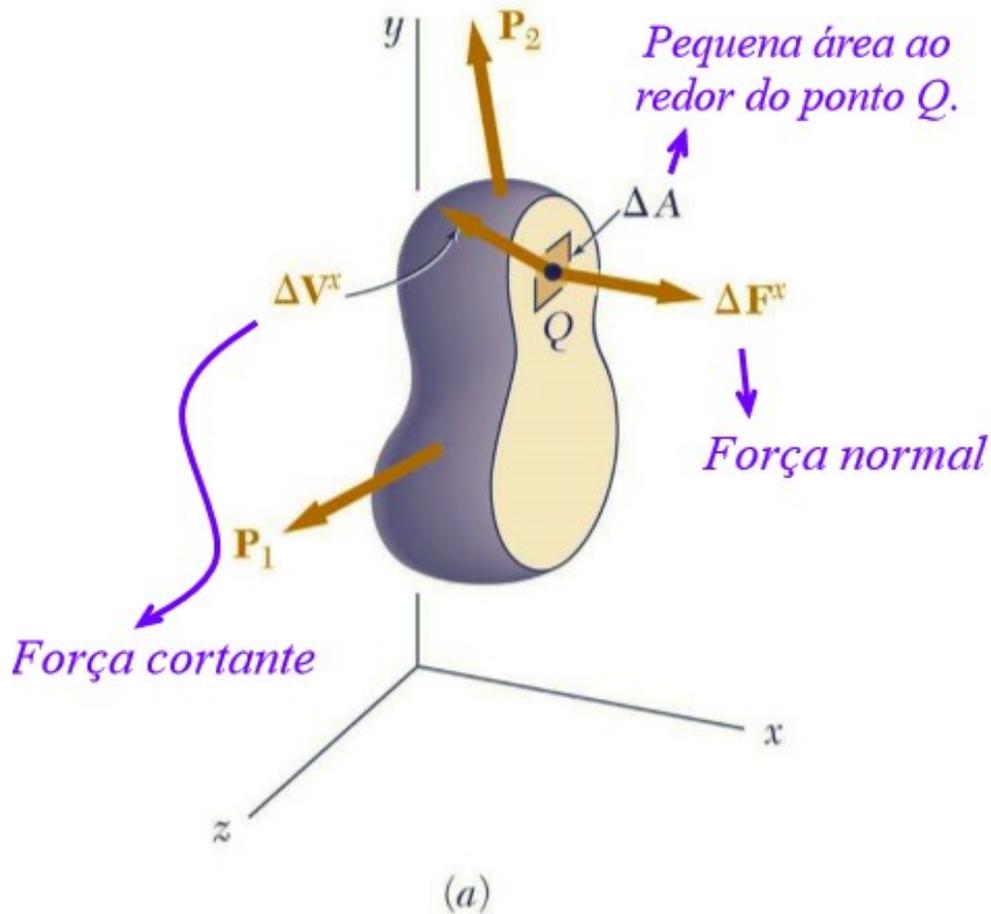
# Tensão sob condições gerais de carregamento

- Considere um corpo sujeito a várias cargas:



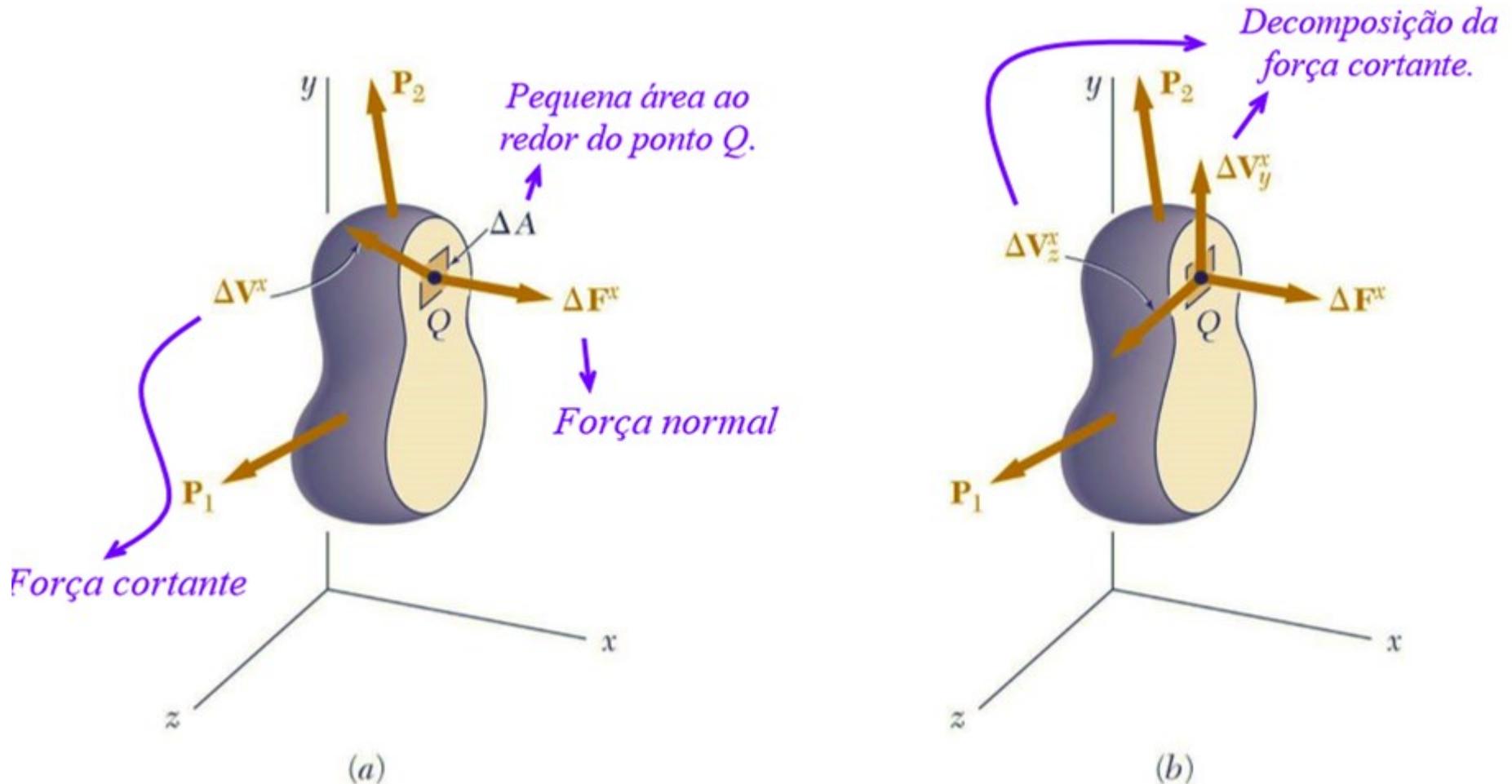
# Tensão sob condições gerais de carregamento

- Estamos interessados nas tensões em um ponto  $Q$ , portanto, efetuamos um corte através de  $Q$ :



# Tensão sob condições gerais de carregamento

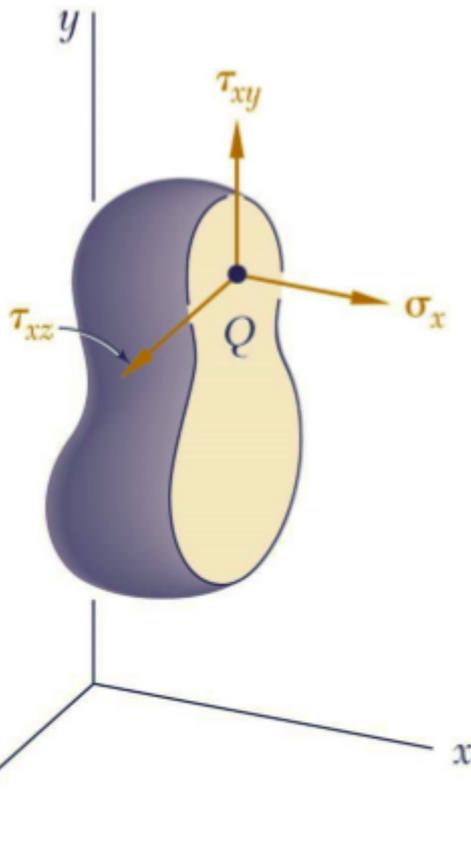
- Estamos interessados nas tensões em um ponto  $Q$ , portanto, efetuamos um corte através de  $Q$ :



# Tensão sob condições gerais de carregamento

- Dividindo a intensidade de cada força pela área  $\Delta A$  e fazendo esta área tender a zero, definimos as seguintes componentes de tensão:

$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F^x}{\Delta A} \quad \tau_{xy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta V_y^x}{\Delta A} \quad \tau_{xz} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta V_z^x}{\Delta A}$$



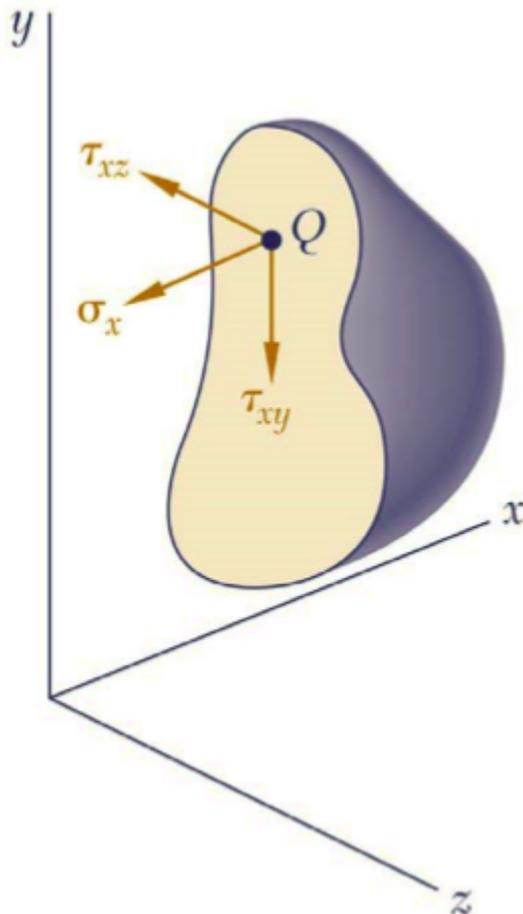
*O primeiro índice, x, é utilizado para indicar que as tensões em consideração são aplicadas em uma superfície perpendicular ao eixo x.*

- Convenção de sinais:

Estas componentes de tensão são positivas se os sentidos dos vetores correspondentes apontarem nas direções positivas dos respectivos eixos.

# Tensão sob condições gerais de carregamento

- Analisando a parte do corpo localizada à direita do plano vertical através de  $Q$ , obtemos três componentes de tensão de mesmas intensidades mas sentidos opostos às encontradas anteriormente:



- Convenção de sinais:

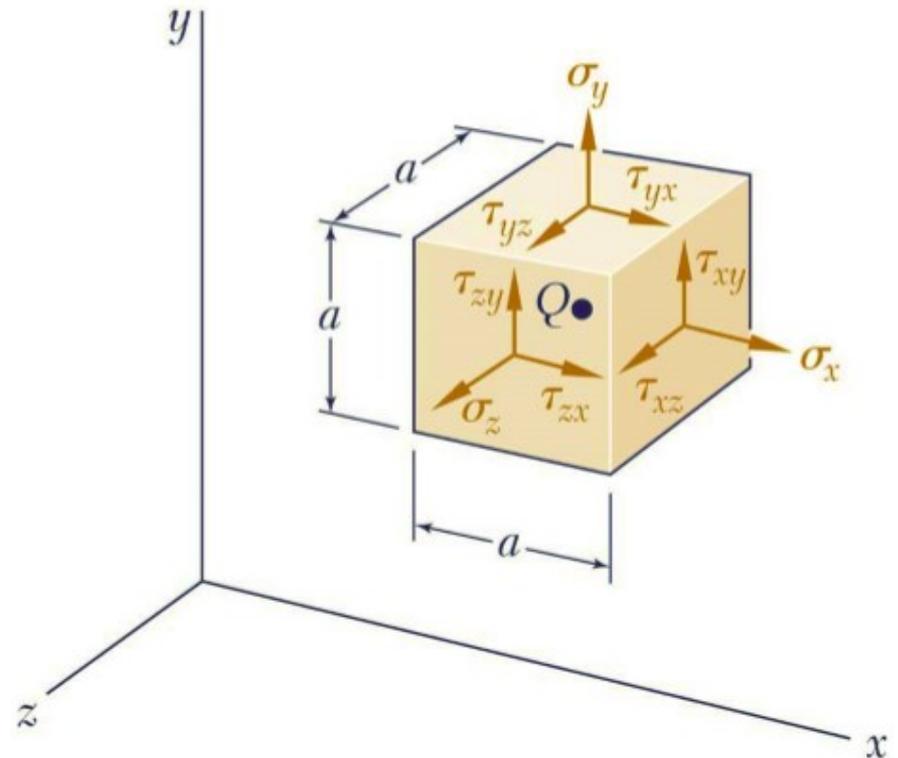
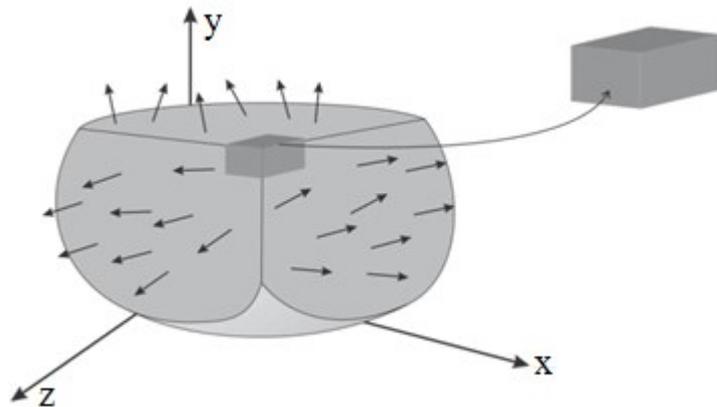
Como a seção está voltada para o lado negativo do eixo  $x$ , a convenção de sinais é invertida.

← *Todas as componentes de tensão representadas ao lado são positivas!*

*Até agora, definimos **três componentes de tensão** associadas ao ponto  $Q$ !*

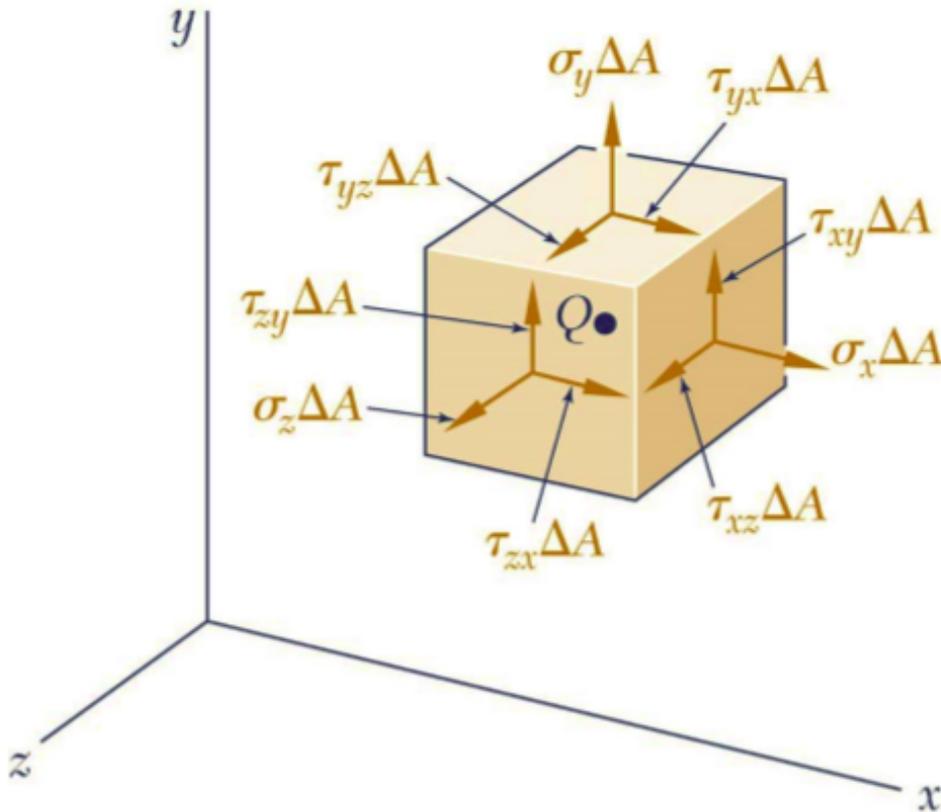
# Tensão sob condições gerais de carregamento

- Passando cortes através de  $Q$  paralelos aos planos  $zx$  e  $xy$ , definimos as componentes de tensão:  $\sigma_y$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{yx}$ , e  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$ ,  $\tau_{zy}$ , respectivamente;
- Para facilitar a visualização do estado de tensão no ponto  $Q$ , consideramos um cubo infinitesimal centrado em  $Q$  (a tende a zero):



# Tensão sob condições gerais de carregamento

- A combinação das forças devido às tensões deve satisfazer às condições de equilíbrio:

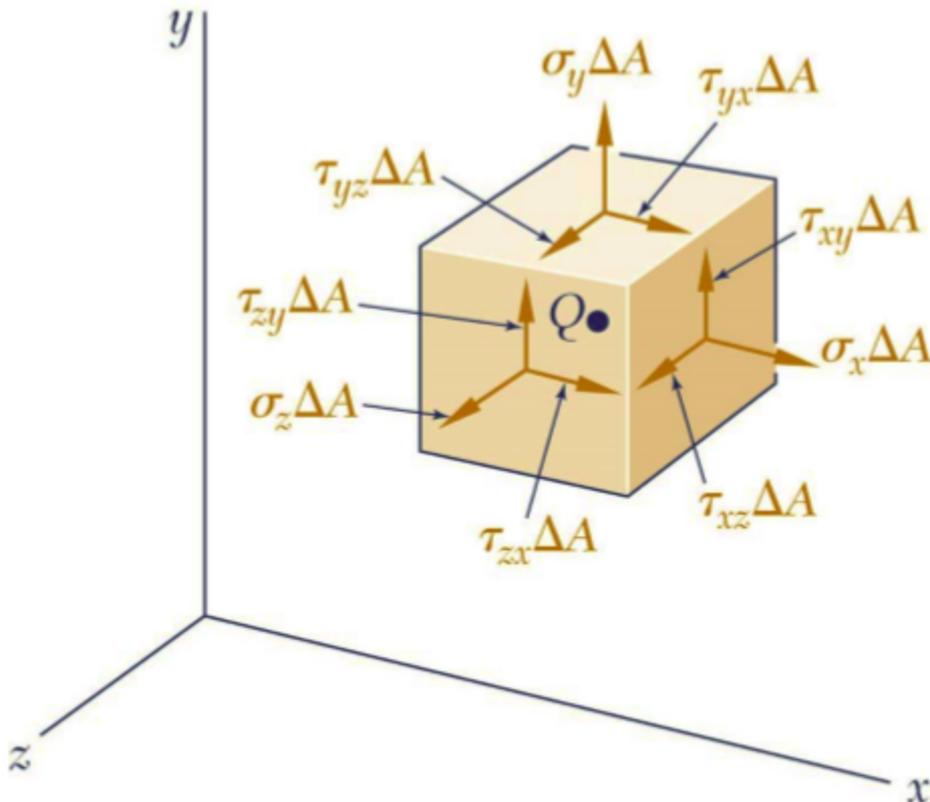


$$\sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$$

*(Automaticamente satisfeitas, pois há forças iguais e opostas na direção de cada eixo)*

# Tensão sob condições gerais de carregamento

- A combinação das forças devido às tensões deve satisfazer às condições de equilíbrio:



$$\sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0$$

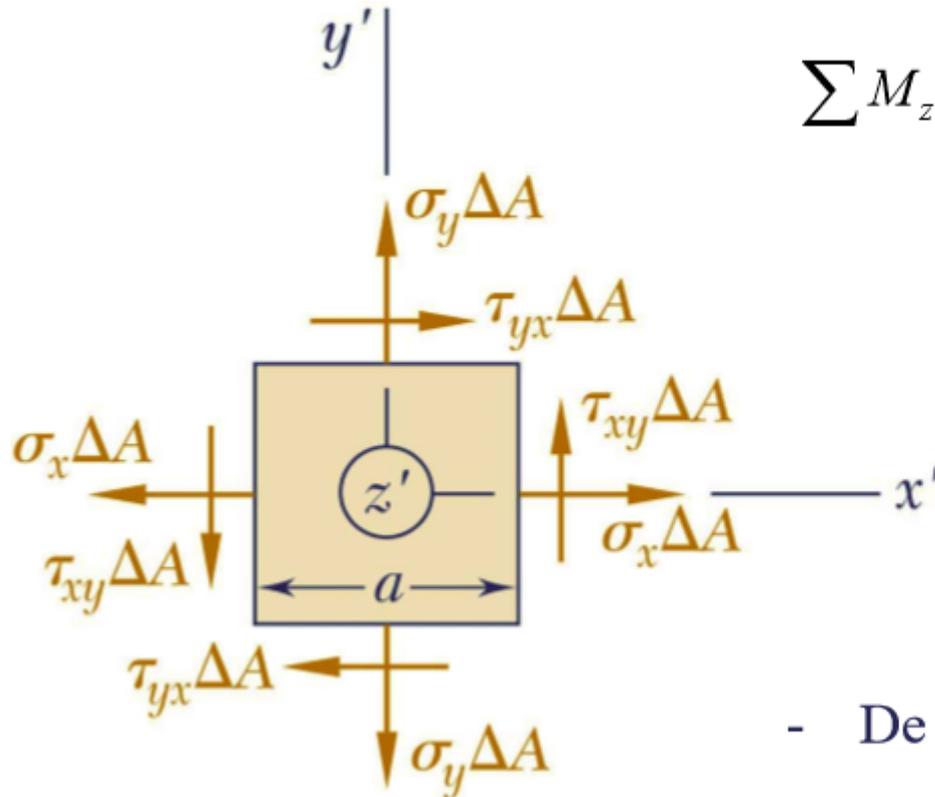
*(Automaticamente satisfeitas, pois há forças iguais e opostas na direção de cada eixo)*

$$\sum M_{x'} = \sum M_{y'} = \sum M_{z'} = 0$$

*(Momentos das forças em relação aos eixos  $Qx'$ ,  $Qy'$  e  $Qz'$ )*

# Tensão sob condições gerais de carregamento

- Considerando a projeção no plano  $x'y'$ :



$$\sum M_z = 0: \quad (\tau_{xy}\Delta A)a - (\tau_{yx}\Delta A)a = 0$$



$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

- De maneira semelhante, obtemos:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

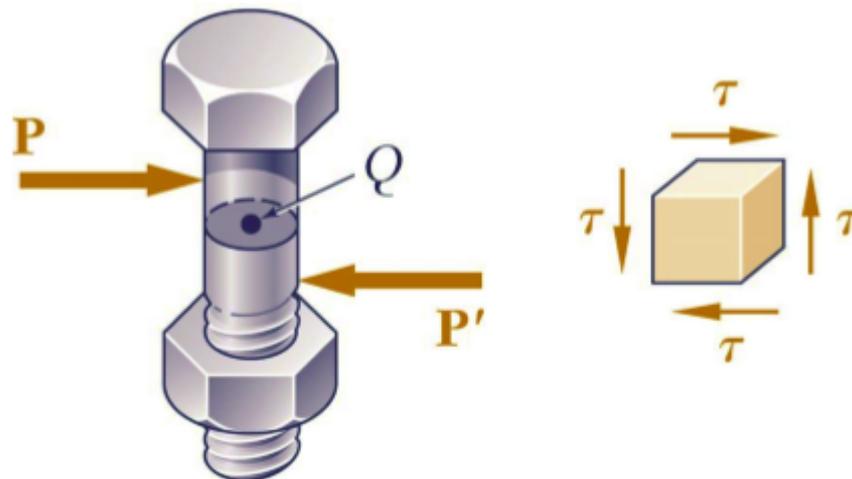
# Tensão sob condições gerais de carregamento

## ➤ Conclusões:

I. São necessárias somente seis componentes de tensão para definir o **estado de tensão** em um determinado ponto;

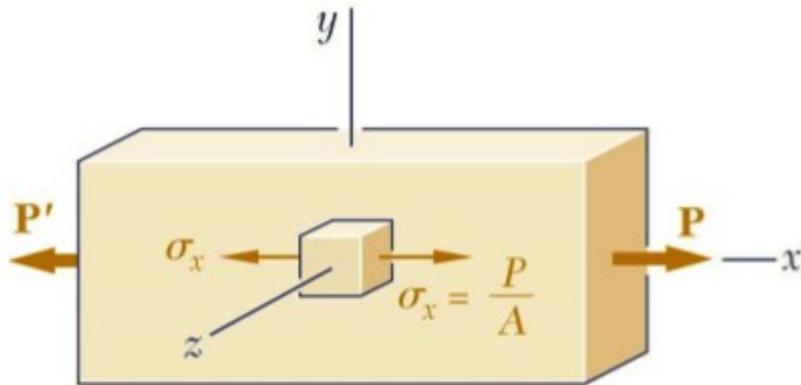
$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (\textit{Tensor de tensões})$$

II. Em um dado ponto, o cisalhamento não pode ocorrer apenas em um plano.

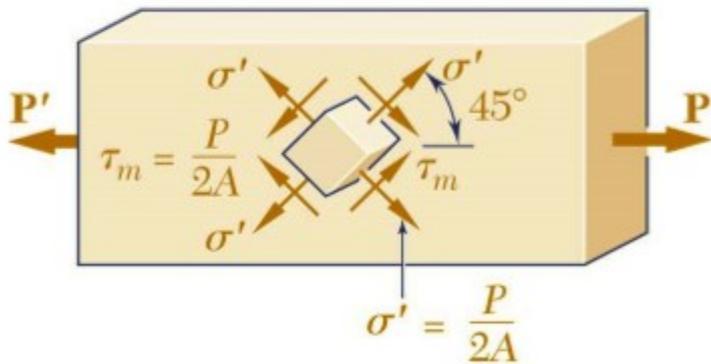


# Tensão sob condições gerais de carregamento

- Voltando ao caso de um elemento sob carga axial:



(a)



(b)

*Mesma condição de carregamento, diferentes orientações, diferentes interpretações do estado de tensão em um ponto!*

Isto será estudado mais adiante.

# Considerações de projeto

# Coeficiente de segurança

$$\text{Coeficiente de segurança} = C.S. = \frac{\sigma_u}{\sigma_{adm}} = \frac{\text{Tensão limite}}{\text{Tensão admissível}}$$

**Baixo** coeficiente de segurança



**Grande probabilidade de falha!**



**Alto** coeficiente de segurança



**Projeto antieconômico ou pouco funcional!**



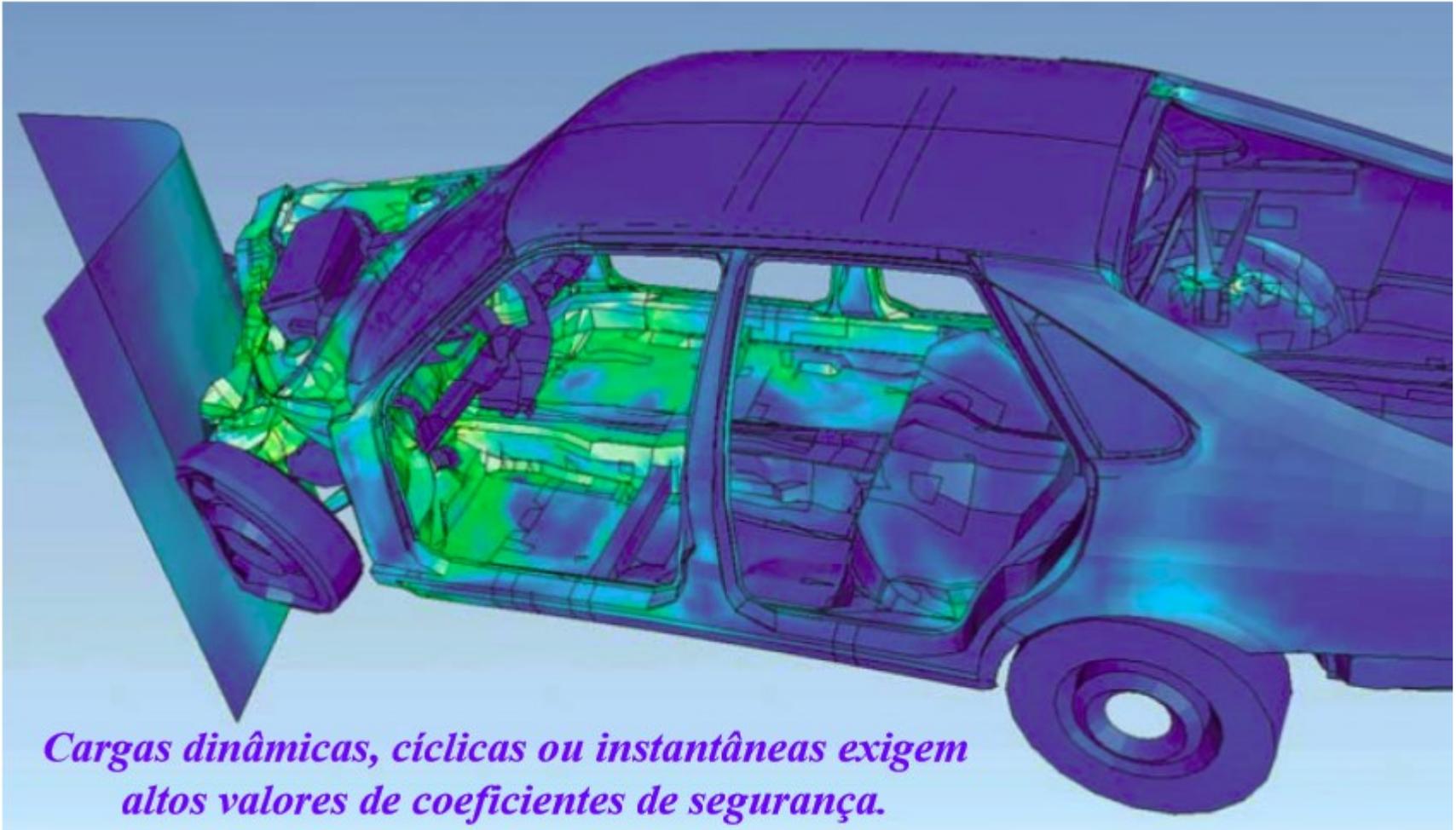
# Coeficiente de segurança

- A escolha do coeficiente de segurança deve levar em conta vários fatores. Dentre eles:
  - 1) Incerteza nas propriedades do material;
  - 2) Número de vezes em que a carga é aplicada durante a vida da estrutura (fadiga);



# Coeficiente de segurança

- 3) O tipo de carregamento para o qual se projeta, ou que poderá atuar futuramente;



*Cargas dinâmicas, cíclicas ou instantâneas exigem altos valores de coeficientes de segurança.*

# Coeficiente de segurança

- 4) O modo de ruptura que pode ocorrer;

*Com aviso* x *Sem aviso*



*Maiores coeficientes de  
segurança.*



ERZINCAN, 1992

# Coeficiente de segurança

➤ 4) O modo de ruptura que pode ocorrer;

*Com aviso* x *Sem aviso*



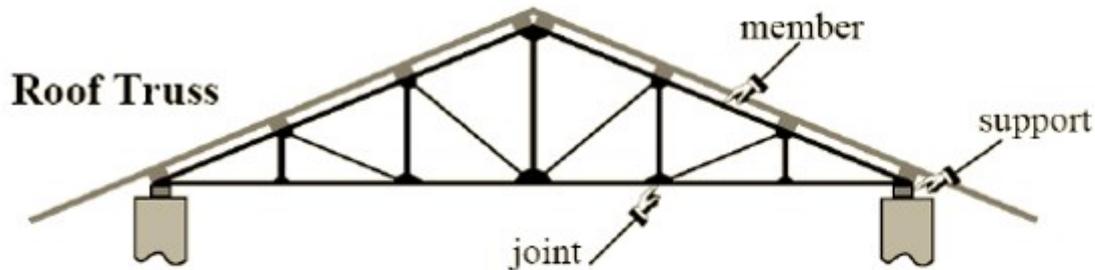
*Maiores coeficientes de  
segurança.*



KOBE, 1995

# Coeficiente de segurança

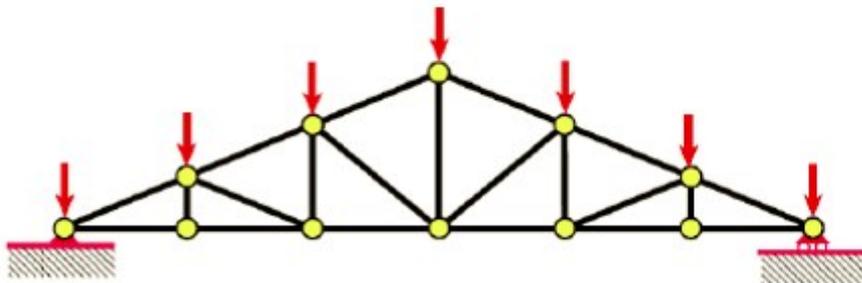
## ➤ 5) Métodos aproximados de análise (erro de modelo)



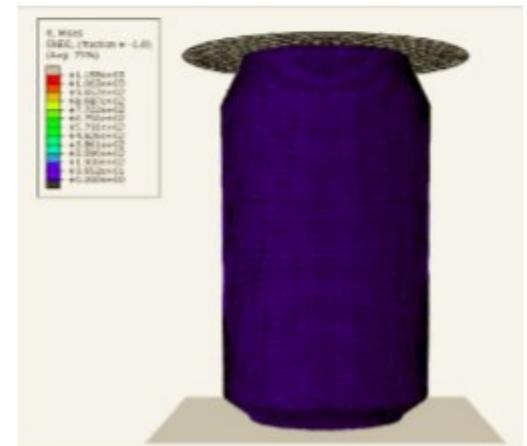
Physical Model

IDEALIZATION &  
DISCRETIZATION

Mathematical *and* Discrete Model

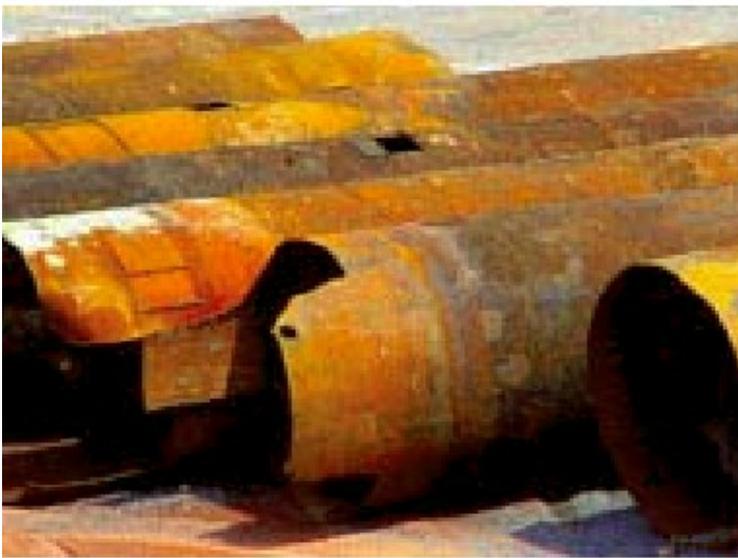


ABAQUS



# Coeficiente de segurança

- 6) Deterioração ao longo do tempo, devido à falta de manutenção;



FONTE: <http://www.macaeeoffshore.com.br> ,  
ACESSADO EM 17-11-2011.



COSTA RICA, 1991

# Coeficiente de segurança

- 7) A importância de um certo membro para a integridade de toda a estrutura.



KOBE, 1995

# Coeficiente de segurança

- 7) A importância de um certo membro para a integridade de toda a estrutura.



# Coeficiente de segurança

- 8) Consideração relativa ao risco de morte e danos materiais que um colapso pode trazer;
- 9) Consideração de ordem prática (comum projeto muito bem feito e muito bem executado). Por exemplo, altos coeficientes de segurança podem trazer efeitos inaceitáveis no peso de aeronaves.

# Coeficiente de segurança

- Para projetos usuais, os coeficientes de segurança são especificados por comitês de norma, através de normas técnicas;
- No Brasil, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) é responsável por definir tais coeficientes, tentando associar conhecimentos práticos, técnicos e científicos;

# Coeficiente de segurança

- Para projetos usuais, os coeficientes de segurança são especificados por comitês de norma, através de normas técnicas;
- No Brasil, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) é responsável por definir tais coeficientes, tentando associar conhecimentos práticos, técnicos e científicos;
- Para projetos não usuais, as empresas desenvolvem suas próprias normas, com base na **teoria da confiabilidade estrutural**, ou utilizam a confiabilidade estrutural diretamente como ferramenta para o desenvolvimento do projeto.

...

**CONTINUA**