

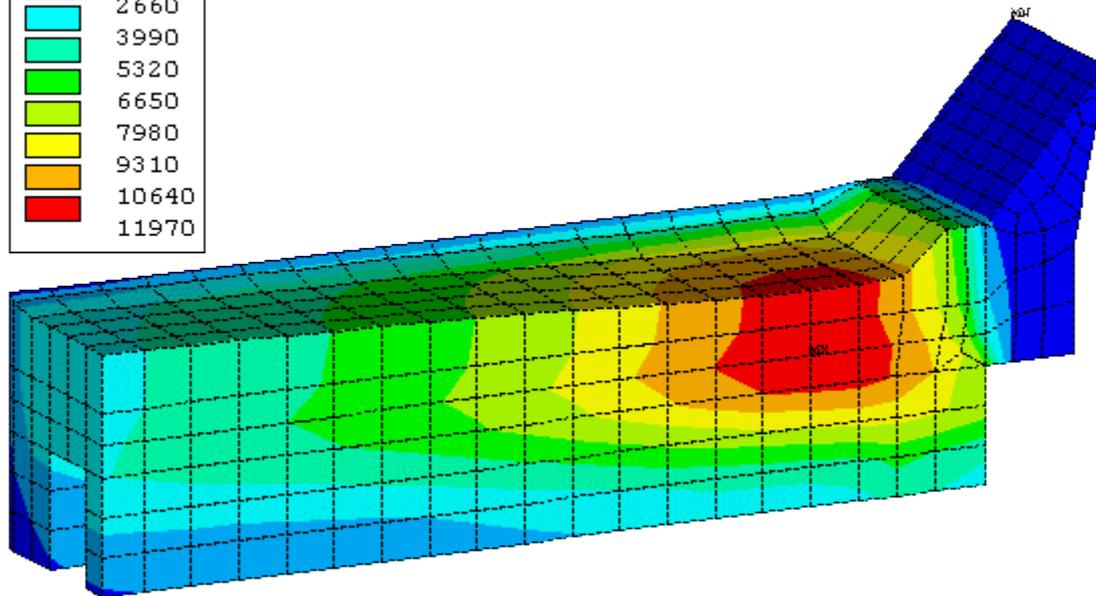
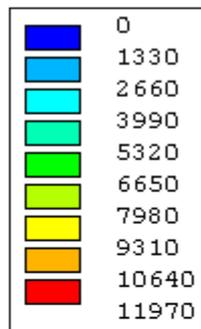


UNIVERSIDADE FEDERAL  
DE ALAGOAS

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

## CAMPUS SERTÃO

### EIXO TECNOLOGIA



# Mecânica dos Sólidos II

Prof. Dr. Alverlando Ricardo

## Aula 1: **Introdução**

# A DISCIPLINA: Resistência dos Materiais

## Informações gerais:

Ano/Semestre: **2023.1**

Disciplina: **MEC2/RM**

Horário:

Quinta-feira  
9h20 – 12h00

Natureza: **Obrigatória**

**6º Período**

aula/semana: **03 (três)**

aula/total: **60 (sessenta)**

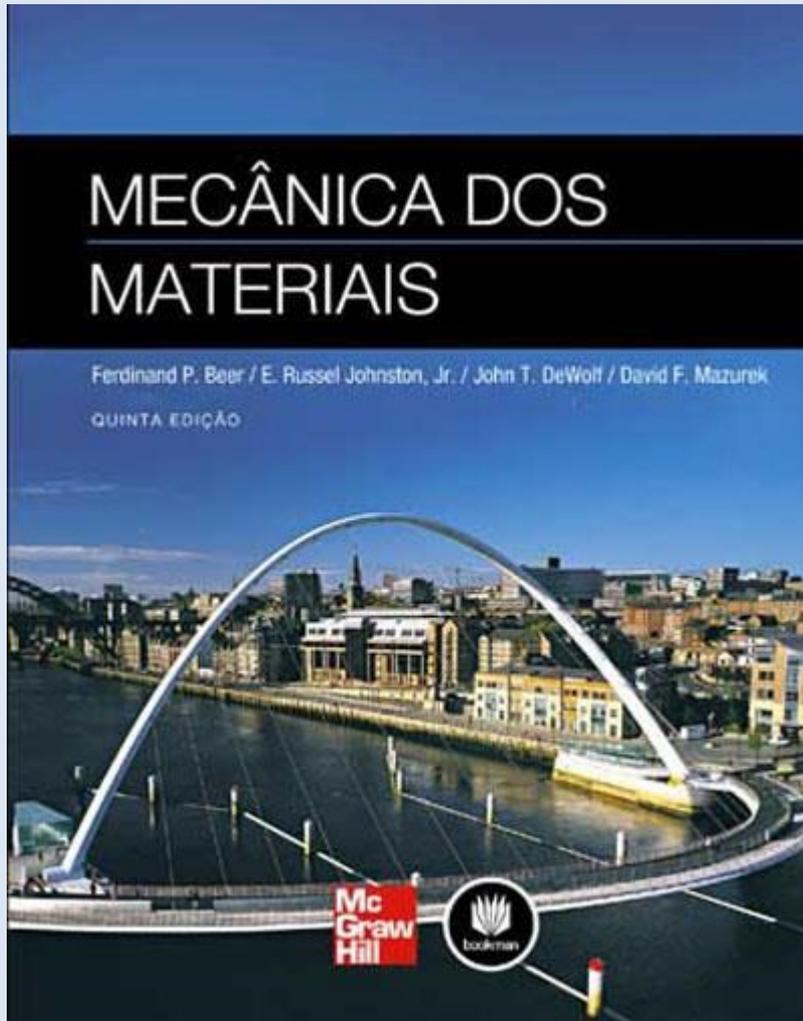
Docente: **Alverlando Ricardo**

E-mail: [alverlando.ricardo@hotmail.com](mailto:alverlando.ricardo@hotmail.com)

- **Plano de curso;**
- <http://www.ufal.edu.br/estudante/graduacao/normas>
- <https://alverlandoricardo.wixsite.com/professor>

# A DISCIPLINA: Resistência dos Materiais

## ➤ REFERENCIAS BÁSICAS



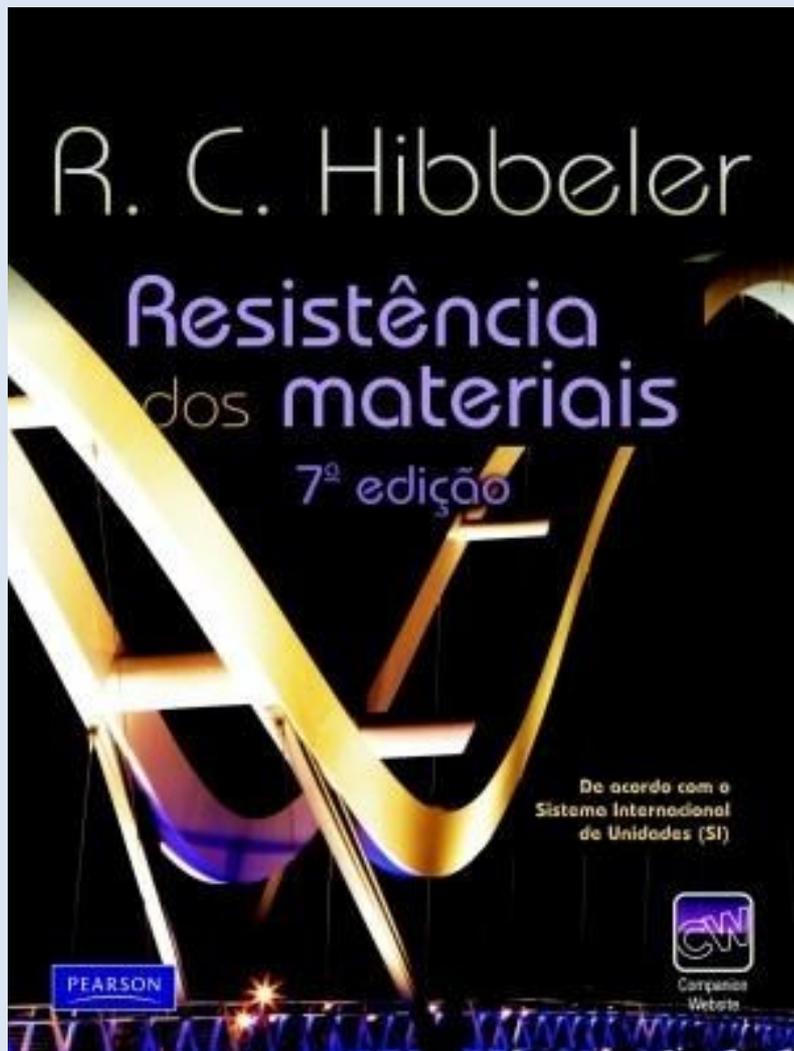
**BEER et al. (2011)**

**“MECÂNICA DOS MATERIAIS”.  
5ª edição. AMGH (Livro Texto).**

**Nº de Exemplares na BU: 15**

# A DISCIPLINA: Resistência dos Materiais

## ➤ REFERENCIAS BÁSICAS



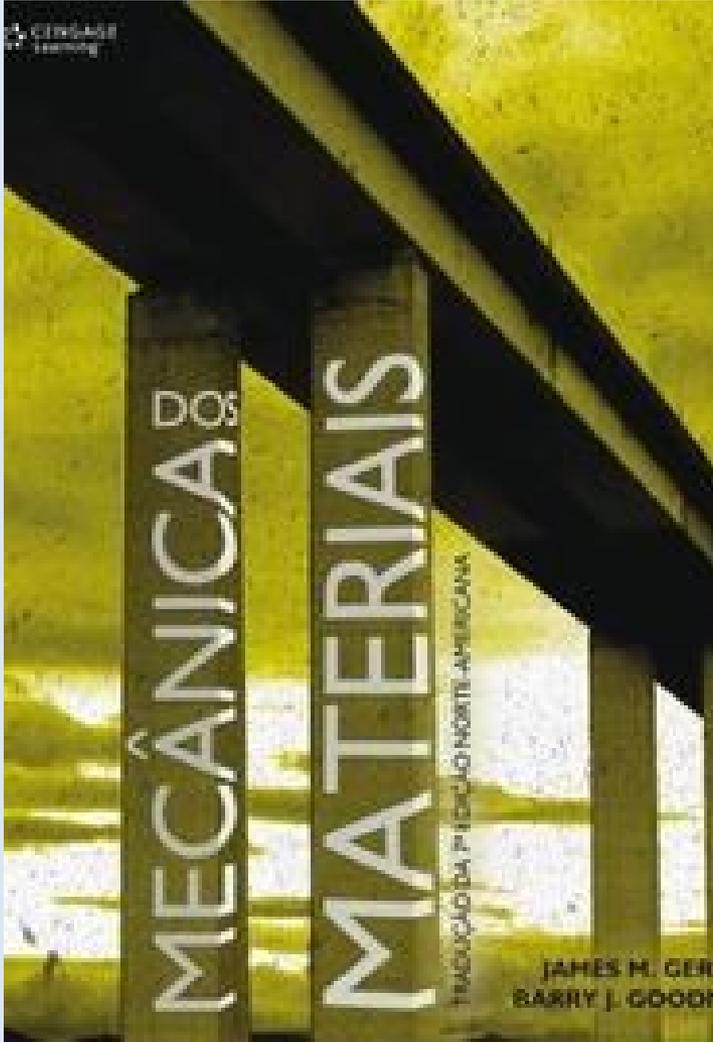
**Hibbeler R. C. (2004, 2007, 2010)**

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS,  
5ª e 7ª edições. Prentice Hall.

Nº de Exemplares na BU: 15

# A DISCIPLINA: Resistência dos Materiais

## ➤ REFERENCIAS BÁSICAS



**GERE, J. M. (2003).**

“MECÂNICA DOS MATERIAIS”.  
Thomson. 1ª ed. São Paulo.

Nº de Exemplares na BU: 00

# Introdução

Mais alguns passos em direção à análise e projeto de estruturas:

1º semestre: -  
2º semestre: -  
3º semestre: Mecânica dos Sólidos 1  
4º semestre: Teoria das Estruturas 1  
5º semestre: Mecânica dos Sólidos 2   
6º semestre: Mecânica dos Sólidos 3  
7º semestre: Teoria das Estruturas 2  
Estruturas de Concreto 1  
Estruturas de Aço  
8º semestre: Estruturas de Concreto 2  
Estruturas de Madeira  
9º semestre: Fundações 2  
10º semestre: - 



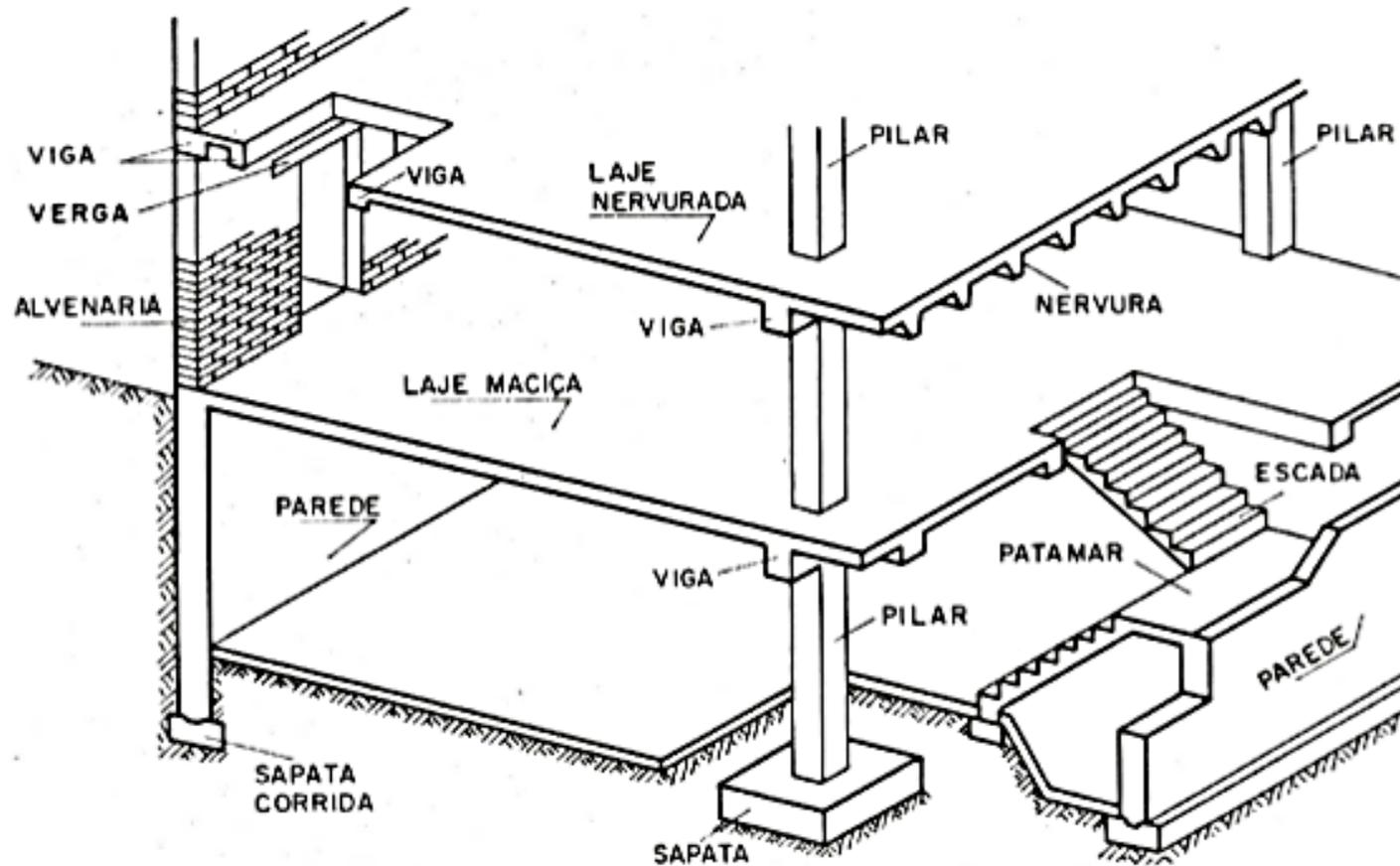
**Determinação de tensões e deformações.**

**1º CAPÍTULO**

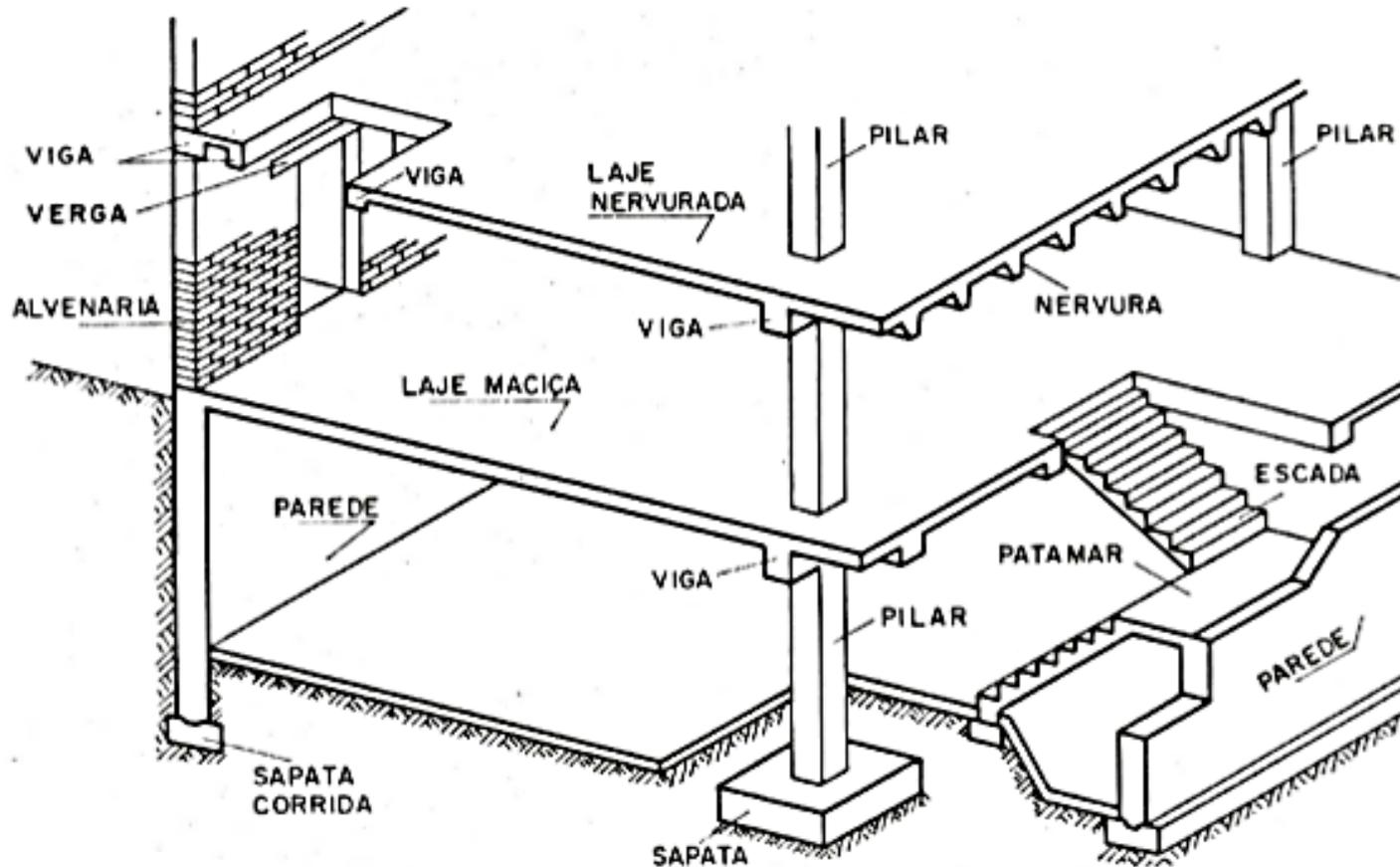
*Conceitos e aplicações!*

# CONCEITOS IMPORTANTES

# O que é Estrutura?

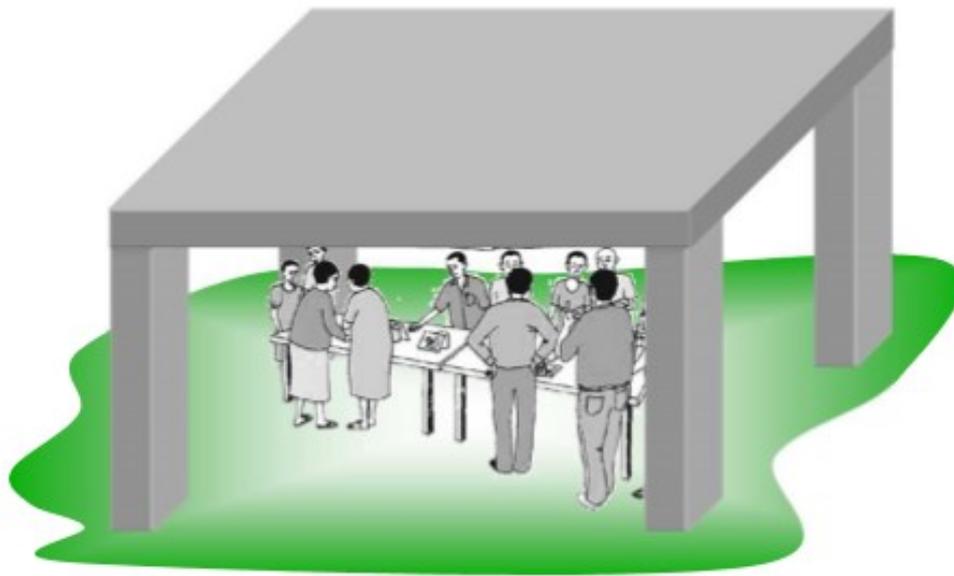


# O que é Estrutura?

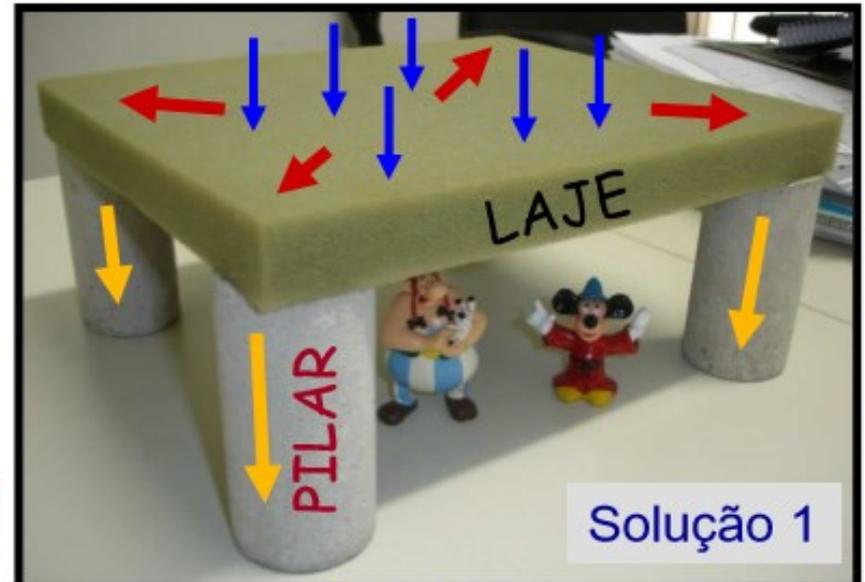


É a parte ou o *conjunto das partes* de uma construção que se destina a *resistir a cargas e transmiti-las ao solo*.

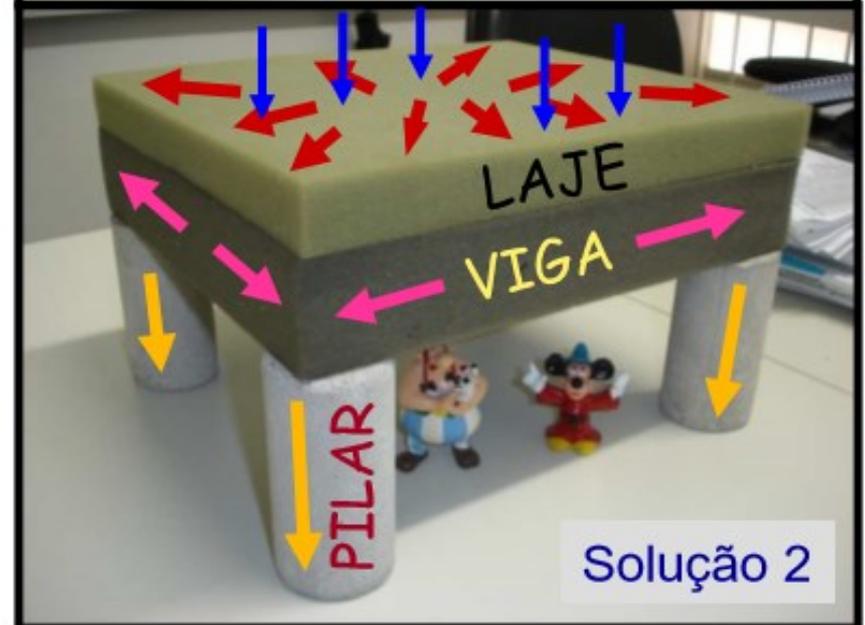
# Qual a melhor solução Estrutural?



Proposta Arquitetônica

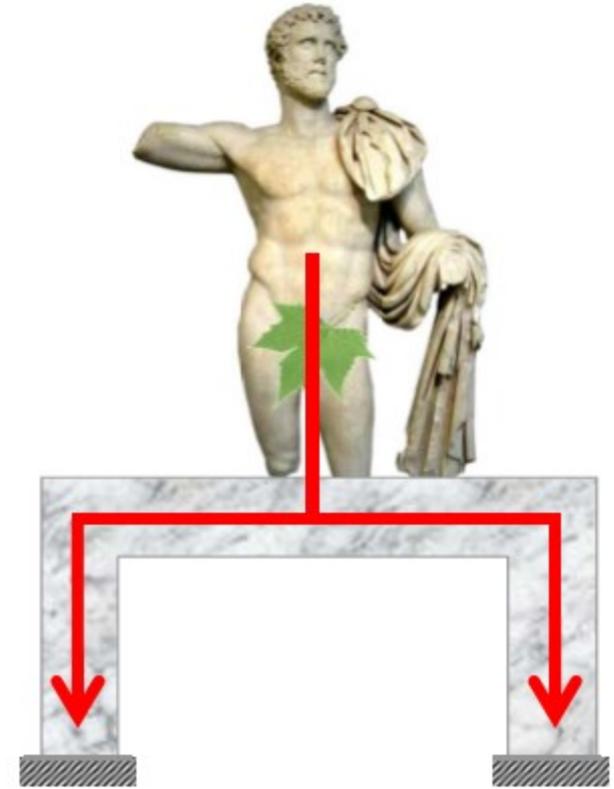
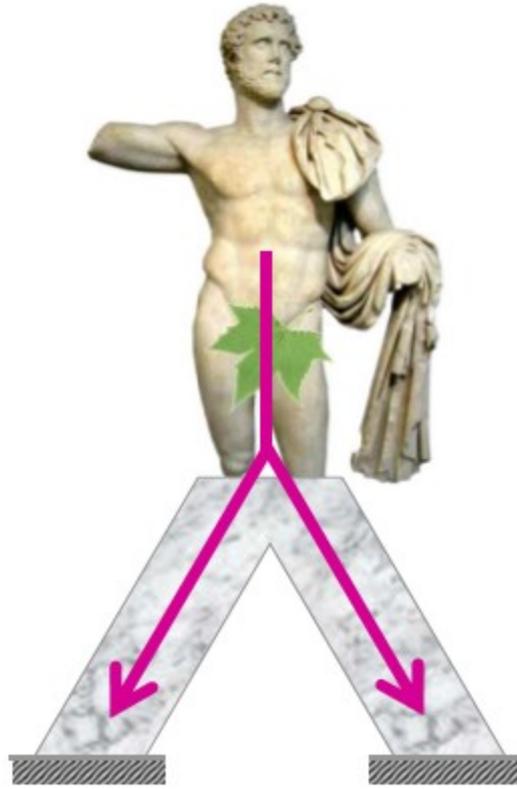
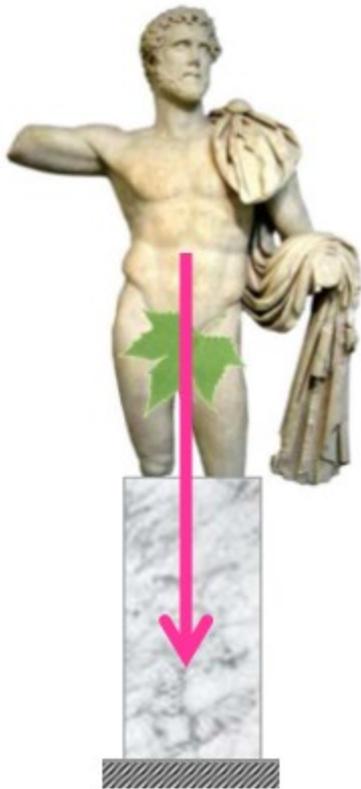


Solução 1

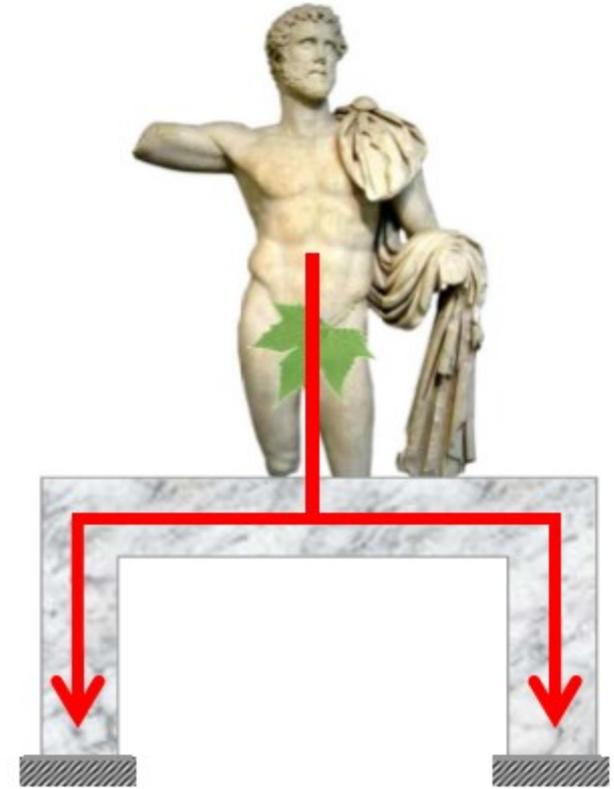
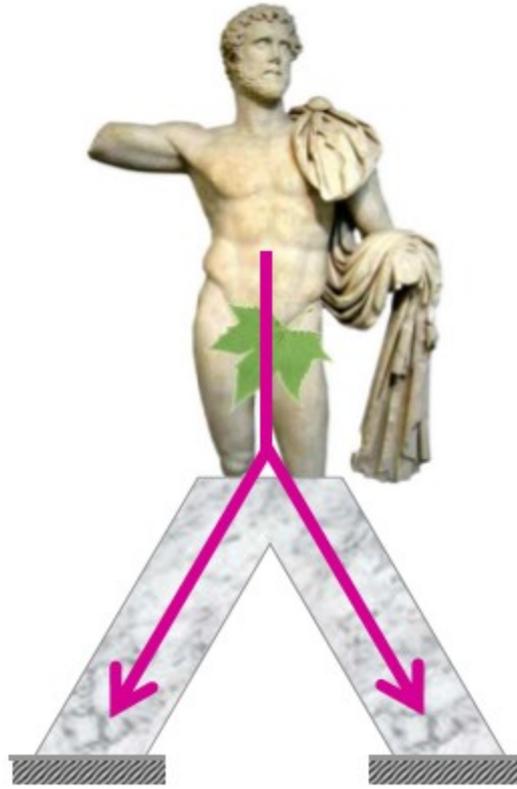
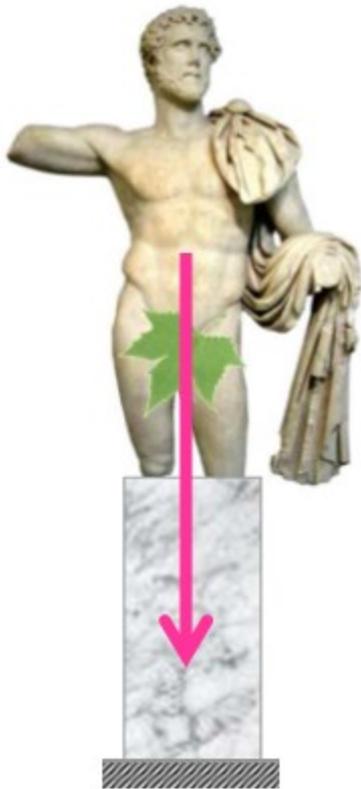


Solução 2

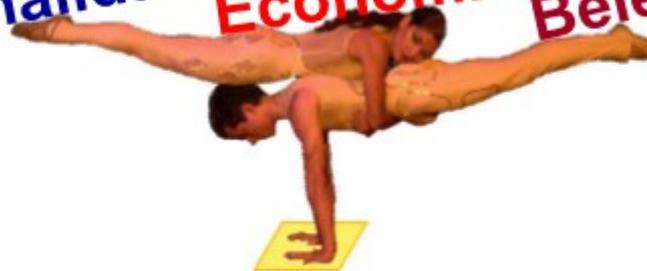
# Qual a melhor solução Estrutural?



# Qual a melhor solução Estrutural?



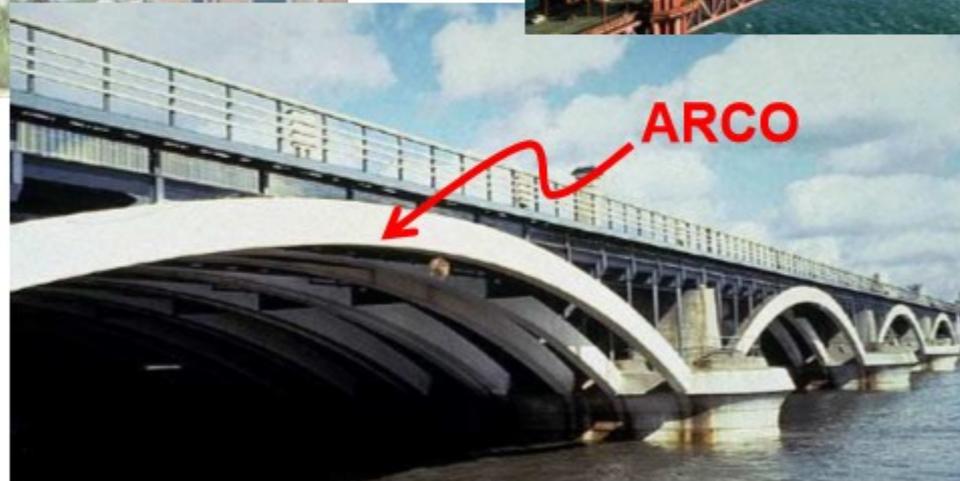
**Funcionalidade** **Economia** **Beleza**



# A Geometria dos Elementos Estruturais

## ***BARRAS OU FIOS:***

São elementos estruturais que apresentam uma de suas dimensões predominando sobre as outras duas.



# A Geometria dos Elementos Estruturais

## ***FOLHAS:***

São elementos estruturais que apresentam duas de suas dimensões predominando sobre a terceira.

**CHAPA (VIGA PAREDE)**



**CASCA**



# A Geometria dos Elementos Estruturais

## ***BLOCOS:***

São elementos estruturais que apresentam as três dimensões na mesma ordem de grandeza.

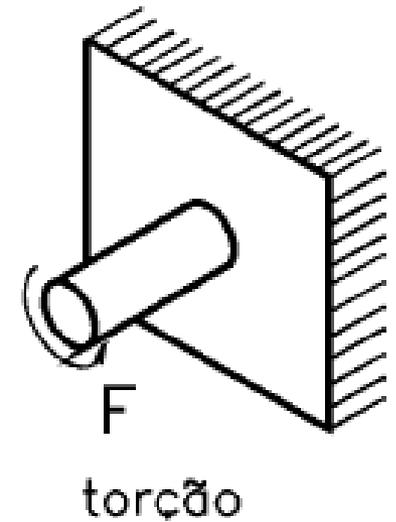
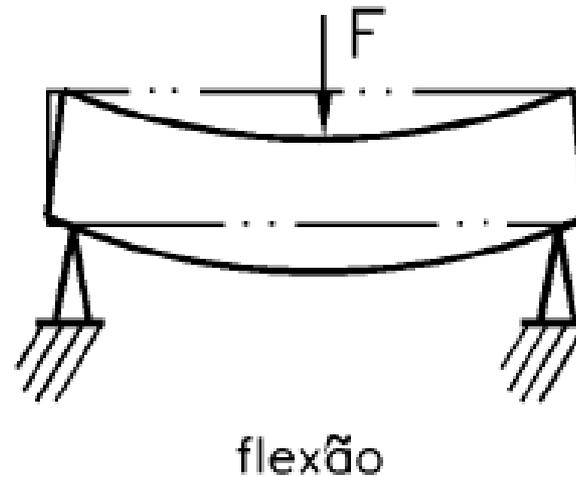
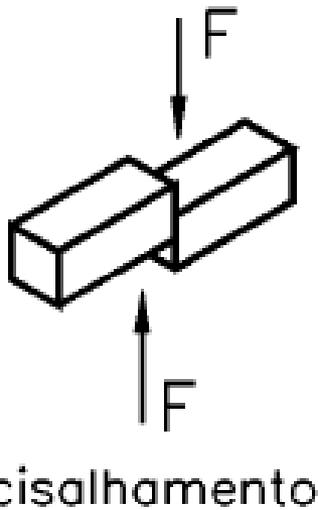
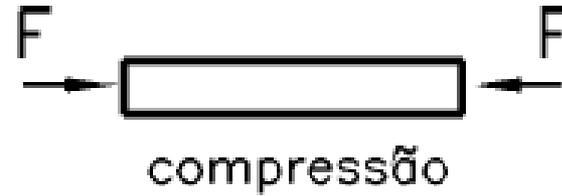


**BLOCO DE  
CONTRAFORTE DE  
UMA BARRAGEM**



**BLOCO DE  
FUNDAÇÃO**

# Tipos de Solicitações



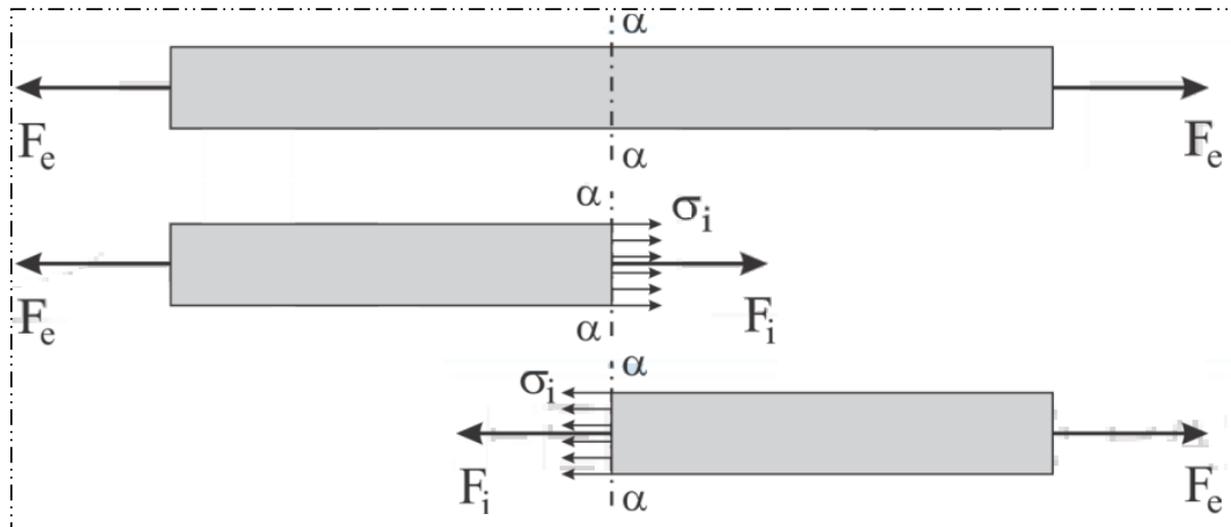
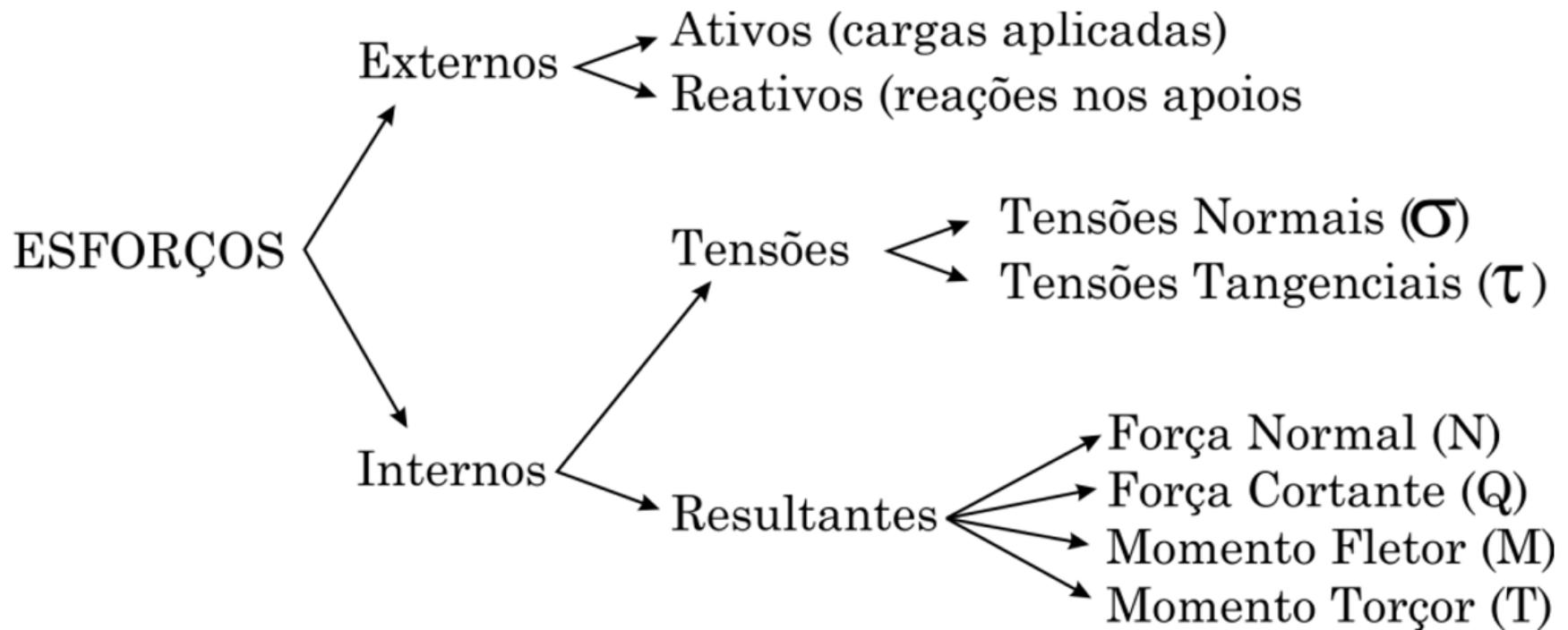


Diagrama de corpo livre ilustrando as tensões internas e os esforços internos normais.

# Modelagem dos Problemas de Engenharia



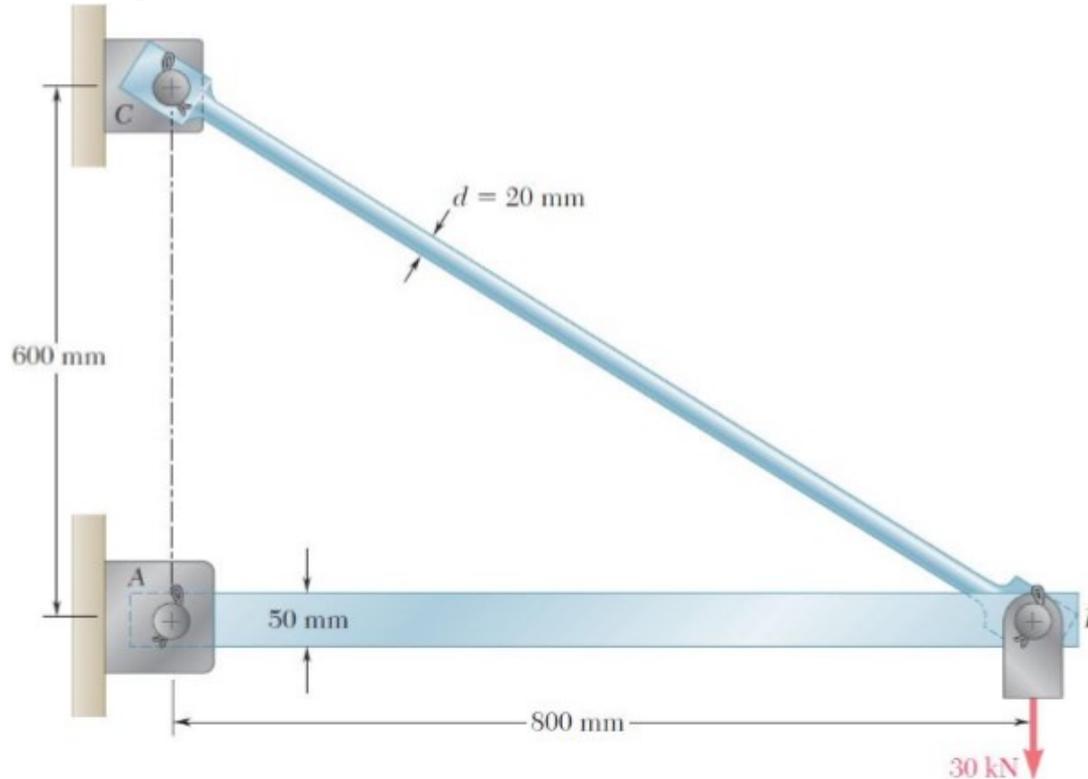
## Hipóteses Básicas/Simplificadoras

- **Isotrópicos:** mesmas respostas mecânicas em todas direções;
- **Homogêneos:** possuem as mesmas propriedades em qualquer ponto;
- **Contínuos:** a matéria é distribuída continuamente no volume do corpo;
- **Linearidade geométrica:** (Pequenas deformações e pequenos deslocamentos)
- **Linearidade física:** (Relação linear entre tensão e deformação)
- **Princípio de Saint Venant:** (Efeitos equivalentes em regiões afastadas das zonas de atuação de ações equivalentes.)

# Breve revisão - Estática

# Revisão - Estática

➤ Considere a seguinte estrutura:

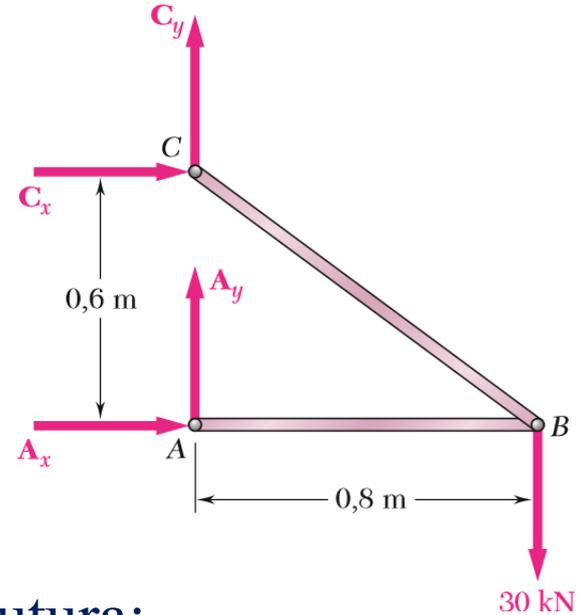


*Quais as reações de apoio da estrutura?*

*Qual era nosso primeiro passo para determiná-las?*

# Revisão - Estática

➤ Desenhar o diagrama de corpo livre:



➤ Aplicar condições de equilíbrio da estrutura:

$$+\curvearrowright \Sigma M_C = 0: \quad A_x(0.6 \text{ m}) - (30 \text{ kN})(0.8 \text{ m}) = 0$$

$$A_x = +40 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0: \quad A_x + C_x = 0$$

$$C_x = -A_x \quad C_x = -40 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad A_y + C_y - 30 \text{ kN} = 0$$

$$A_y + C_y = +30 \text{ kN}$$



*Duas das quatro incógnitas já determinadas.*

# Revisão - Estática

- E às vezes utilizávamos algumas informações adicionais a respeito da estrutura;
  - Por exemplo, somatório nulo de momentos em B, à esquerda da rótula, para a barra AB:

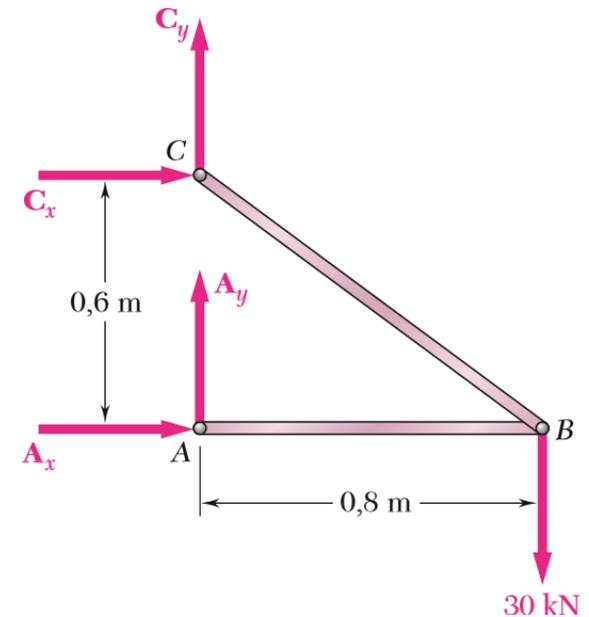
$$+\uparrow \Sigma M_B = 0: \quad -A_y(0.8 \text{ m}) = 0 \quad A_y = 0$$

↓

$$A_y + C_y = +30 \text{ kN}$$

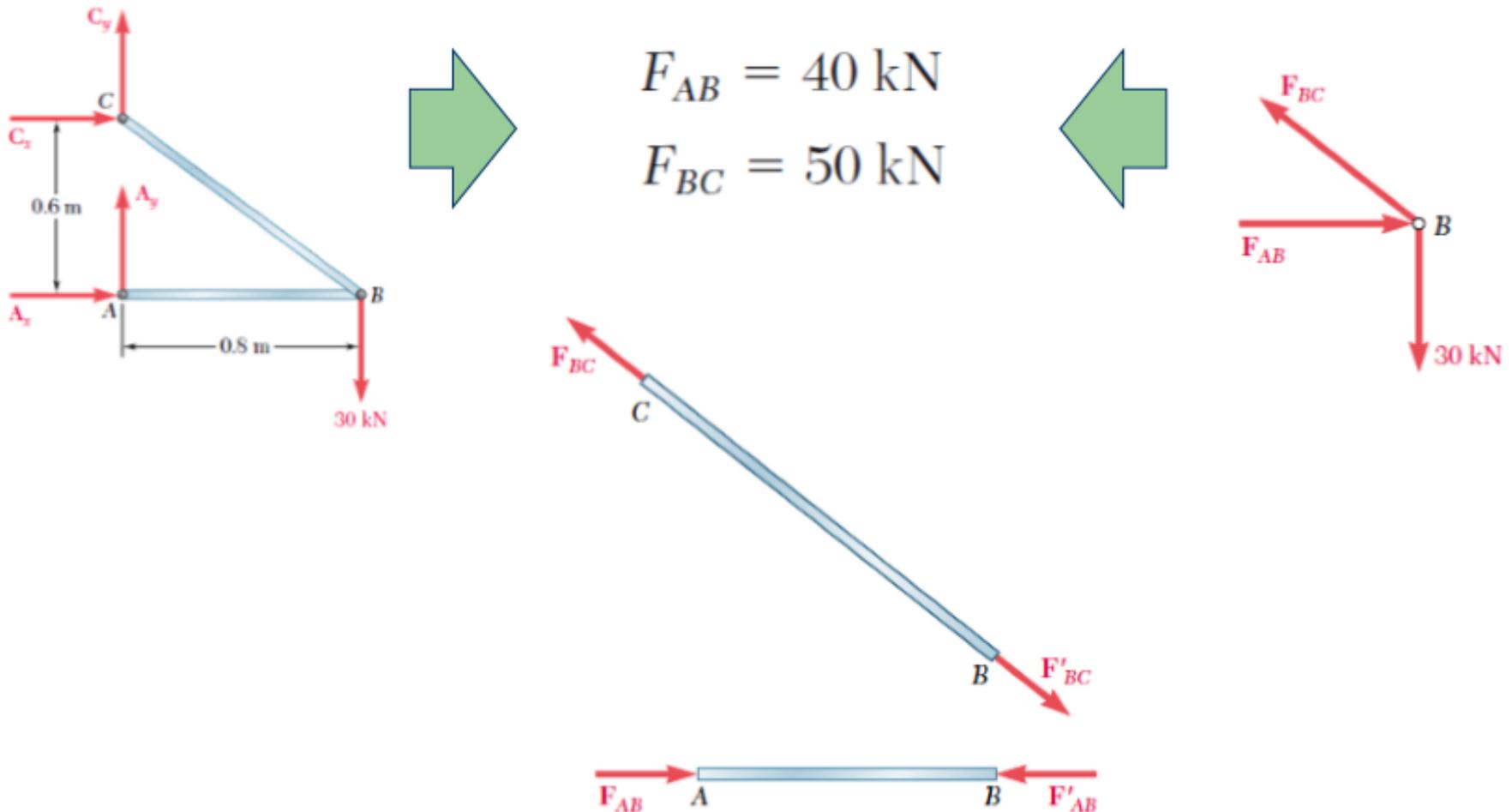
↓

$$C_y = +30 \text{ kN}$$



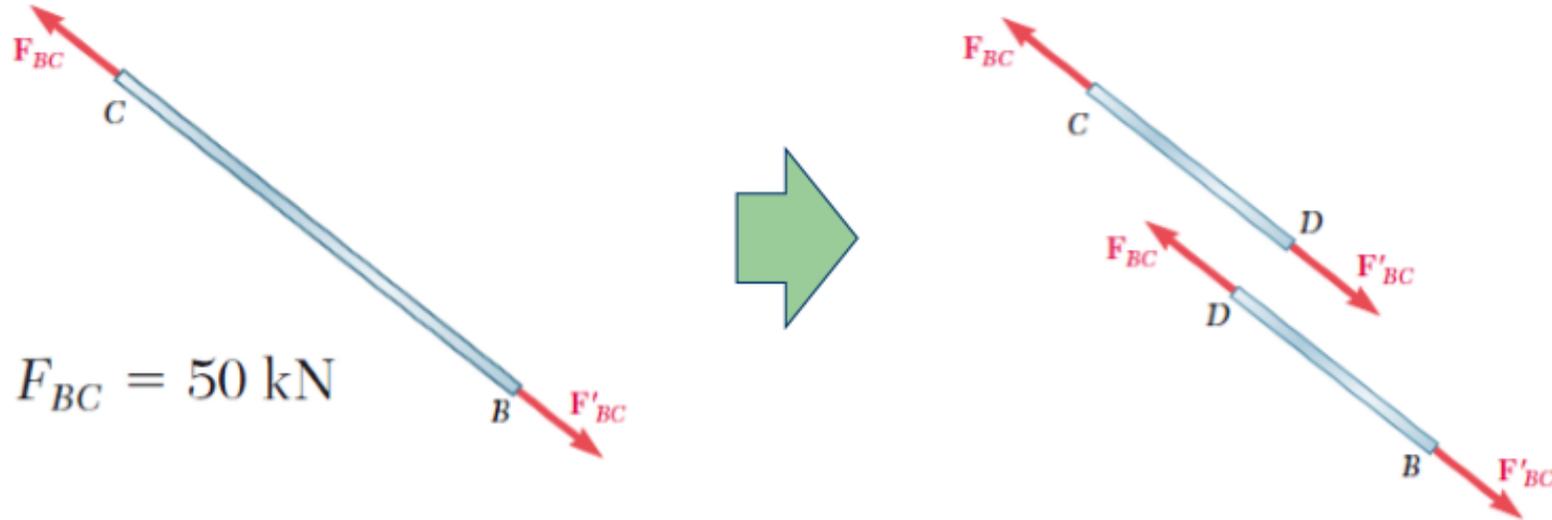
# Revisão - Estática

➤ Agora, verificando o equilíbrio do ponto B:



# Revisão - Estática

- Efetuando um corte transversal por um ponto D da barra BC:

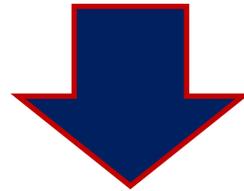


*Cada trecho permanece em equilíbrio.*

*Existe uma **força interna** de 50kN atuando na barra BC quando a carga de 30kN é aplicada no ponto B.*

# Revisão - Estática

- Na mecânica dos sólidos passamos a nos preocupar se o material que constitui a barra suportará ou não as forças internas sobre ele atuantes;



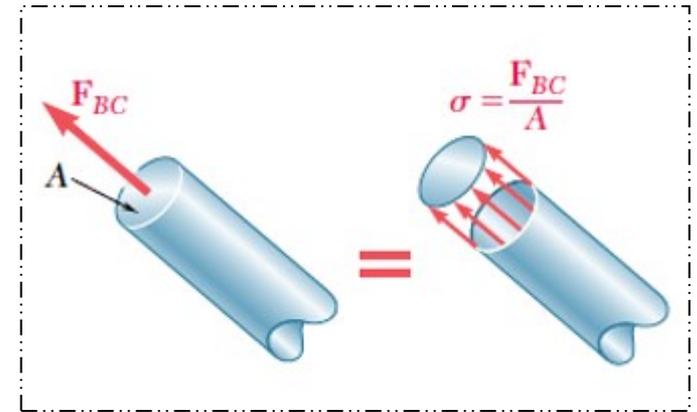
**Medidas de TENSÃO e de DEFORMAÇÃO**

# Tensões Normais/Axiais

# Tensões em elementos de uma estrutura

➤ *A verificação se a barra BC suportará ou não o carregamento depende:*

- Do carregamento aplicado;
- Da quantidade de material
- E do tipo de material envolvido.

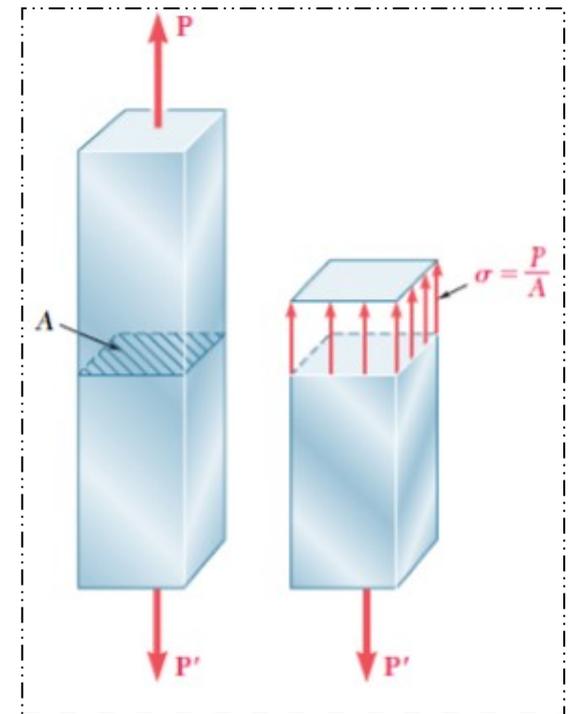
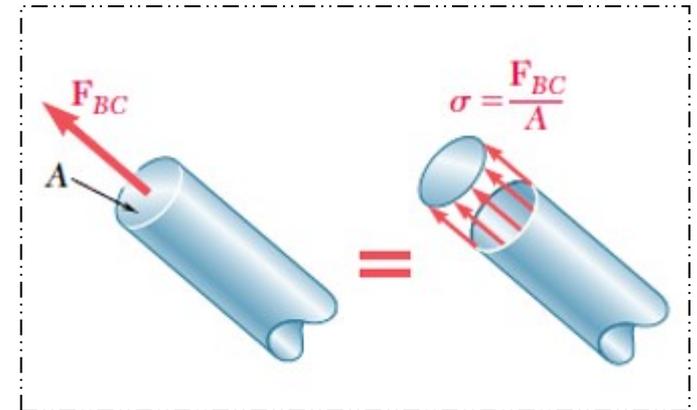


# Tensões em elementos de uma estrutura

➤ A *verificação se a barra BC suportará ou não o carregamento depende:*

- Do carregamento aplicado;
- Da quantidade de material
- E do tipo de material envolvido.

➤ A *força por unidade de área*, ou intensidade das forças distribuídas sobre uma dada seção, *é chamada tensão* naquela seção e denotada por  $\sigma$  (*sigma*).



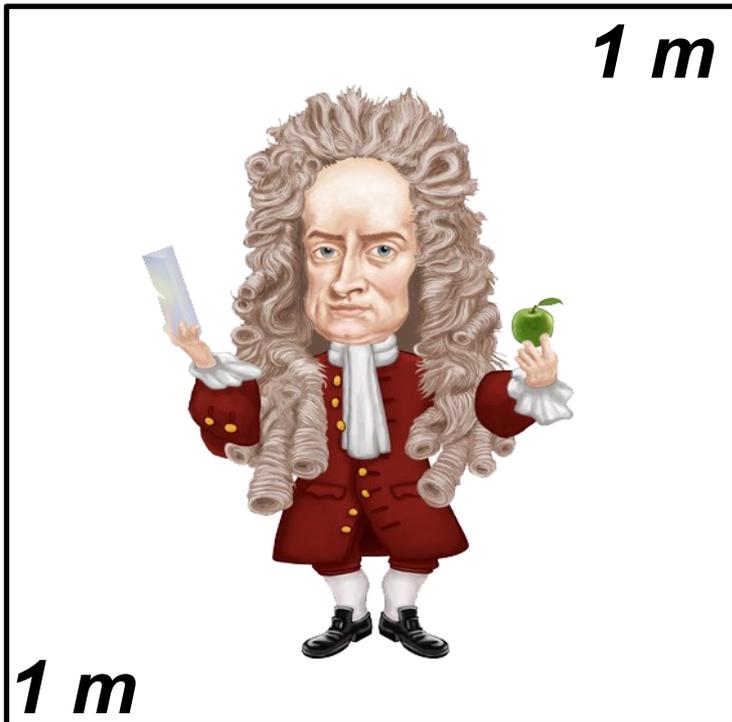
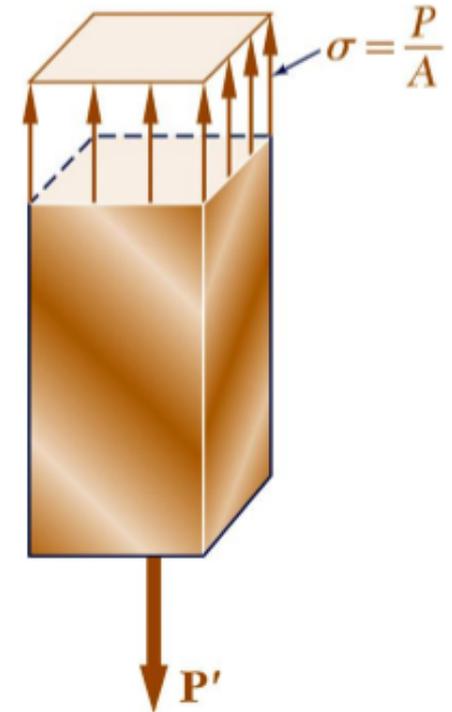
# Tensões em elementos de uma estrutura

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

No SI:

$$\frac{N}{m^2}$$

Pascal:  
*Pa*



=



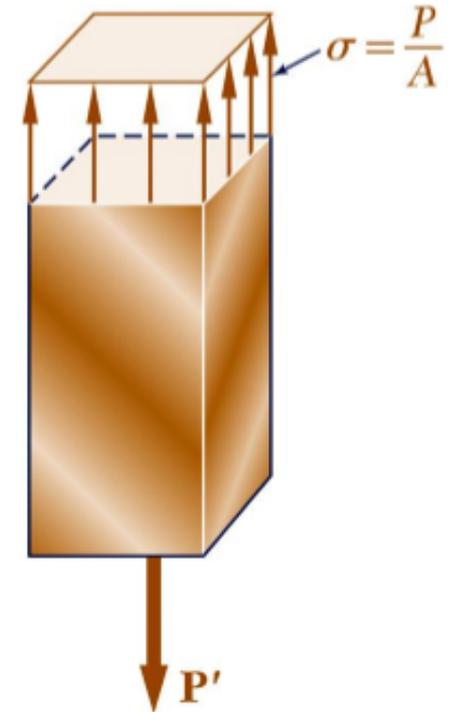
# Tensões em elementos de uma estrutura

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

No SI:

$$\frac{N}{m^2}$$

Pascal:  
 $Pa$



- Na prática (múltiplos do  $Pa$ ):

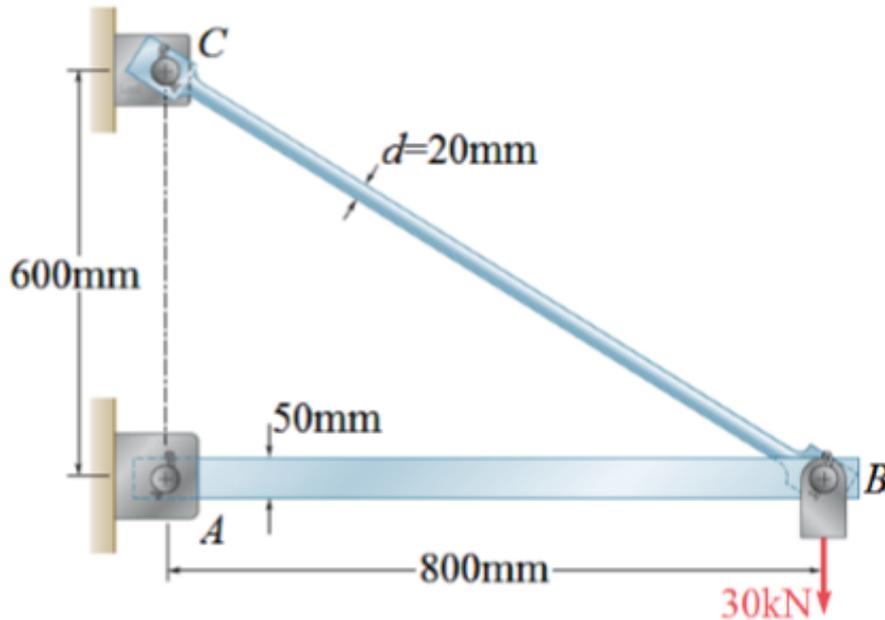
$$1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa} = 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa} = 10^9 \text{ N/m}^2$$

# Análise e projeto

➤ Considerando novamente a estrutura:



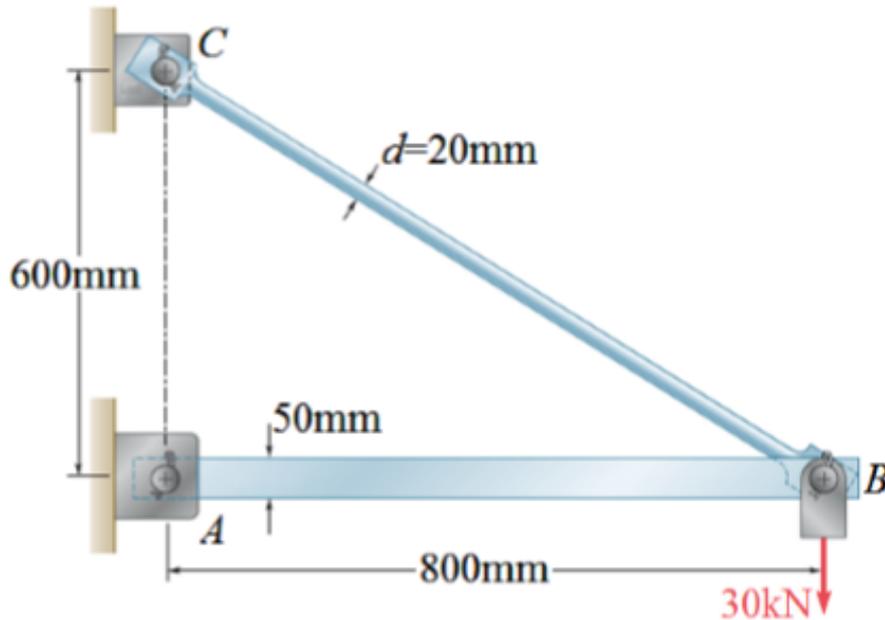
Supondo que a barra  $BC$  é feita de aço, com uma máxima tensão admissível  $\sigma_{adm}=165\text{MPa}$ .

*A barra  $BC$  pode suportar o carregamento ao qual está sujeita?*

$$(F_{BC}=50\text{kN})$$

# Análise e projeto

➤ Considerando novamente a estrutura:



Supondo que a barra  $BC$  é feita de aço, com uma máxima tensão admissível  $\sigma_{adm}=165\text{MPa}$ .

*A barra  $BC$  pode suportar o carregamento ao qual está sujeita?*

$$(F_{BC}=50\text{kN})$$

- Tem-se que:

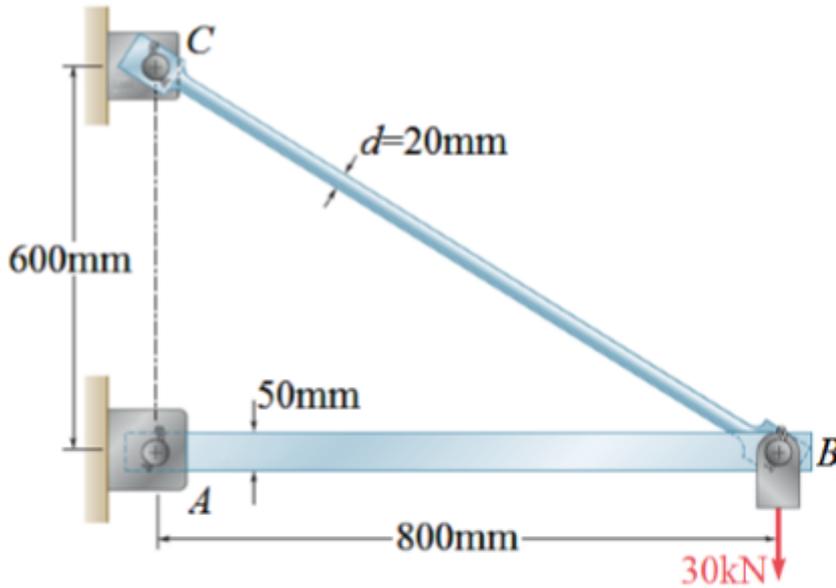
$$P = F_{BC} = +50 \text{ kN} = +50 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \left( \frac{20 \text{ mm}}{2} \right)^2 = \pi (10 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 314 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{+50 \times 10^3 \text{ N}}{314 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = +159 \times 10^6 \text{ Pa} = +159 \text{ MPa}$$

# Análise e projeto

➤ Considerando novamente a estrutura:



Supondo que a barra  $BC$  é feita de aço, com uma máxima tensão admissível  $\sigma_{adm} = 165 \text{ MPa}$ .

*A barra  $BC$  pode suportar o carregamento ao qual está sujeita?*

$$(F_{BC} = 50 \text{ kN})$$

- Tem-se que:

$$P = F_{BC} = +50 \text{ kN} = +50 \times 10^3 \text{ N}$$

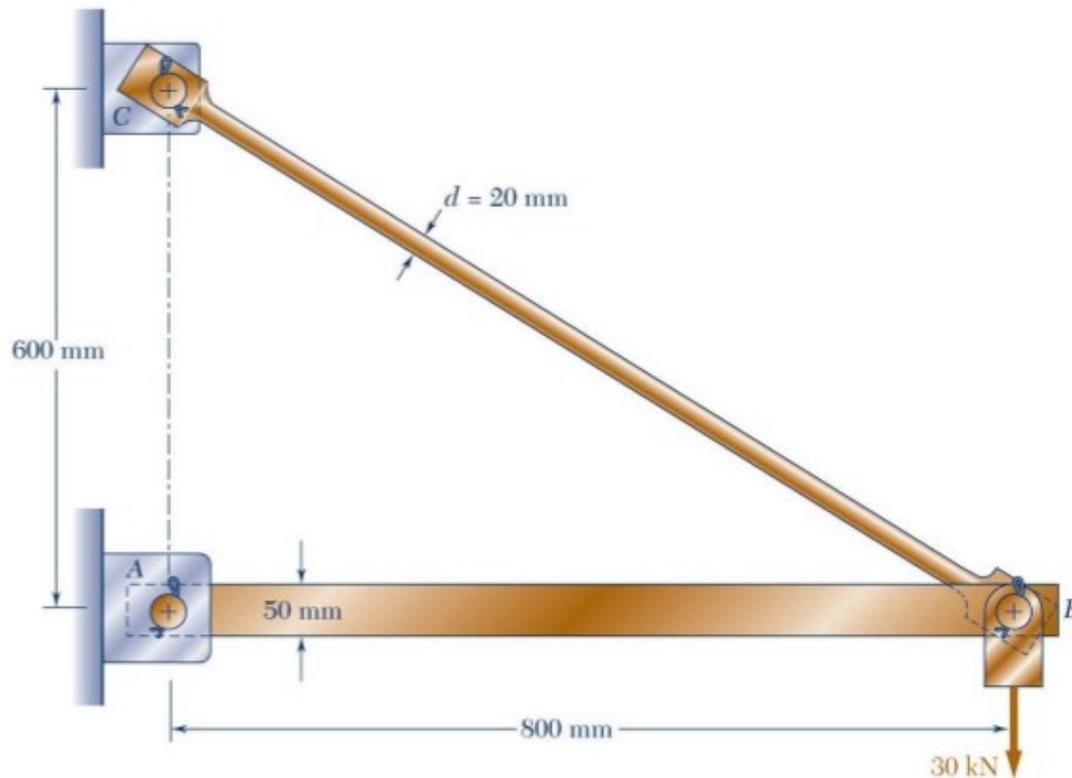
$$A = \pi r^2 = \pi \left( \frac{20 \text{ mm}}{2} \right)^2 = \pi (10 \times 10^{-3} \text{ m})^2 = 314 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{+50 \times 10^3 \text{ N}}{314 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = +159 \times 10^6 \text{ Pa} = +159 \text{ MPa}$$

*Qual a nossa conclusão diante deste resultado?*

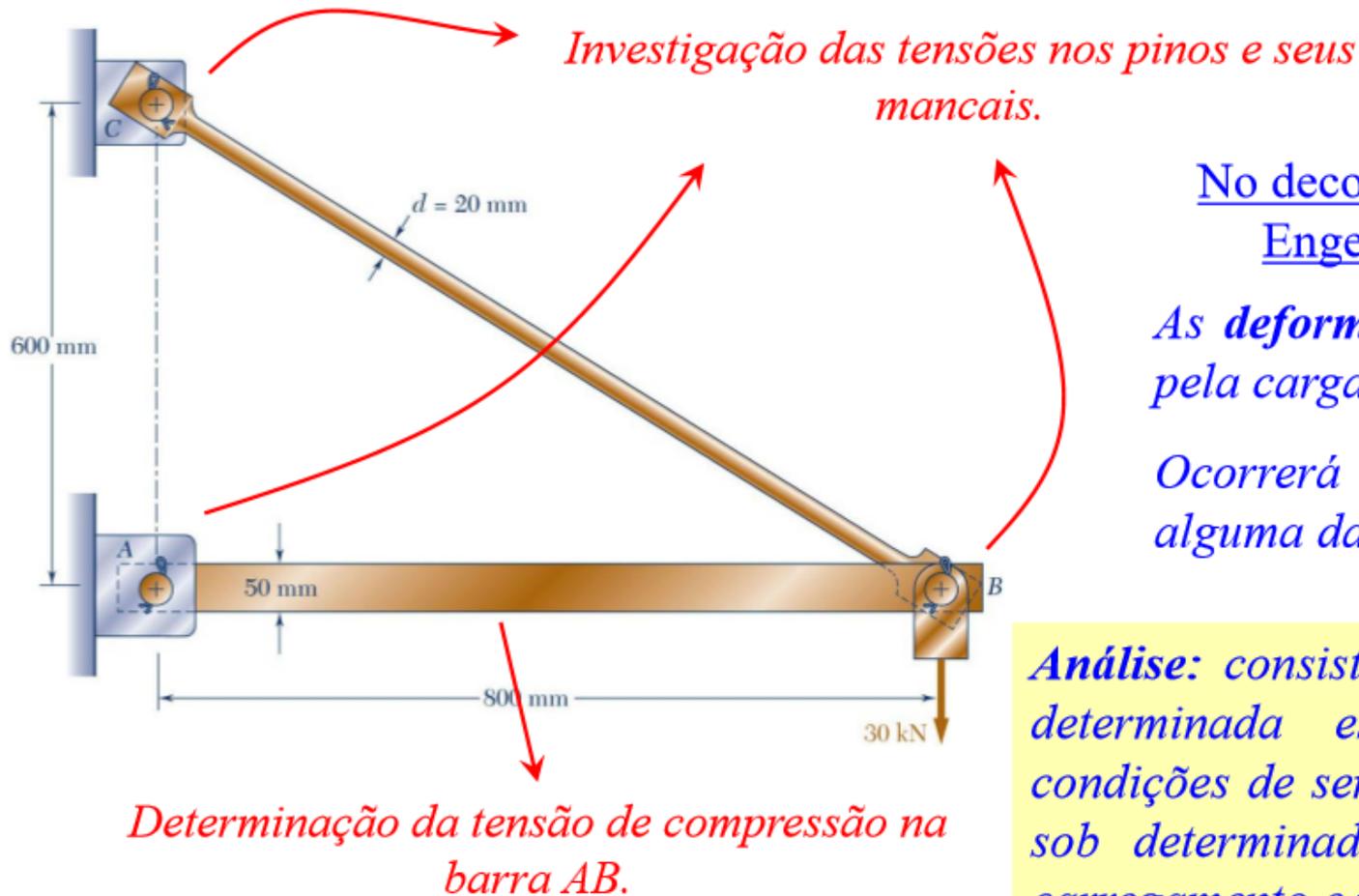
# Análise e projeto

- A barra **BC PODE SUPORTAR** a carga à qual está submetida!!!
- Nossa análise está completa?



# Análise e projeto

- A barra **BC PODE SUPORTAR** a carga à qual está submetida!!!
- Nossa análise está completa?



No decorrer do curso de Engenharia Civil:

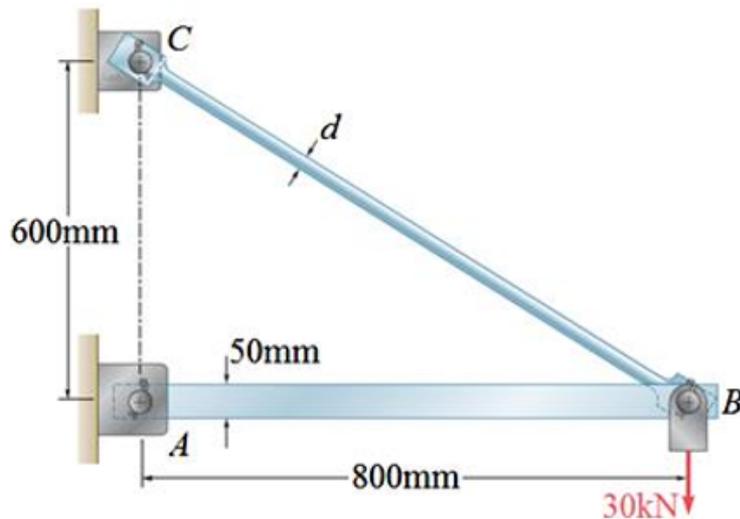
*As deformações produzidas pela carga são aceitáveis?*

*Ocorrerá instabilidade em alguma das barras?*

*Análise: consiste em verificar se determinada estrutura satisfaz condições de serviço e segurança sob determinadas condições de carregamento e vinculação.*

# Análise e projeto

- O papel do engenheiro não se limita à análise de estruturas existentes, cabe também a ele projetar novas estruturas!



Supondo que a barra  $BC$  será de alumínio, com uma máxima tensão admissível  $\sigma_{adm} = 100 \text{ MPa}$ .

*Qual deverá ser a área da barra  $BC$  para suportar a mesma condição de carregamento anterior?*

$$\sigma_{adm} = \frac{P}{A} \quad \therefore A = \frac{P}{\sigma_{adm}} = \frac{50 \times 10^3 \text{ N}}{100 \times 10^6 \text{ Pa}} \\ = 500 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

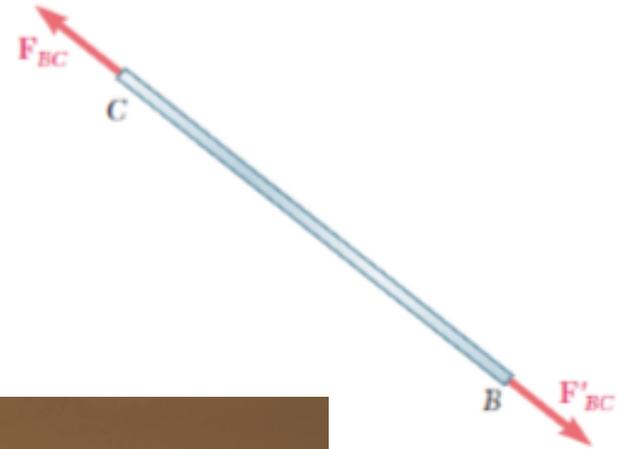
$$A = \pi \frac{d^2}{4} \quad \therefore d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4(500 \times 10^{-6} \text{ m}^2)}{\pi}} \\ = 2.52 \times 10^{-2} \text{ m} = \boxed{25.2 \text{ mm}}$$

*Projetar: determinar dimensões e materiais de uma estrutura sujeita a “determinados carregamentos e vinculações” de maneira que a mesma satisfaça condições de serviço e segurança.*

# Carga axial e tensão normal

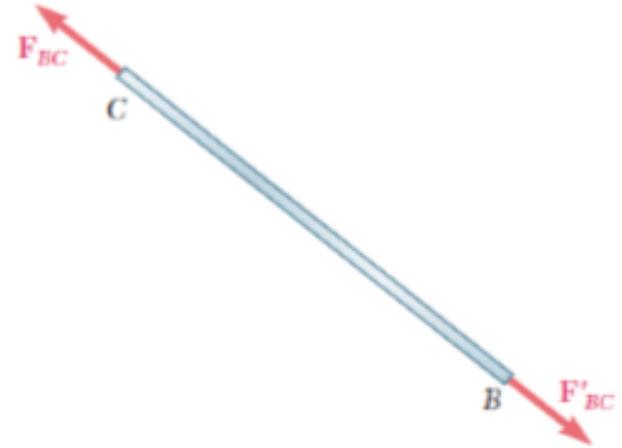
# Carga axial e tensão normal

- Como as forças  $F_{BC}$  e  $F'_{BC}$  atuam na direção do eixo da barra BC, diz-se que a barra está sujeita a um **carregamento axial** (ou normal ao plano da seção transversal da barra);



# Carga axial e tensão normal

- Como as forças  $F_{BC}$  e  $F'_{BC}$  atuam **na direção do eixo** da barra BC, diz-se que a barra está sujeita a um **carregamento axial** (ou normal ao plano da seção transversal da barra);



# Carga axial e tensão normal

- A equação apresentada anteriormente nos dá a tensão normal em um membro sob carregamento axial:

$$\sigma = \frac{P}{A} \longrightarrow \text{Valor médio sobre a seção transversal}$$



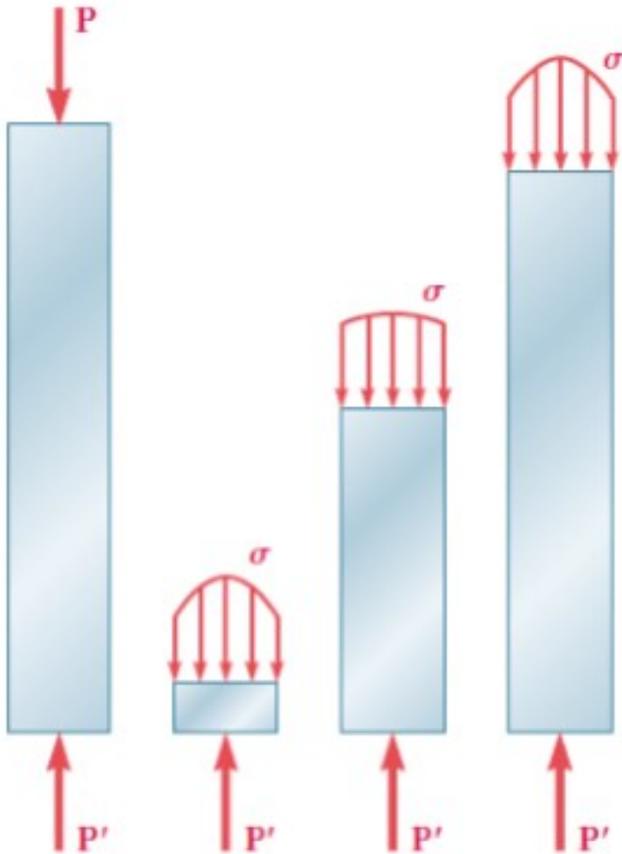
- Para definir a tensão num dado ponto  $Q$  da seção transversal, devemos considerar uma área infinitesimal,  $\Delta A$ :

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$



# Carga axial e tensão normal

- Em geral,  $\sigma$  varia ao longo da seção:



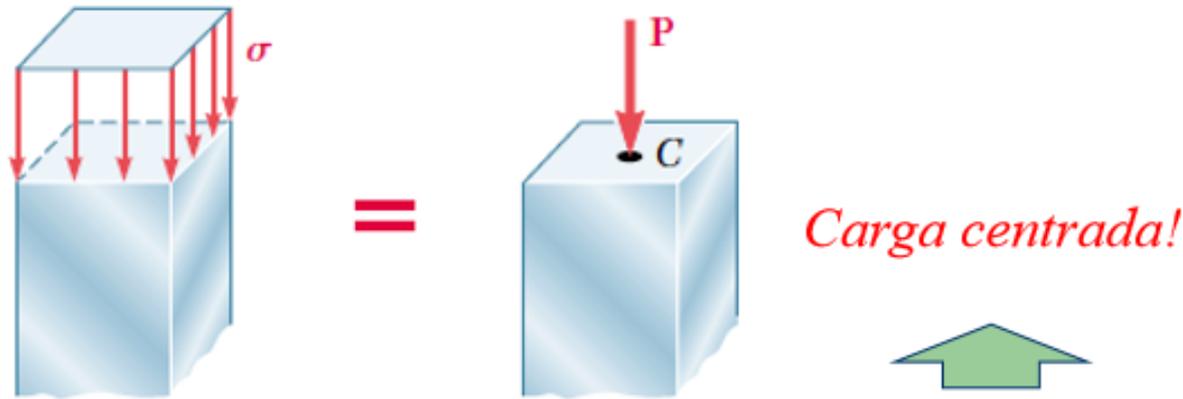
- A magnitude da resultante das forças internas distribuídas é:

$$P = \int dF = \int_A \sigma dA \quad (\text{Condição de equilíbrio})$$

- Isso será discutido ao longo da disciplina!

# Carga axial e tensão normal

- Na prática, é comum assumir que a distribuição de tensões em um membro carregado axialmente é **uniforme**, exceto na vizinhança do ponto de aplicação dos carregamentos:



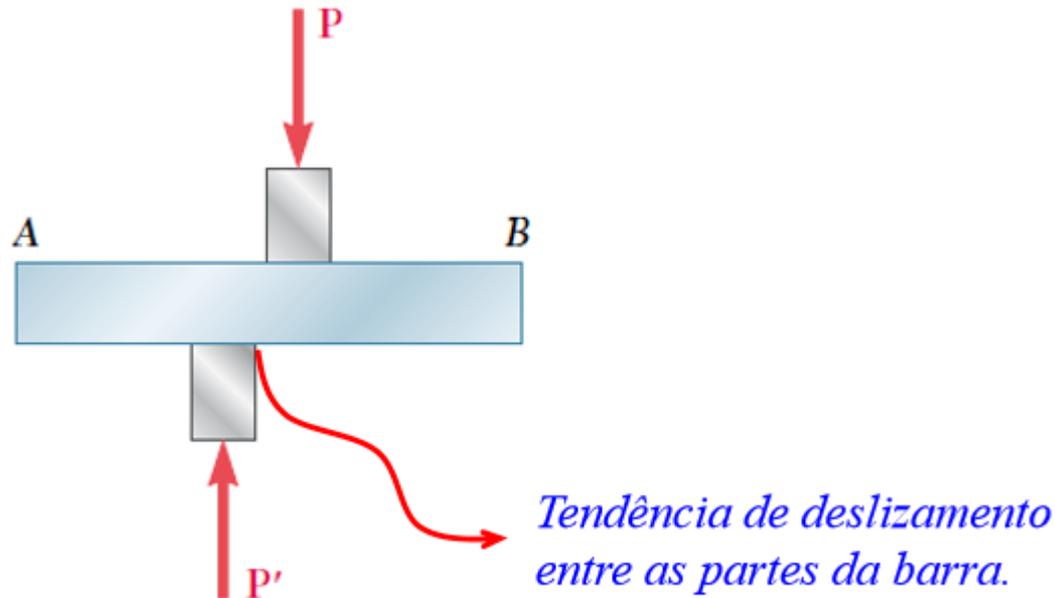
Condição necessária para que uma distribuição uniforme de tensão seja possível:

A linha de ação das cargas concentradas P e P' deve passar pelo centróide da seção considerada.

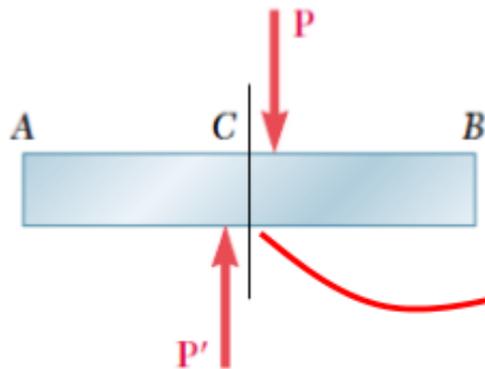
# Tensão de cisalhamento

# Tensão de cisalhamento

- Quando duas forças  $P$  e  $P'$  são aplicadas a uma barra  $AB$  na **direção transversal** à barra, um tipo de tensão muito diferente da tensão axial ocorre:

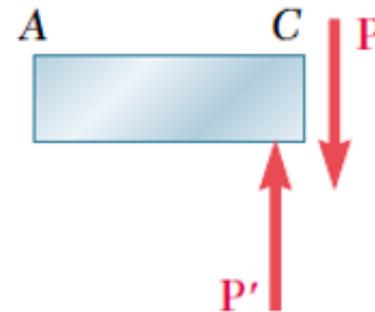


# Tensão de cisalhamento



Passando uma seção transversal pelo ponto  $C$ , entre os pontos de aplicação das forças.

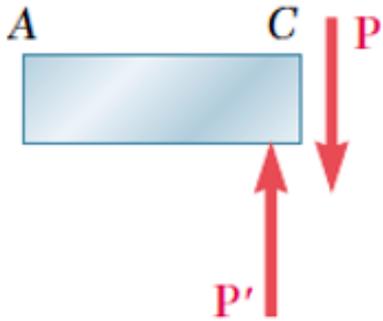
Diagrama de corpo livre da parte  $AC$ :



Devem existir forças internas na seção transversal de maneira a manter o equilíbrio da parte  $AC$ .

# Tensão de cisalhamento

- A força resultante, de intensidade  $P$ , atuante na seção é denominada força cortante ou força de cisalhamento.

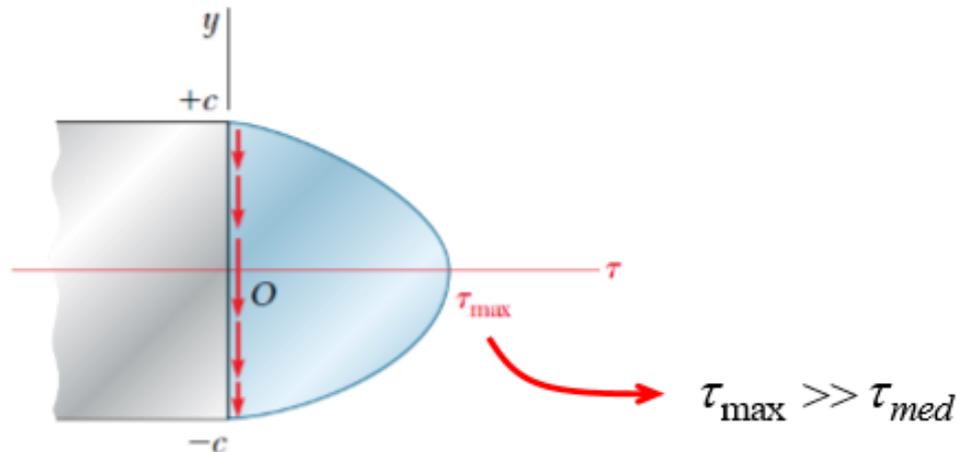


- Dividindo a força  $P$  pela área da seção transversal  $A$ , obtém-se a *tensão média de cisalhamento* na seção:

$$\tau_{med} = \frac{P}{A}$$

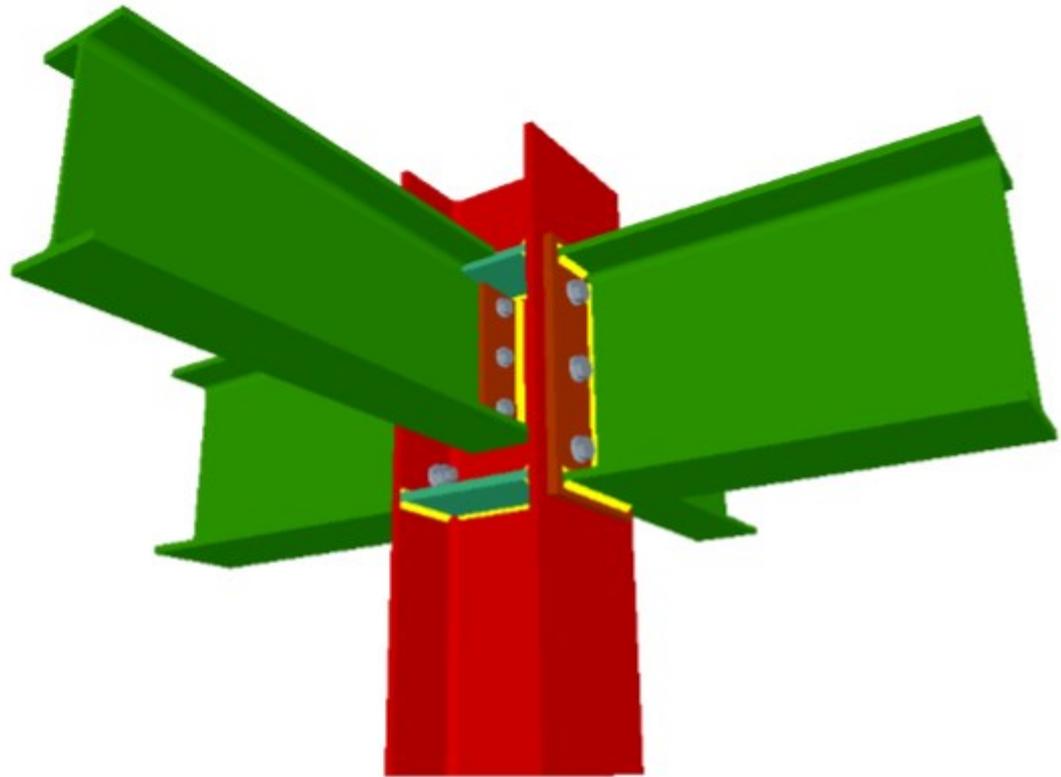


*Ao contrário do que ocorreu para as tensões normais, a distribuição de tensões de cisalhamento na seção transversal **não pode** ser assumida uniforme.*



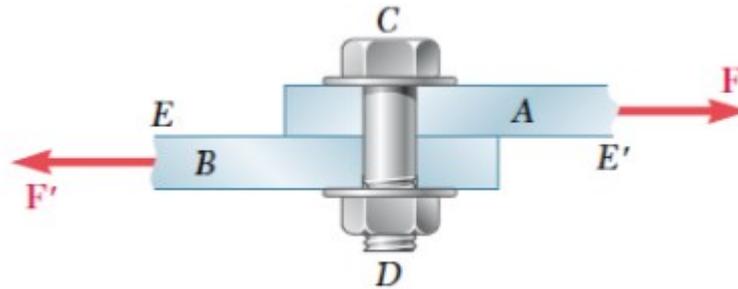
# Tensão de cisalhamento

- A tensão de cisalhamento ocorre comumente em parafusos, rebites e pinos, que ligam as partes das estruturas:

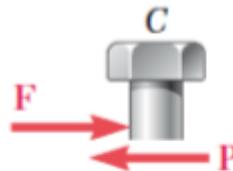
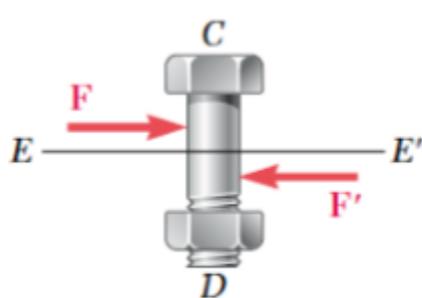


# Tensão de cisalhamento

- Considerando as duas chapas A e B, ligadas pelo parafuso CD, ao aplicar às chapas as forças de tração de intensidade F, aparecerão tensões na seção do parafuso que corresponde ao plano EE':



- Desenhando os diagramas do parafuso e da parte deste que fica acima do plano EE', concluímos que a força cortante P na seção é igual a F:

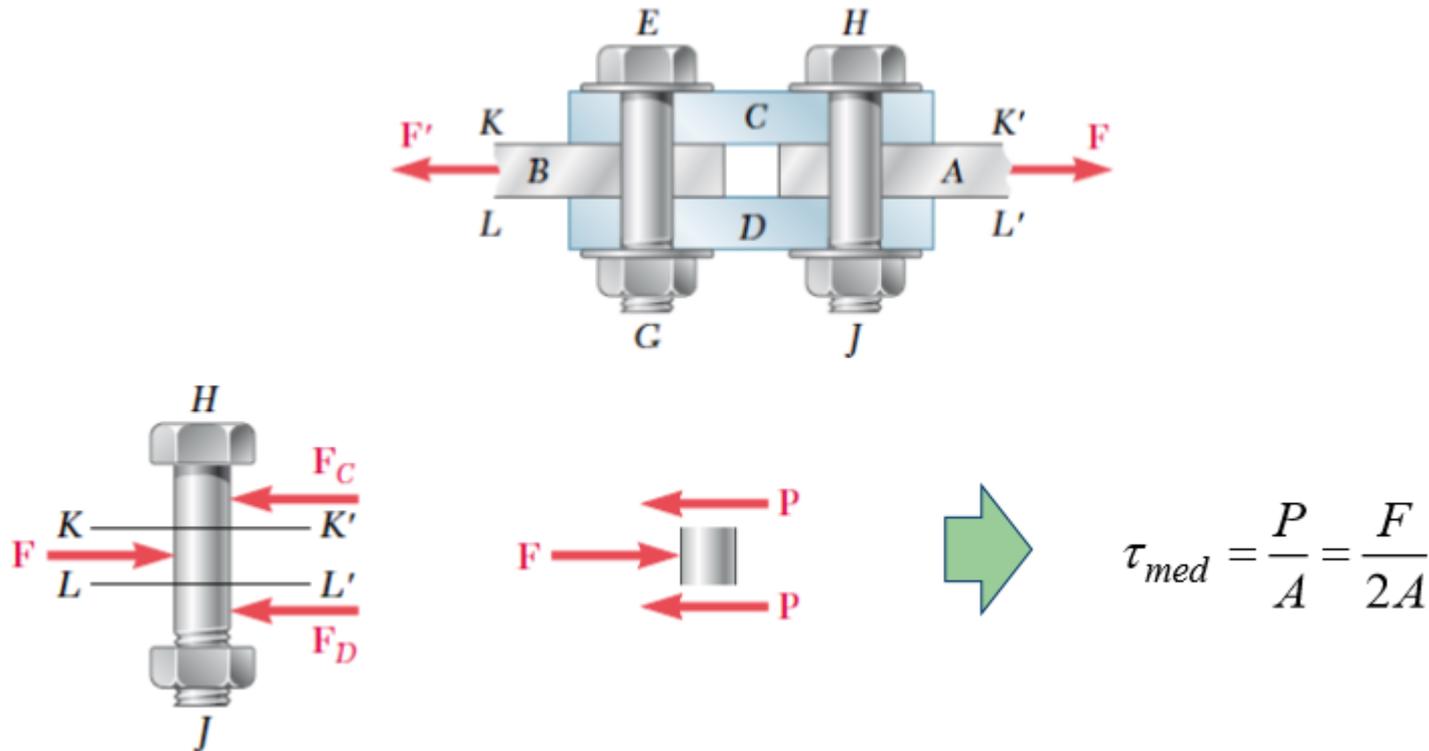


$$\tau_{med} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

*Nestas condições se diz que o parafuso está sujeito a cisalhamento simples.*

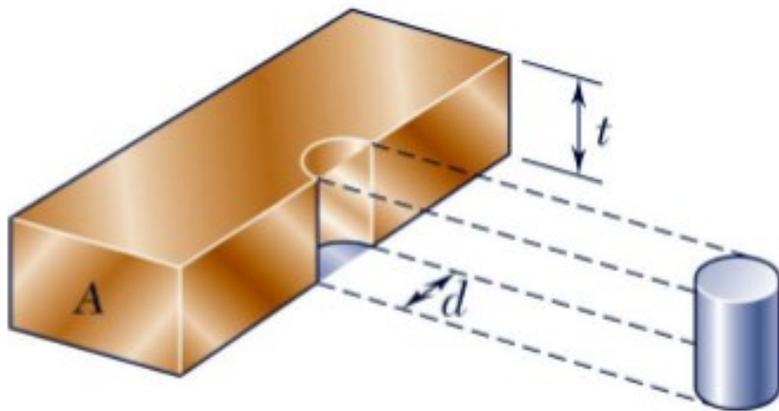
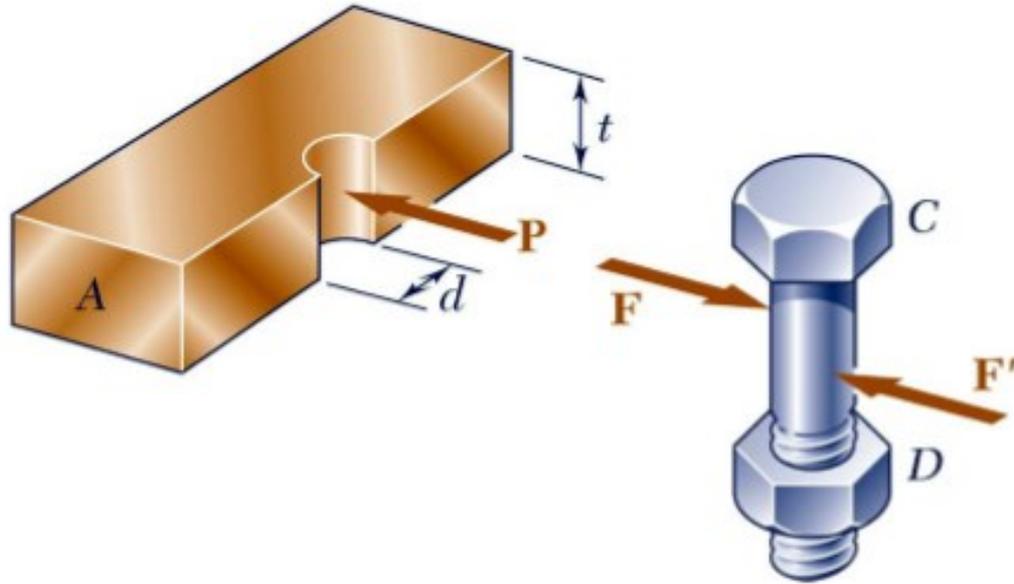
# Tensão de cisalhamento

- Se as chapas de ligação C e D são usadas para conectar as chapas A e B, o parafuso HJ poderá ser cortado nos planos KK' e LL' (o mesmo ocorre para o parafuso EG). Nesse caso se diz que os parafusos estão sujeitos a *cisalhamento duplo*.



**Tensão de esmagamento em conexões**

# Tensão de esmagamento em conexões



$$\sigma_e = \frac{P}{A} = \frac{F}{td}$$

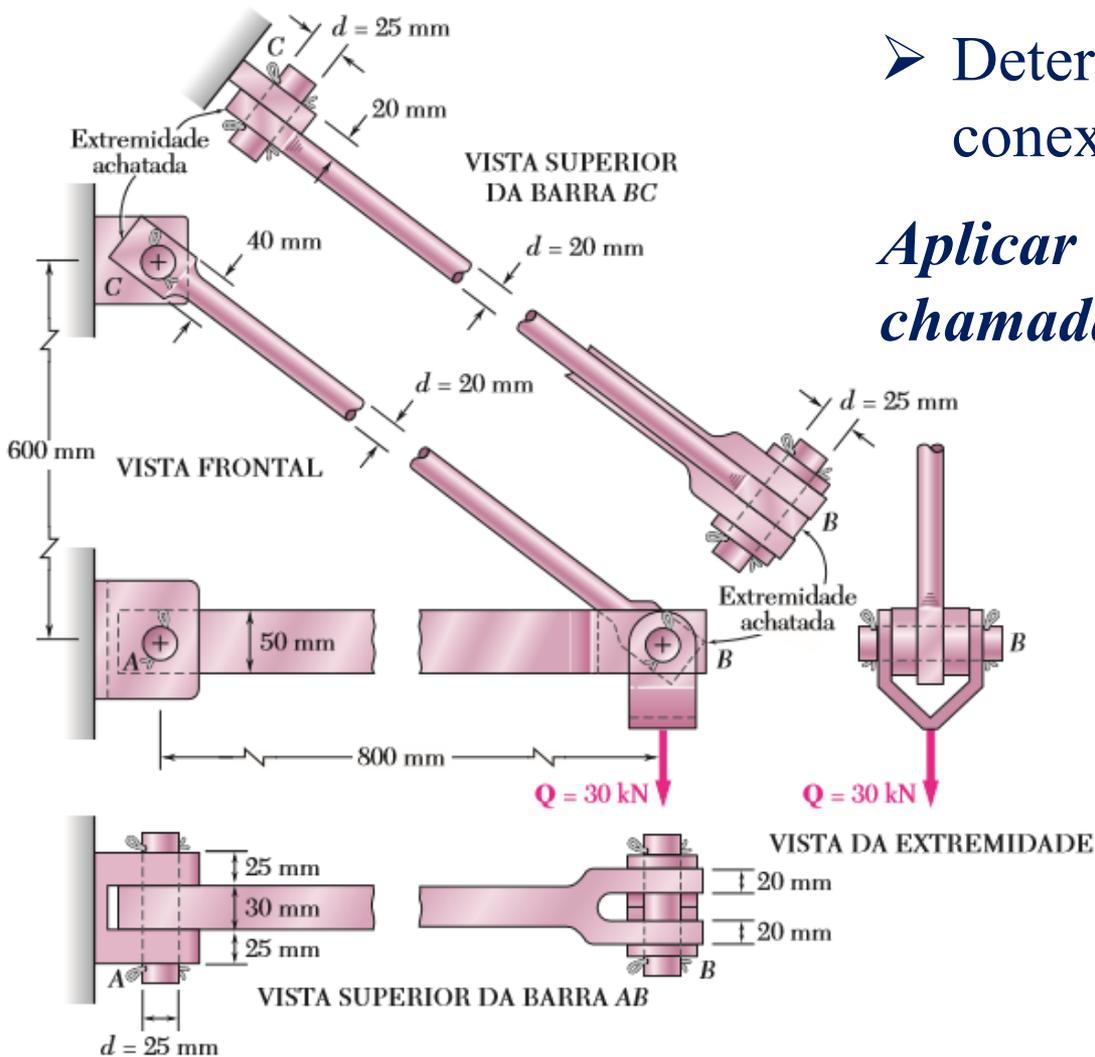
# Aplicação à análise e projeto de estruturas simples

# Home Work

➤ Determinar as tensões nas barras e conexões da estrutura mostrada.

*Aplicar uma carga  $Q = \text{número da chamada}$*

- Determinação da tensão normal nas barras AB e BC.
- Determinação da tensão de cisalhamento nas conexões (A, B e C).
- Determinação das tensões de esmagamento no suporte A.



# ATENÇÃO!



**KEEP  
CALM**

**BECAUSE**

**RAPADURA É DOCE  
MAS NÃO É MOLE NÃO**

# NUNCA DESISTA

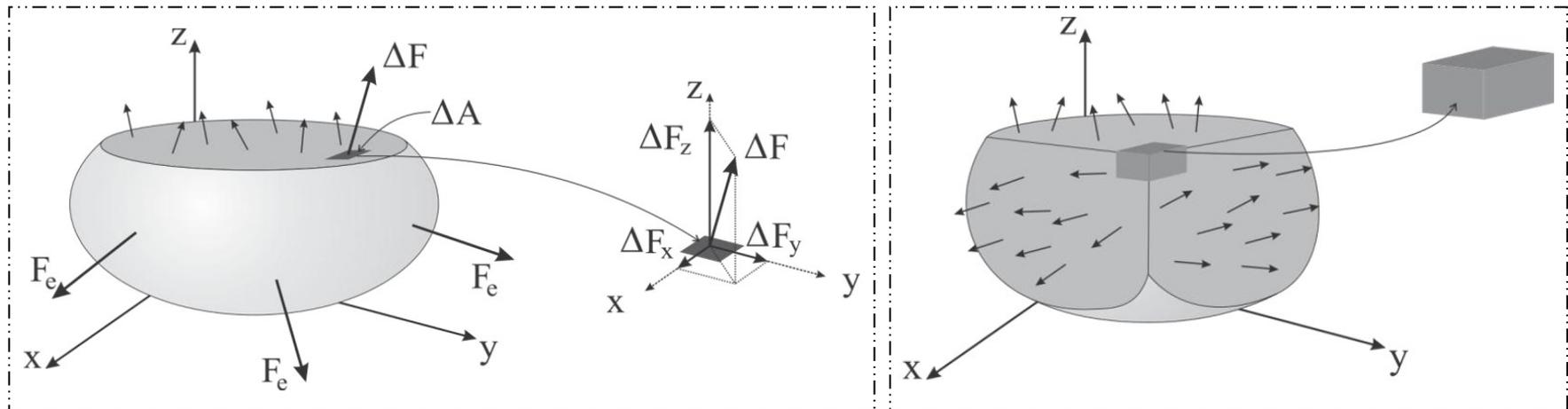
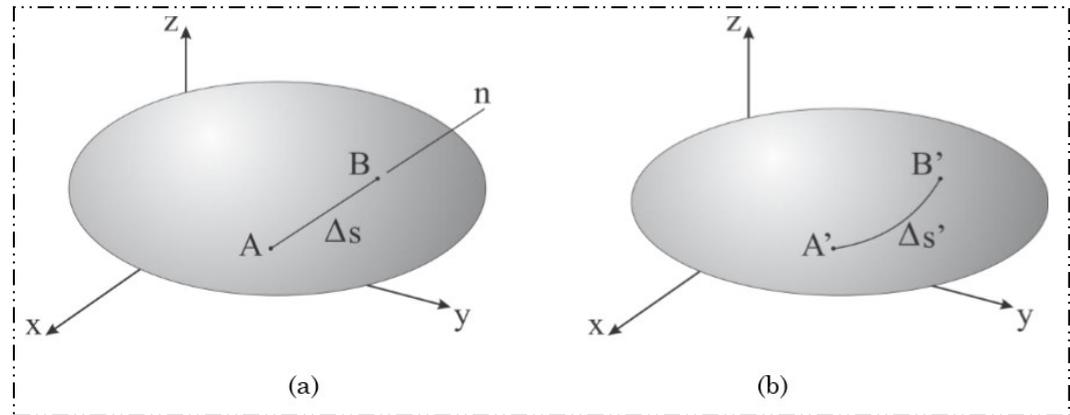
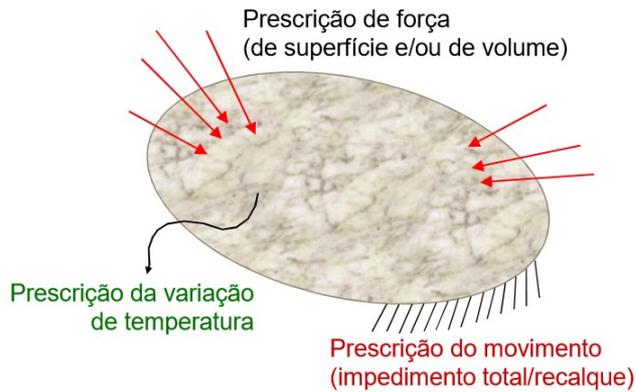


# LUTE!

...

**CONTINUA na Próxima Aula**

# Resistência/Mecânica dos Sólidos



Em resumo, a **RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS** estuda o equilíbrio dos referidos corpos, considerando os **EFEITOS INTERNOS**, produzidos pela **AÇÃO DAS FORÇAS EXTERNAS**.