UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
CAMPUS SERTÃO
EIXO TECNOLOGIA

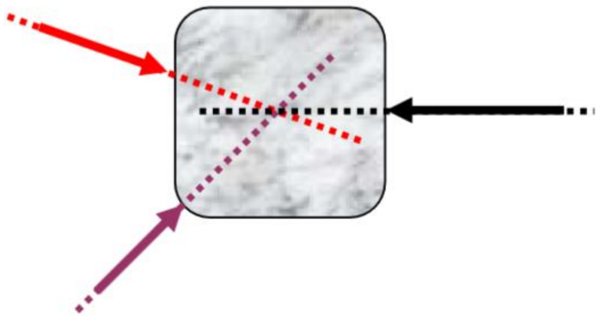
Mecânica dos Sólidos I

Prof. Dr. Alverlando Ricardo

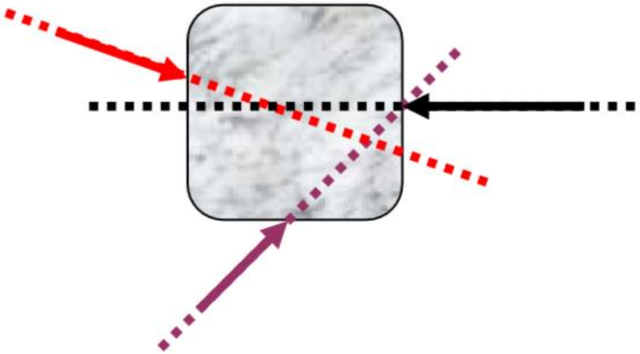
Aula 3: Corpos rígidos: sistemas equivalentes de forças

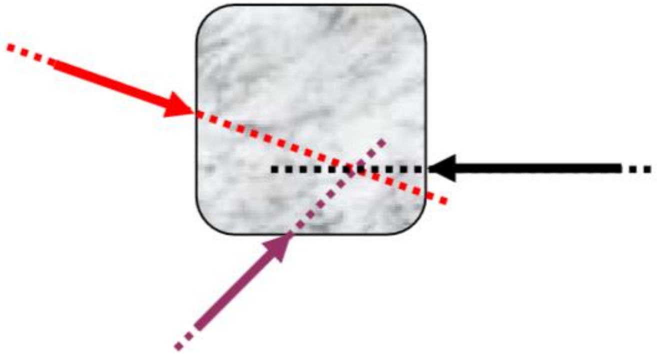
Forças Concorrentes e Não Concorrentes

- Forças concorrentes centrada: Podem induzir apenas a translações.



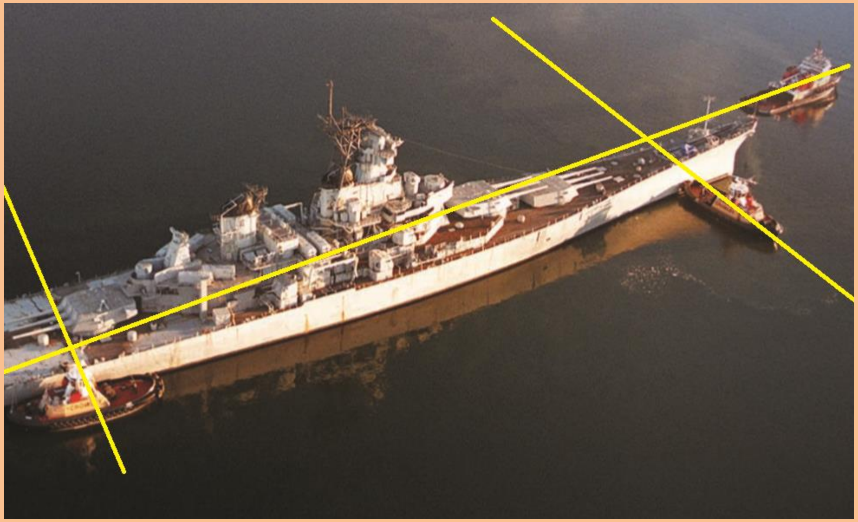
- Forças não concorrentes e concorrentes não centradas: Podem induzir a rotações combinadas ou não com translações.

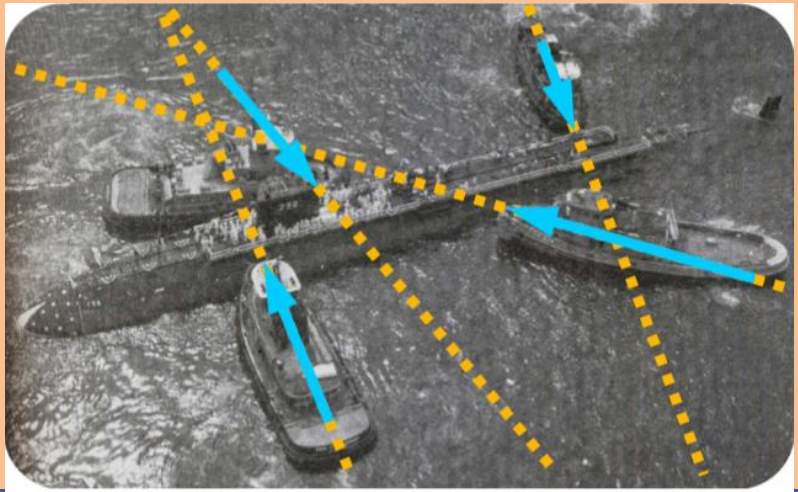




OBJETIVO DA AULA

- **Estudo do efeito de sistemas de forças não concorrentes:**





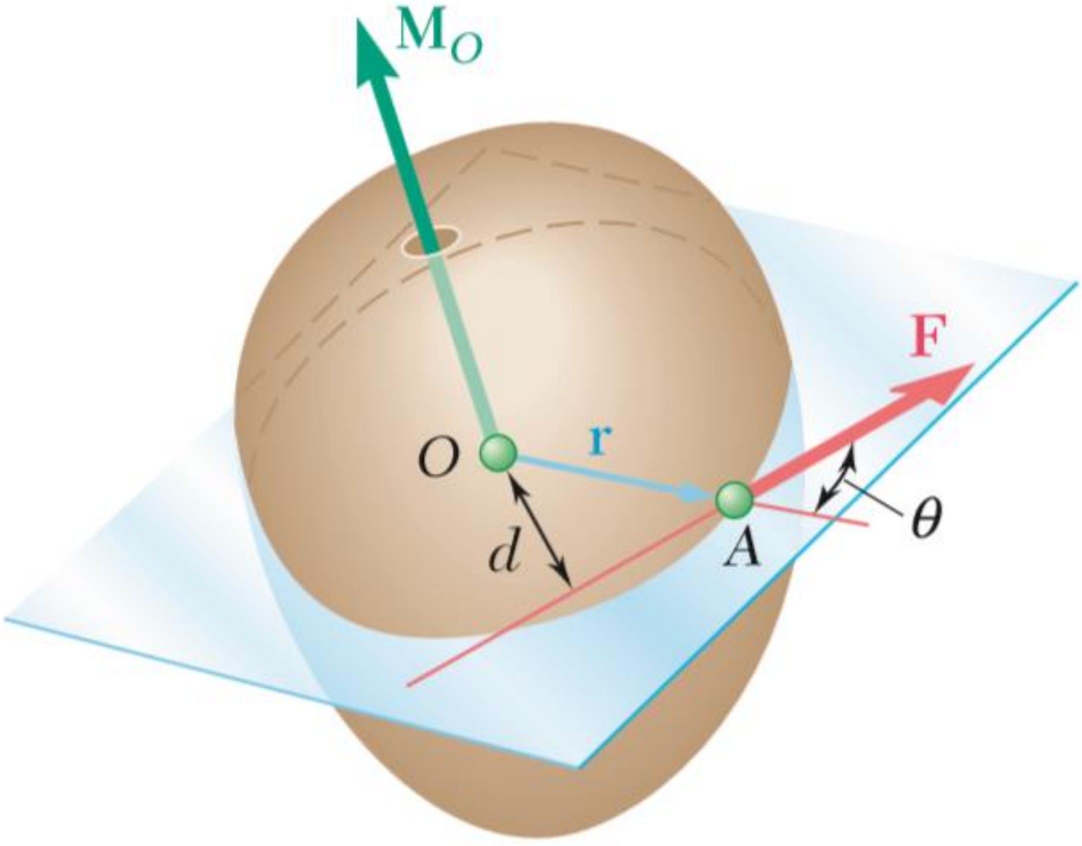
Momento de uma Força em Relação a um Ponto

Momento em Relação a um Ponto

- Uma *FORÇA* aplicada num corpo cria, em relação a um *ponto de referência*, uma *tendência de giro em torno de um eixo* perpendicular ao plano formado pelo ***vetor raio*** e o vetor força.

Momento em Relação a um Ponto

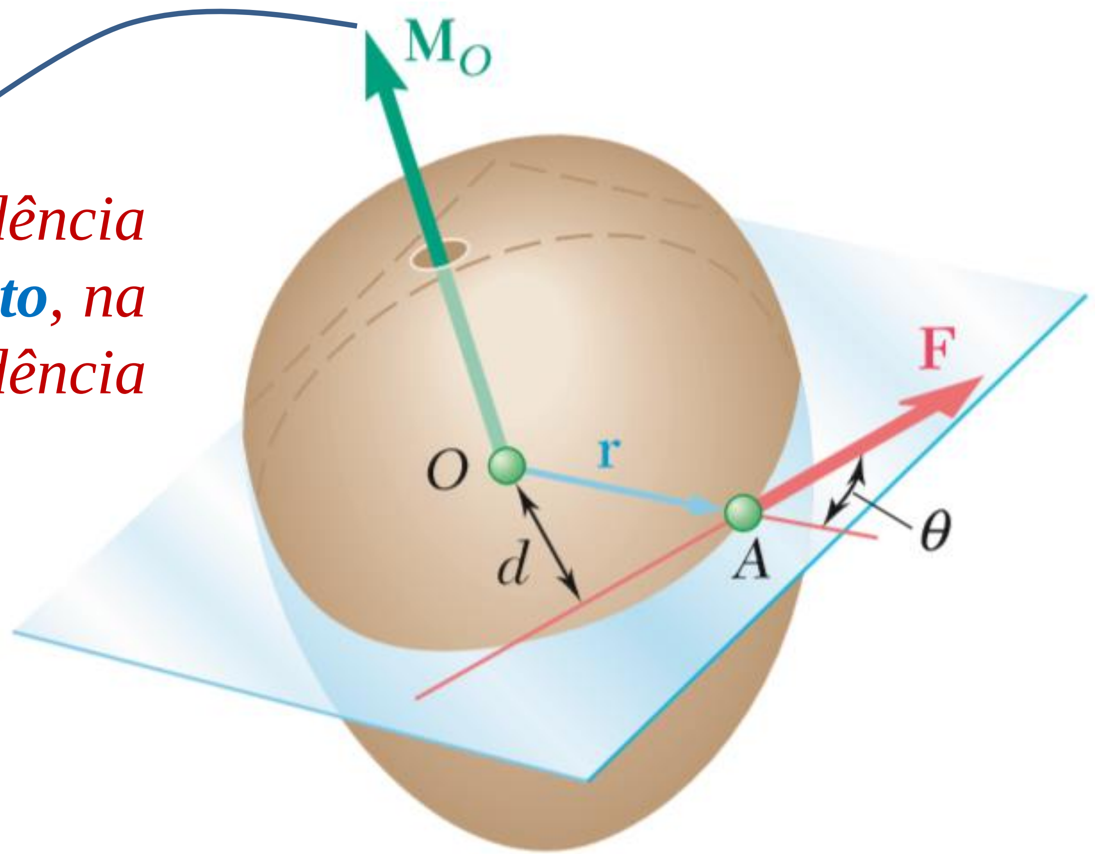
- Uma *FORÇA* aplicada num corpo cria, em relação a um *ponto de referência*, uma *tendência de giro em torno de um eixo* perpendicular ao plano formado pelo ***vetor raio*** e o vetor força.



Momento em Relação a um Ponto

- Uma *FORÇA* aplicada num corpo cria, em relação a um *ponto de referência*, uma *tendência de giro em torno de um eixo* perpendicular ao plano formado pelo ***vetor raio*** e o vetor força.

*Vamos associar essa tendência de giro a um **vetor momento**, na direção e sentido da tendência de giro.*

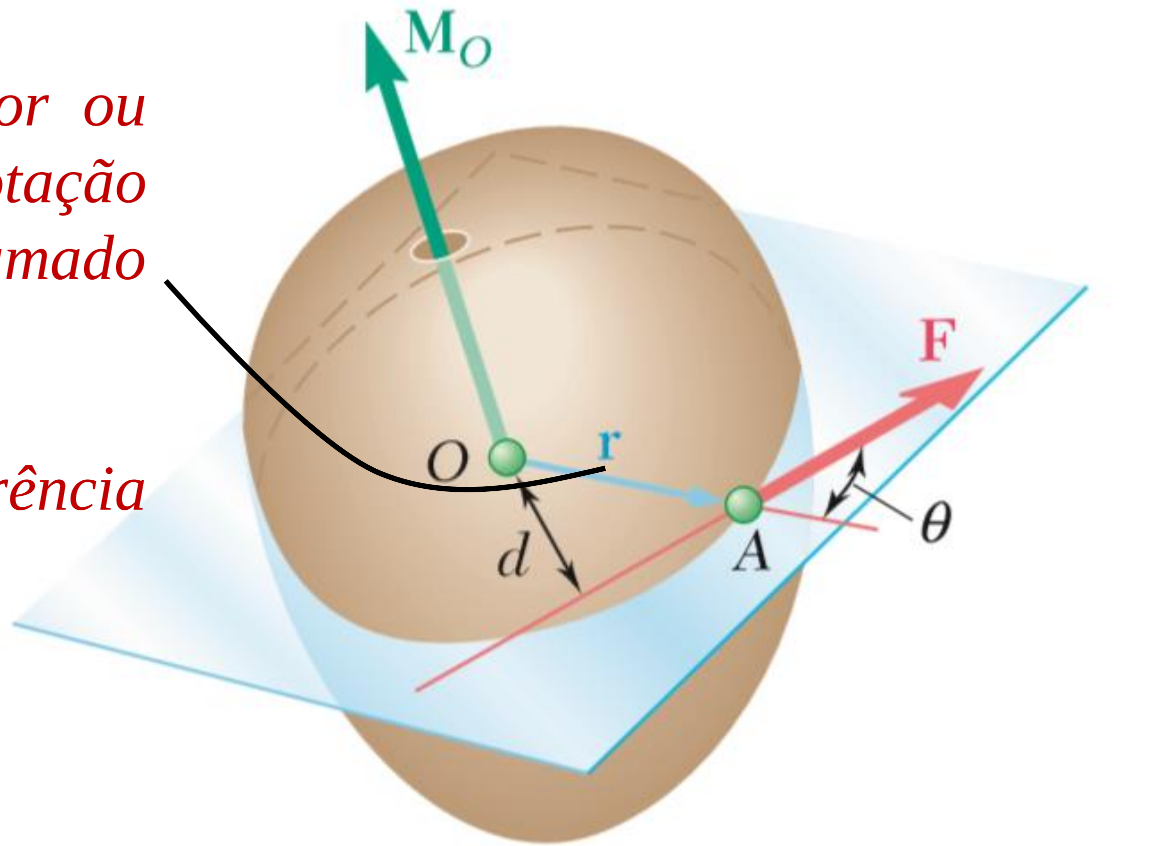


Momento em Relação a um Ponto

- Uma *FORÇA* aplicada num corpo cria, em relação a um *ponto de referência*, uma *tendência de giro em torno de um eixo* perpendicular ao plano formado pelo ***vetor raio*** e o vetor força.

*O que induz a uma maior ou menor tendência de rotação produzida por F é o chamado braço de alavanca (**r**):*

distância do ponto de referência à linha de ação da força.



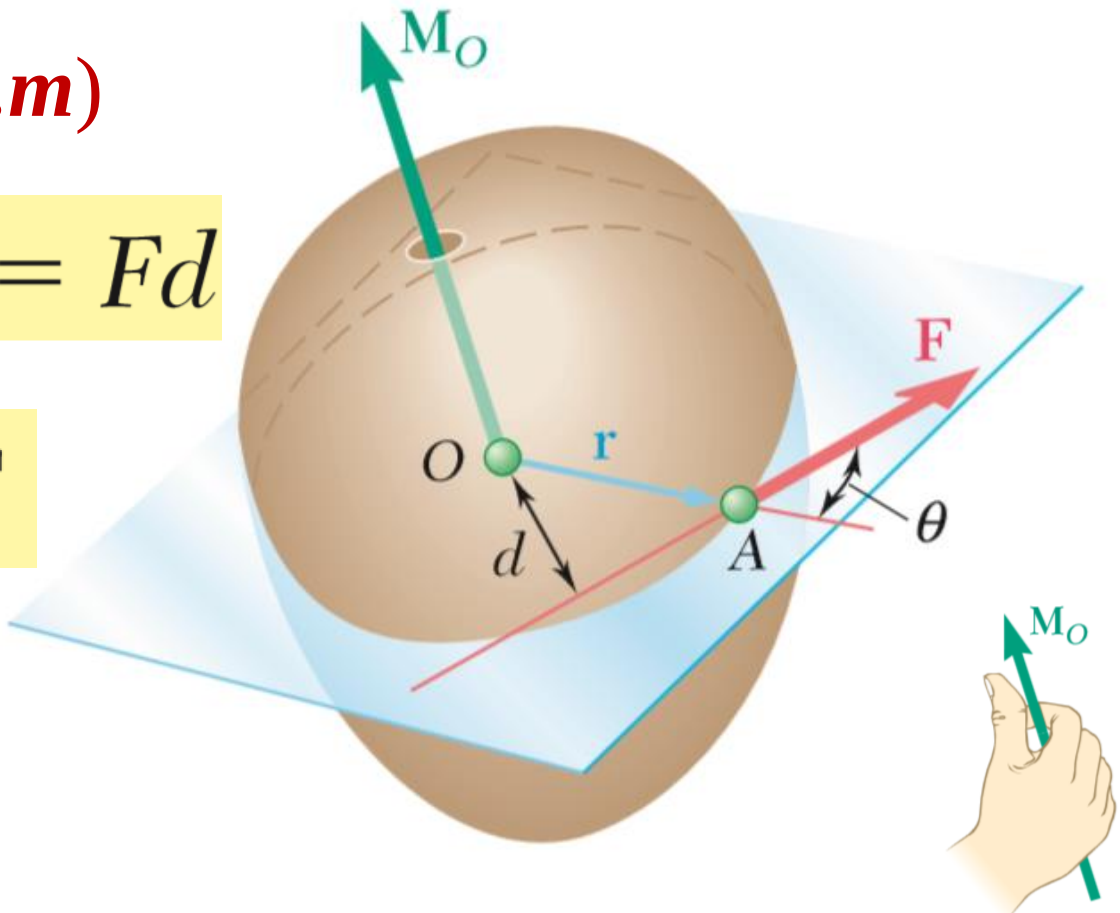
Momento em Relação a um Ponto

- Uma *FORÇA* aplicada num corpo cria, em relação a um *ponto de referência*, uma *tendência de giro em torno de um eixo* perpendicular ao plano formado pelo ***vetor raio*** e o vetor força.

Algebricamente: (***N.m***)

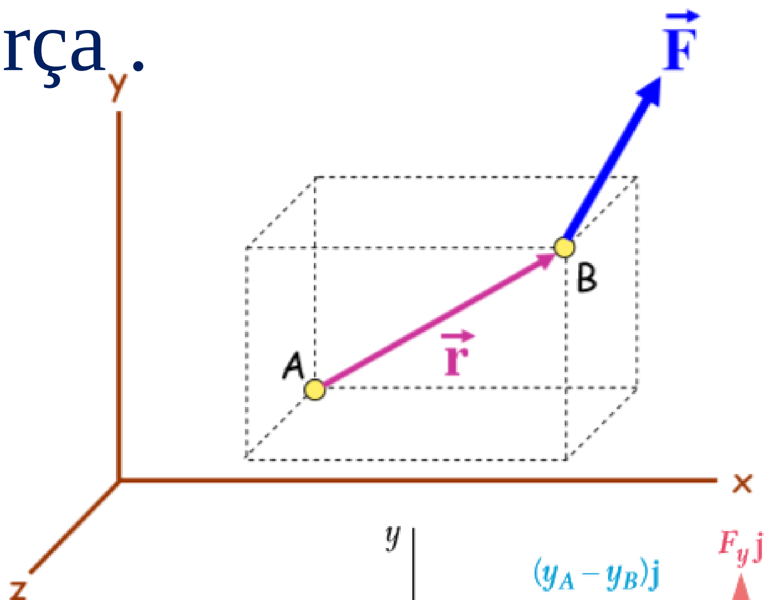
$$M_O = rF \operatorname{sen} \theta = Fd$$

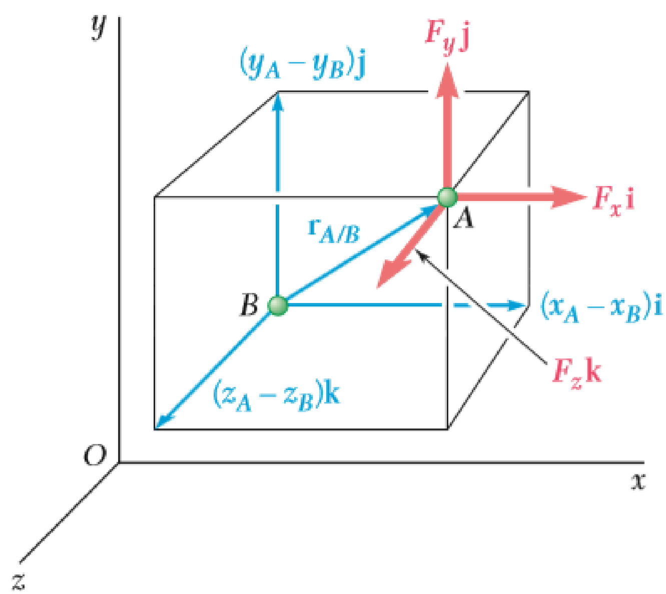
$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$



Momento em Relação a um Ponto

- Componentes Retangulares do Momento de uma Força .



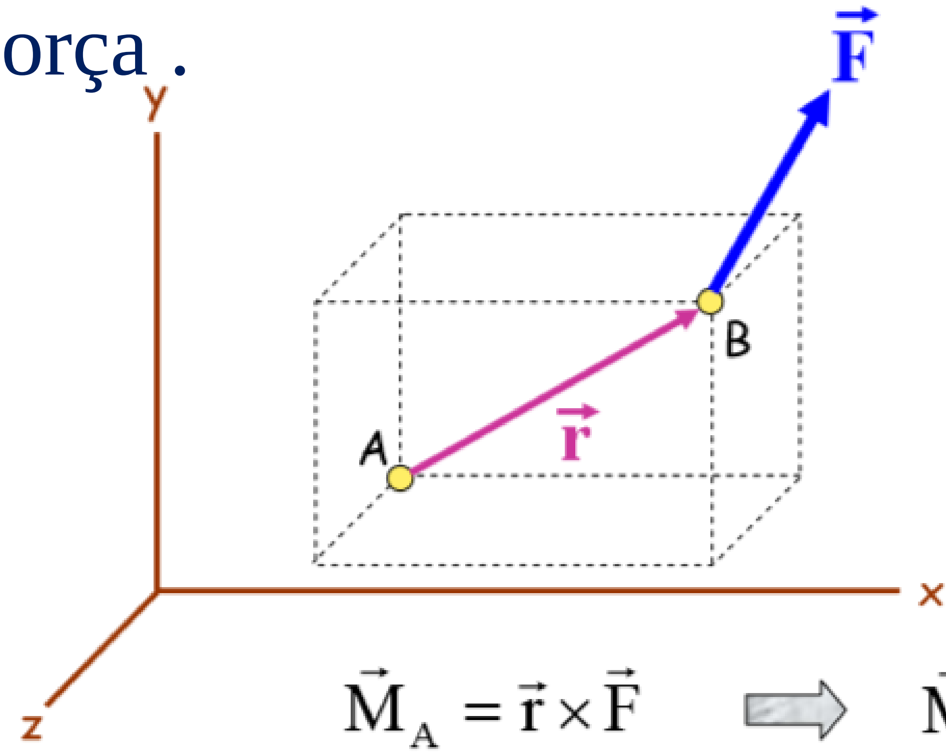


$$\vec{F} = (F_x; F_y; F_z)$$

$$\vec{r} = (r_x; r_y; r_z)$$

Momento em Relação a um Ponto

- Componentes Retangulares do Momento de uma Força .



$$\vec{F} = (F_x; F_y; F_z)$$

$$\vec{r} = (r_x; r_y; r_z)$$

$$\vec{M}_A = \vec{r} \times \vec{F} \quad \Rightarrow \quad \vec{M}_A = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

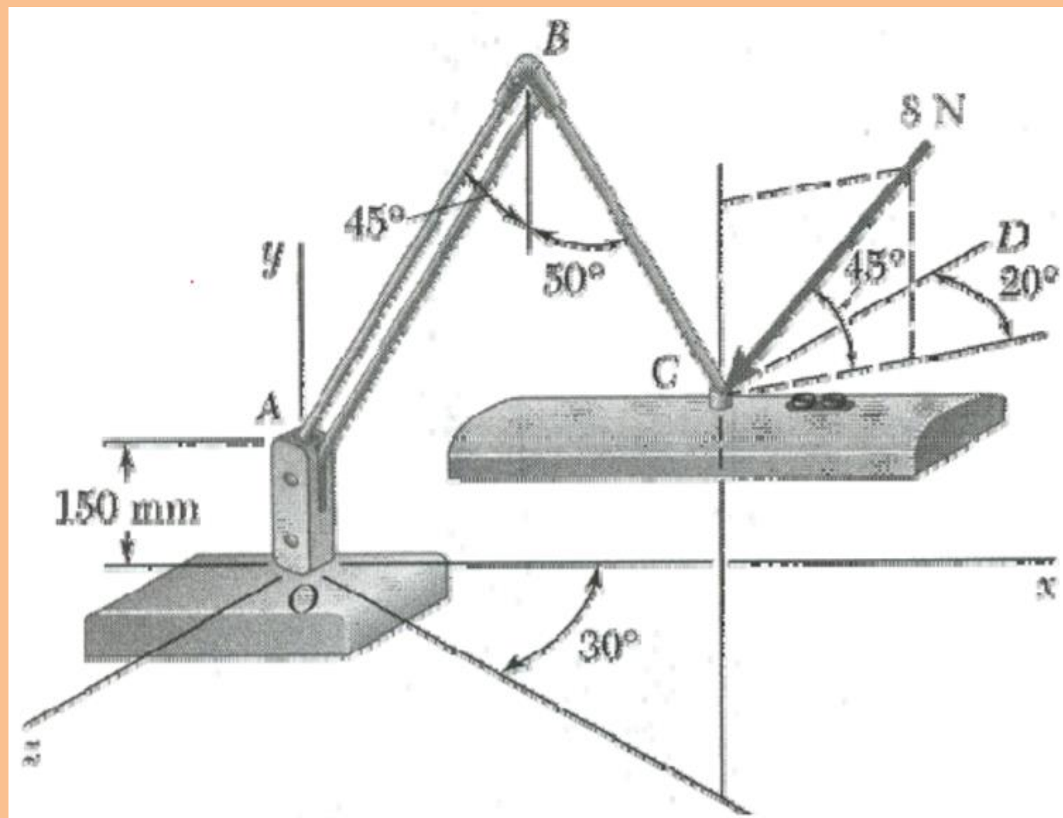
$$\vec{M}_A = \left(r_y F_z - r_z F_y ; r_z F_x - r_x F_z ; r_x F_y - r_y F_x \right)$$

Exemplo 1

- **Os braços *AB* e *BC* de uma luminária estão em um plano vertical que forma um ângulo de *30º* com o plano *xy*. Para reposicionar o feixe de luz, é aplicada uma força de intensidade *8 N* em *C*. Determine o momento dessa força em relação a *O* sabendo que *AB = 450 mm*, *BC = 325 mm* e a linha *CD* é paralela ao eixo *z*.**

$$\vec{F} = (F_x; F_y; F_z)$$

$$\vec{r} = (r_x; r_y; r_z)$$



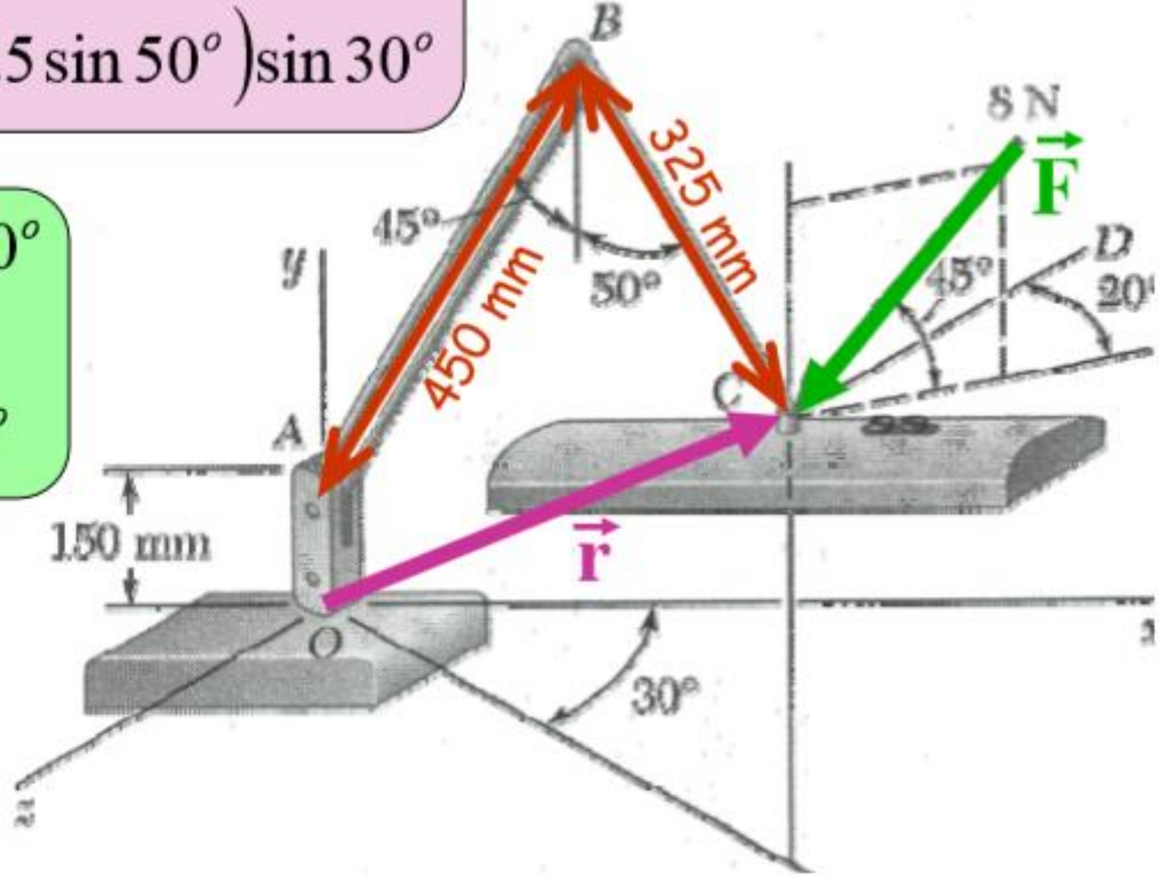
Exemplo 1

➢ **RESOLUÇÃO:**

$$r_x = \left(450\sin 45^o + 325\sin 50^o\right)\cos 30^o$$
$$r_y = 150 + 450\cos 45^o - 325\cos 50^o$$
$$r_z = \left(450\sin 45^o + 325\sin 50^o\right)\sin 30^o$$

$$\vec{M}_O = \vec{r}\times\vec{F}$$

$$F_x = -8\cos 45^o \sin 20^o$$
$$F_y = -8\sin 45^o$$
$$F_z = 8\cos 45^o \cos 20^o$$

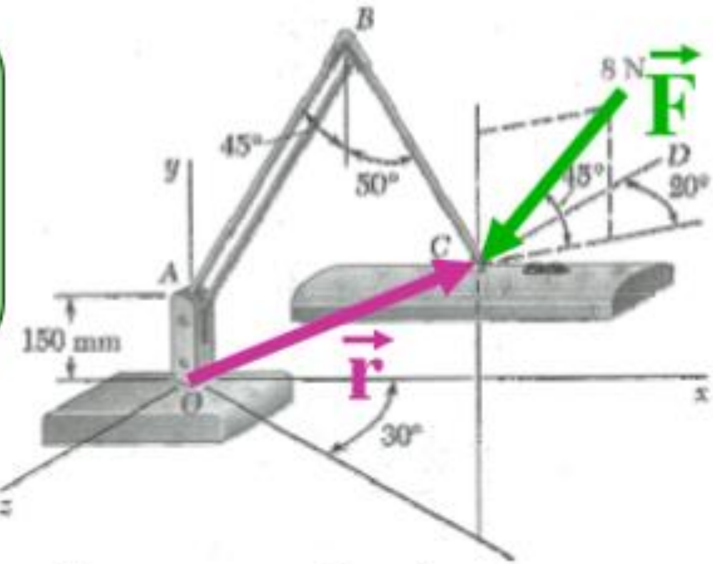


Exemplo 1

- **RESOLUÇÃO:**

$$r_x = 491{,}2\ \text{mm}$$
$$r_y = 259{,}3\ \text{mm}$$
$$r_z = 283{,}6\ \text{mm}$$

$$F_x = -1{,}935\ \text{N}$$
$$F_y = -5{,}657\ \text{N}$$
$$F_z = 5{,}316\ \text{N}$$

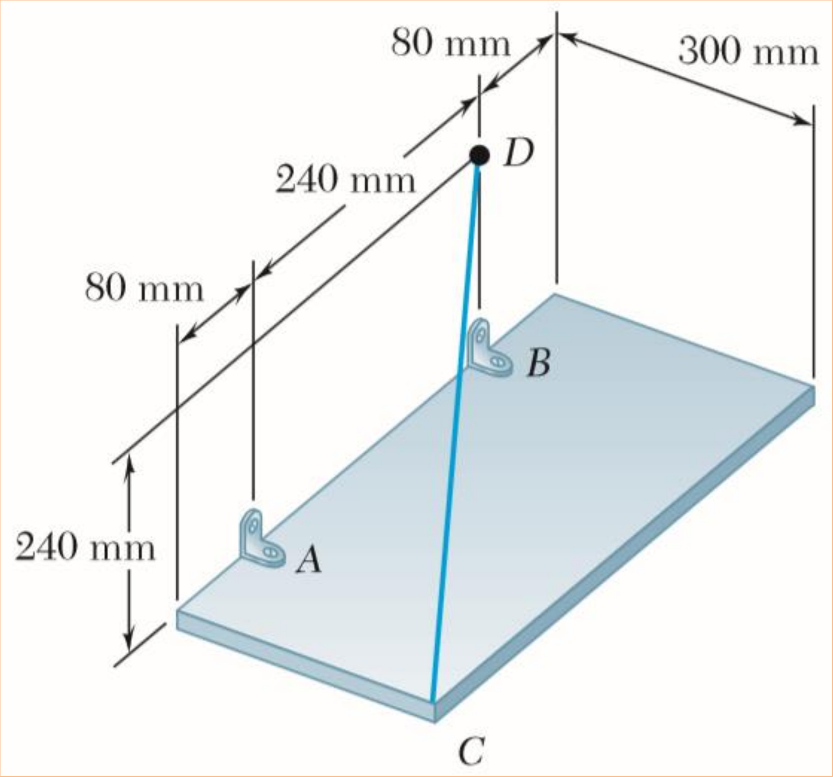


$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 491{,}2 & 259{,}3 & 283{,}6 \\ -1{,}935 & -5{,}657 & 5{,}316 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\vec{M}_O = (2982{,}8; -3160{,}0; -2277{,}0)\ \text{N.mm}}$$

Exemplo 2

➢ **EXERCÍCIO PARA O LAR: Uma placa retangular é suportada por suportes em *A* e *B* e por um fio de *CD*. Sabe-se que a tensão no fio é de *200 N*, determine o momento em relação a *A* da força exercida pelo fio no ponto *C*.**



$$\mathbf{M}_A = -(7.68\ \mathrm{N\cdot m})\mathbf{i} + (28.8\ \mathrm{N\cdot m})\mathbf{j} + (28.8\ \mathrm{N\cdot m})\mathbf{k}$$

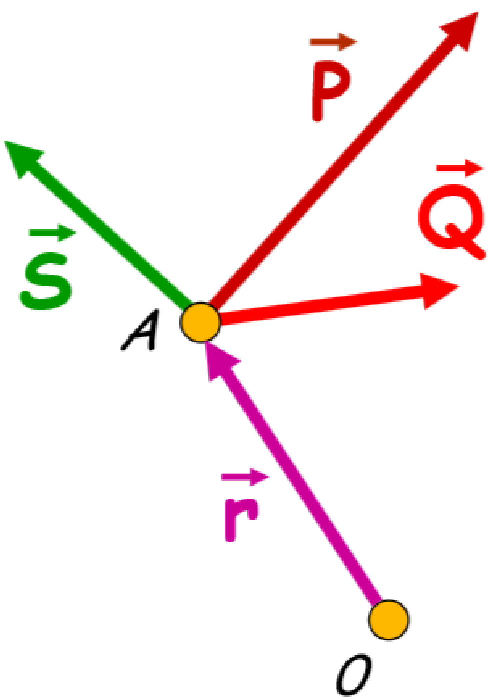
Teorema de Varignon

Teorema de Varignon

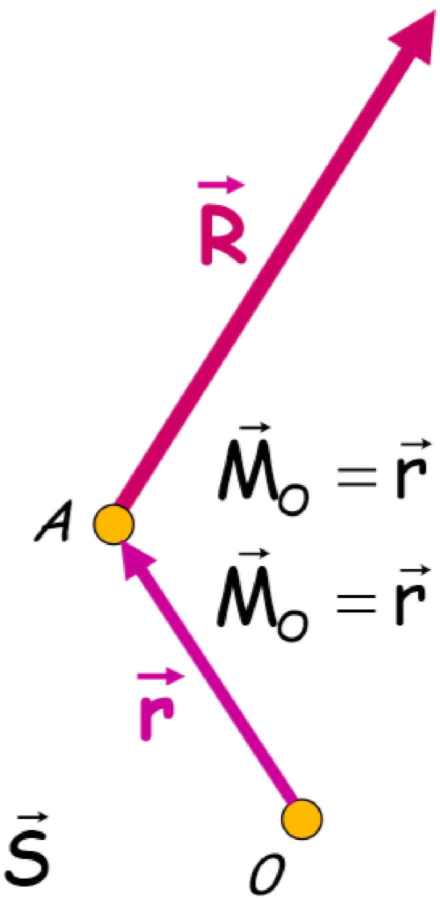
- O momento gerado por um ***sistema de forças concorrentes*** pode ser calculado *somando-se os momentos de cada força* ou avaliando-se o *momento da força resultante equivalente*.

Teorema de Varignon

- O momento gerado por um ***sistema de forças concorrentes*** pode ser calculado *somando-se os momentos de cada força* ou avaliando-se o *momento da força resultante equivalente*.



$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{P} + \vec{r} \times \vec{Q} + \vec{r} \times \vec{S}$$

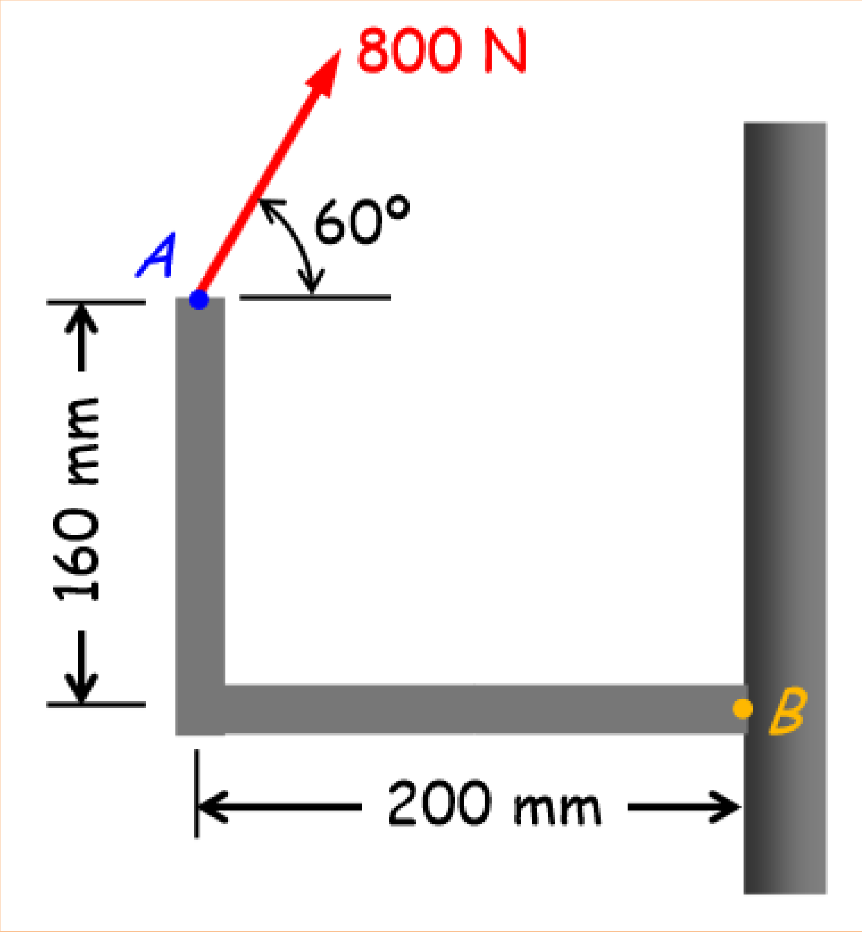


$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \left(\vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}\right)$$

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{R}$$

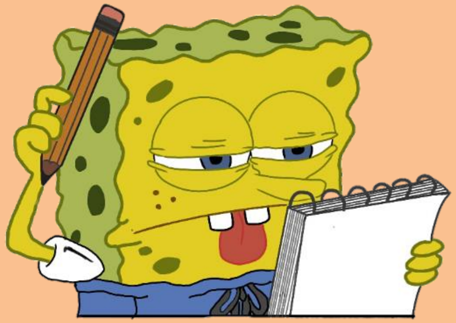
Exemplo 3

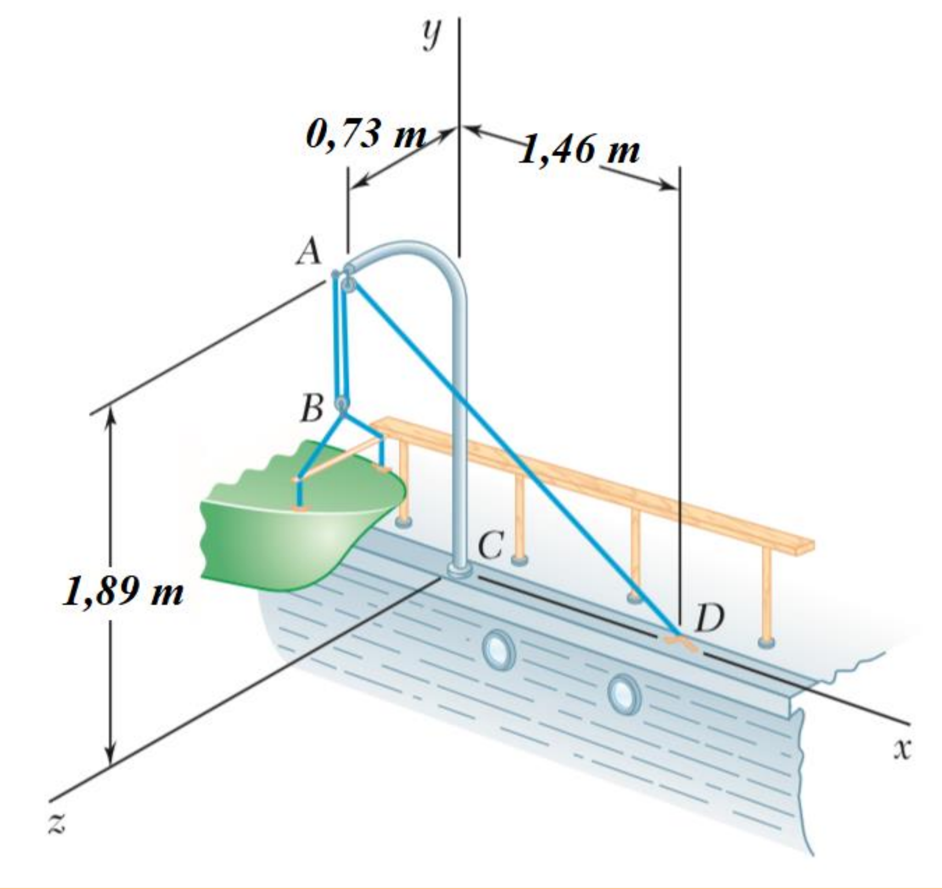
- **EXERCÍCIO PARA O LAR:** **Uma força de 800 *N* atua sobre um suporte, conforme mostra a ilustração abaixo. Determine o momento da força em relação ao ponto B .**



Exemplo 4: 3.26 - Beer

- **Um bote está pendurado em dois suportes, um dos quais é mostrado na figura. A tração na linha ABAD é de *182 N*. Determine o momento em relação a C da força resultante R_A exercida pela linha em A.**

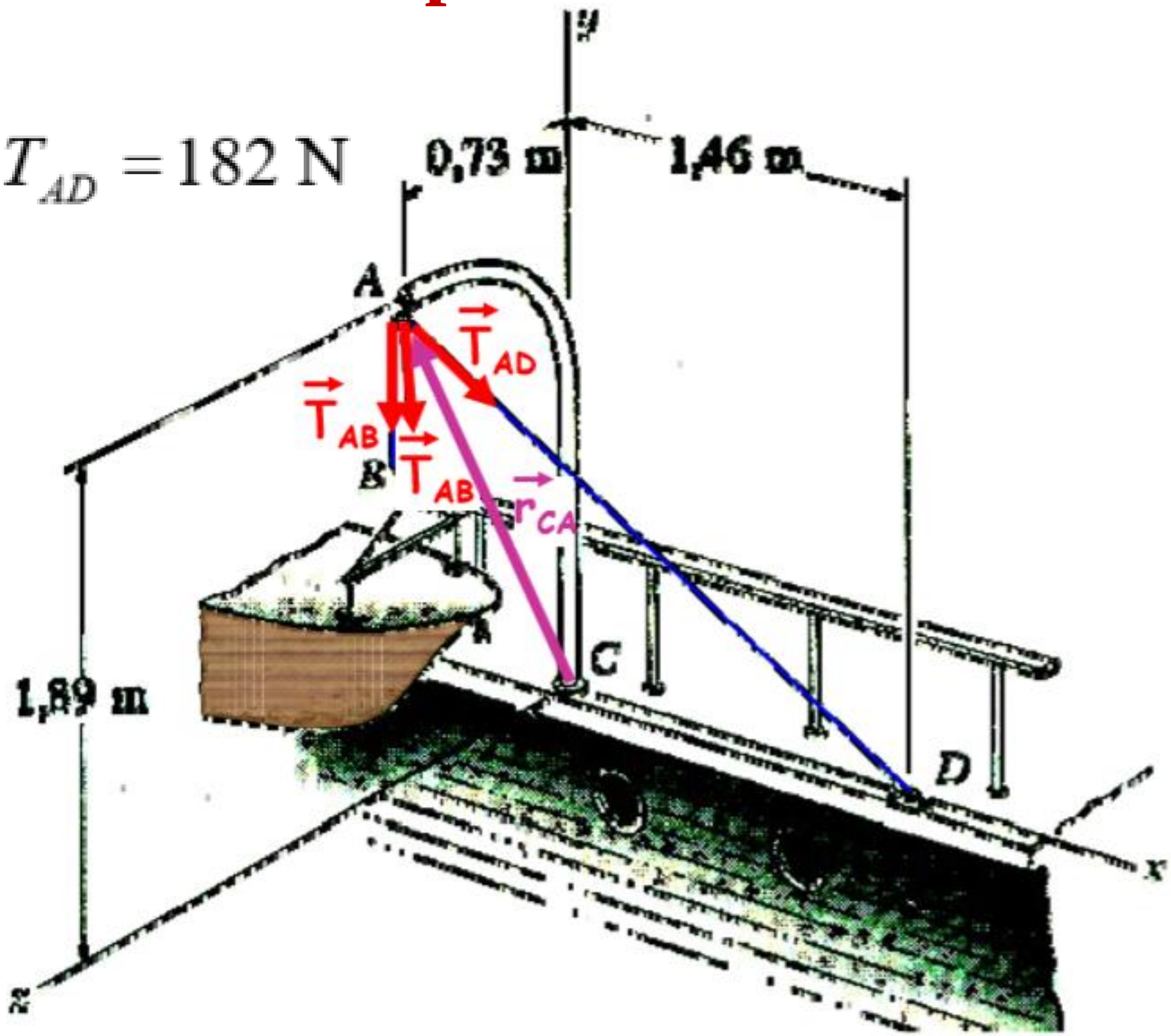




Exemplo 4: 3.26 - Beer

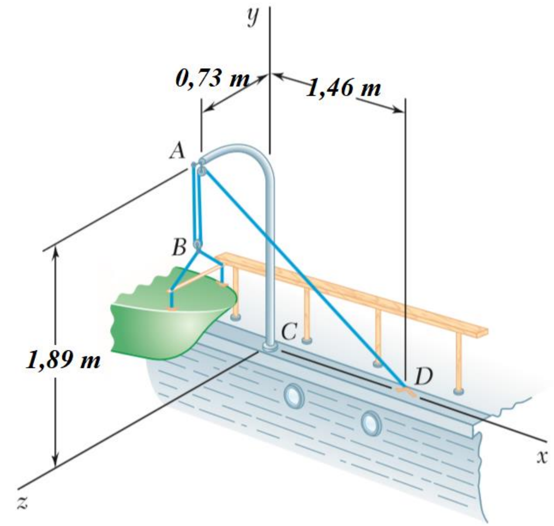
➢ **Diagrama de Corpo Livre:**

$$T_{AB} = T_{AD} = 182\ \text{N}$$



Exemplo 4: 3.26 - Beer

➢ **Resolução:** $T_{AB} = T_{AD} = 182\ \text{N}$

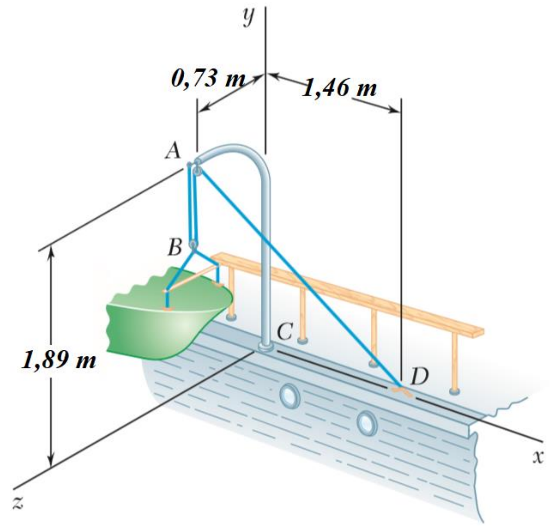


- $\hat{\lambda}_{AD} = (0{,}585; -0{,}757; -0{,}292)$

  $\hat{\lambda}_{AB} = (0{,}000; -1{,}000; 0{,}000)$

Exemplo 4: 3.26 - Beer

- **Resolução:** $T_{AB} = T_{AD} = 182\ \text{N}$



- $\hat{\lambda}_{AD} = (0{,}585; -0{,}757; -0{,}292)$

  $\hat{\lambda}_{AB} = (0{,}000; -1{,}000; 0{,}000)$

- $\vec{T}_{AD} = T_{AD}\hat{\lambda}_{AD}$

  $\vec{T}_{AB} = T_{AB}\hat{\lambda}_{AB}$

- $\vec{T}_{AD} = (106{,}4; -137{,}7; -53{,}2)\ \text{N}$

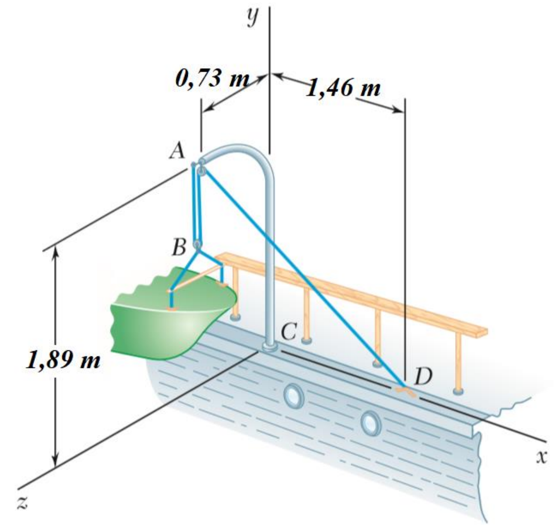
  $\vec{T}_{AB} = (0{,}0; -182{,}0; 0{,}0)\ \text{N}$

- $\vec{r}_{CA} = (0{,}00; 1{,}89; 0{,}73)\ \text{m}$

Exemplo 4: 3.26 - Beer

➤ Resolução:

$$T_{AB} = T_{AD} = 182\ \text{N}$$



- $\hat{\lambda}_{AD} = (0{,}585; -0{,}757; -0{,}292)$

  $\hat{\lambda}_{AB} = (0{,}000; -1{,}000; 0{,}000)$

- $\vec{T}_{AD} = T_{AD}\hat{\lambda}_{AD}$

  $\vec{T}_{AB} = T_{AB}\hat{\lambda}_{AB}$

- $\vec{R} = \vec{T}_{AD} + \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AB}$

  $\vec{R} = (106{,}4; -501{,}7; -53{,}2)\ \text{N}$

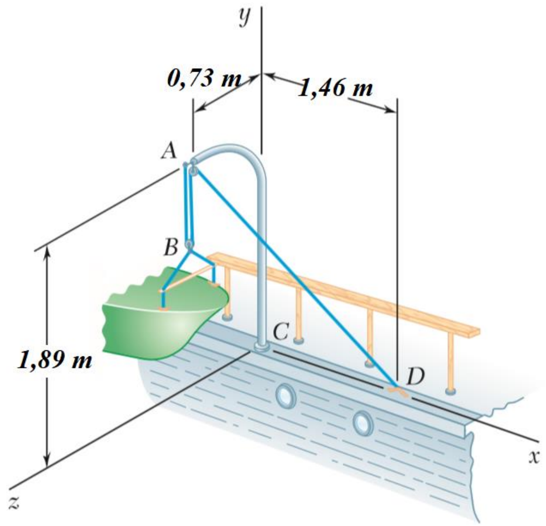
- $\vec{T}_{AD} = (106{,}4; -137{,}7; -53{,}2)\ \text{N}$

  $\vec{T}_{AB} = (0{,}0; -182{,}0; 0{,}0)\ \text{N}$

- $\vec{r}_{CA} = (0{,}00; 1{,}89; 0{,}73)\ \text{m}$

Exemplo 4: 3.26 - Beer

➢ Resolução: $T_{AB} = T_{AD} = 182\ \text{N}$



- $\hat{\lambda}_{AD} = (0{,}585; -0{,}757; -0{,}292)$

  $\hat{\lambda}_{AB} = (0{,}000; -1{,}000; 0{,}000)$

- $\vec{T}_{AD} = T_{AD}\hat{\lambda}_{AD}$

  $\vec{T}_{AB} = T_{AB}\hat{\lambda}_{AB}$

- $\vec{R} = \vec{T}_{AD} + \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AB}$

  $\vec{R} = (106{,}4; -501{,}7; -53{,}2)\ \text{N}$

- $\vec{T}_{AD} = (106{,}4; -137{,}7; -53{,}2)\ \text{N}$

  $\vec{T}_{AB} = (0{,}0; -182{,}0; 0{,}0)\ \text{N}$

- $\vec{M}_C = \vec{r}_{CA} \times \vec{R} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0{,}00 & 1{,}89 & 0{,}73 \\ 106{,}4 & -501{,}7 & -53{,}2 \end{vmatrix}$

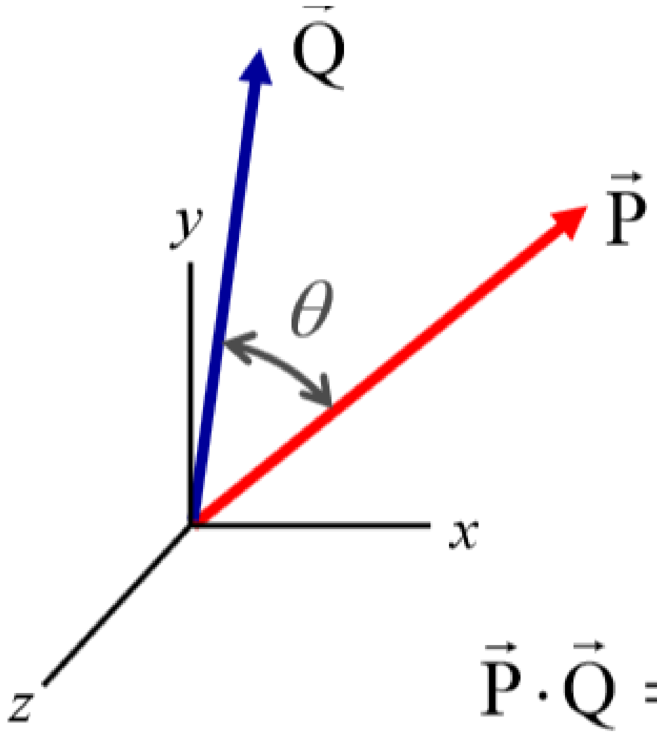
  $= \boxed{(265{,}7; 77{,}7; -201{,}1)\ \text{N.m}}$

- $\vec{r}_{CA} = (0{,}00; 1{,}89; 0{,}73)\ \text{m}$

Vetores

Produto Escalar

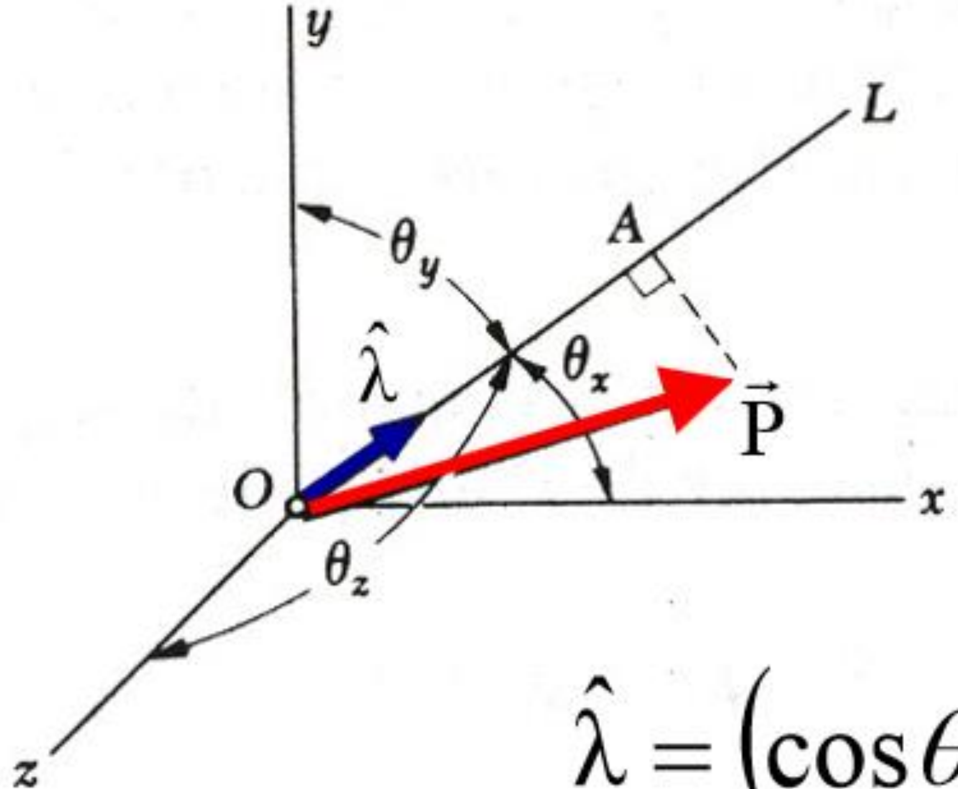
- Definição de Geometria Analítica, normalmente utilizada em MEC1 para a determinação do ângulo formado por dois vetores ou em projeções:



$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ\cos\theta$$

$$= P_x Q_x + P_y Q_y + P_z Q_z$$

Projeção de um vetor sobre um dado eixo



$$\hat{\lambda} = (\cos\theta_x ; \cos\theta_y ; \cos\theta_z)$$

$$P_{OL} = \vec{P} \cdot \hat{\lambda}$$

$$\vec{P}_{OL} = (\vec{P} \cdot \hat{\lambda})\hat{\lambda}$$

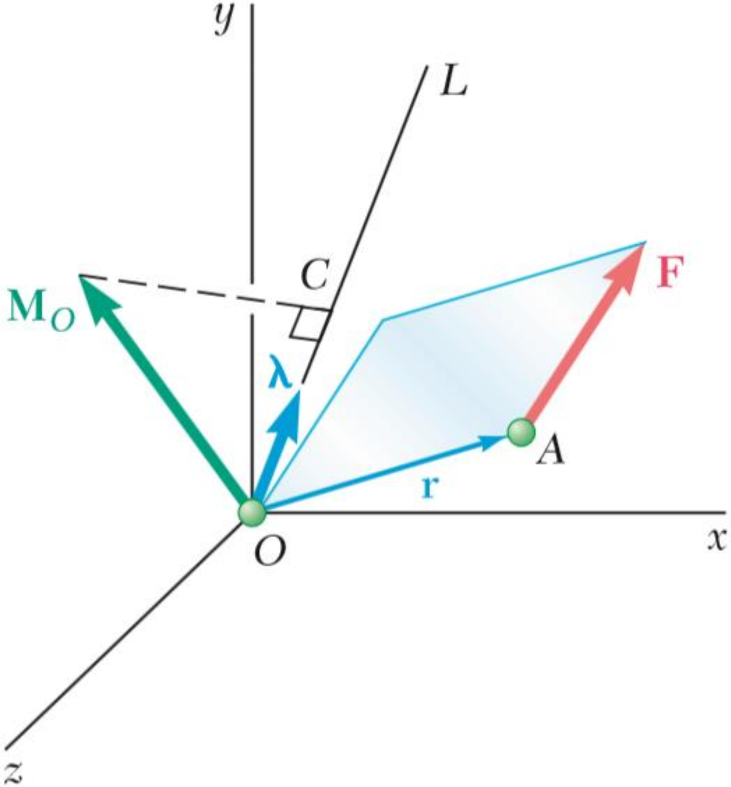
Momento de uma Força em Relação a um Eixo

Momento em Relação a um Eixo

- O momento de uma força (***Mo***) em *relação a um eixo* é dado pelo *produto triplo* envolvendo um *vetor unitário* que define o eixo de interesse, um *vetor raio* que nasce em qualquer ponto no eixo e vai até qualquer ponto ao longo da linha de ação da força envolvida e esse *vetor força*.

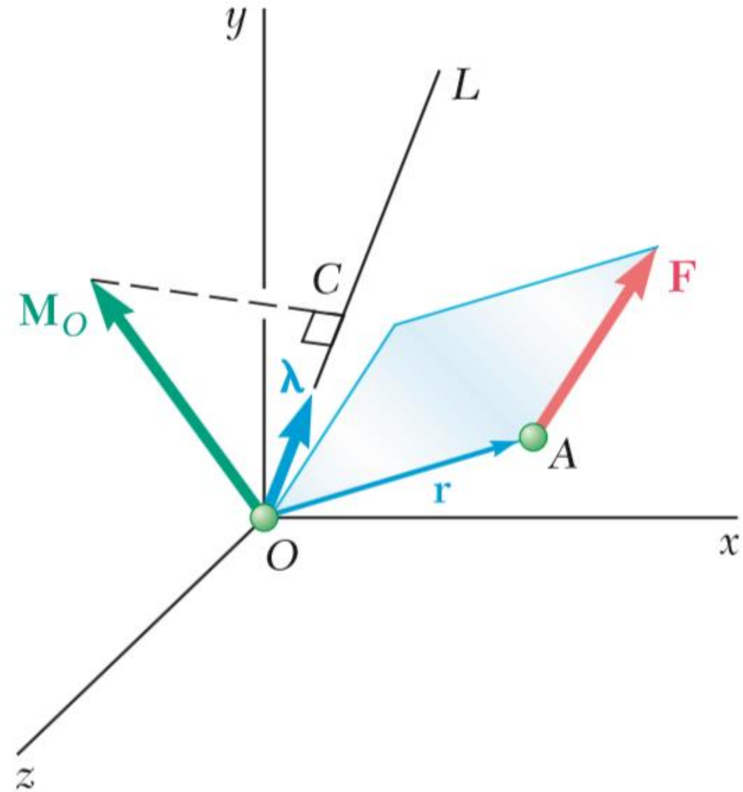
Momento em Relação a um Eixo

- O momento de uma força (***Mo***) em *relação a um eixo* é dado pelo *produto triplo* envolvendo um *vetor unitário* que define o eixo de interesse, um *vetor raio* que nasce em qualquer ponto no eixo e vai até qualquer ponto ao longo da linha de ação da força envolvida e esse *vetor força*.



Momento em Relação a um Eixo

- O momento de uma força (***Mo***) em *relação a um eixo* é dado pelo *produto triplo* envolvendo um *vetor unitário* que define o eixo de interesse, um *vetor raio* que nasce em qualquer ponto no eixo e vai até qualquer ponto ao longo da linha de ação da força envolvida e esse *vetor força*.



$$M_{OL} = \hat{\lambda} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

$$\hat{\lambda} = (\lambda_x ; \lambda_y ; \lambda_z)$$

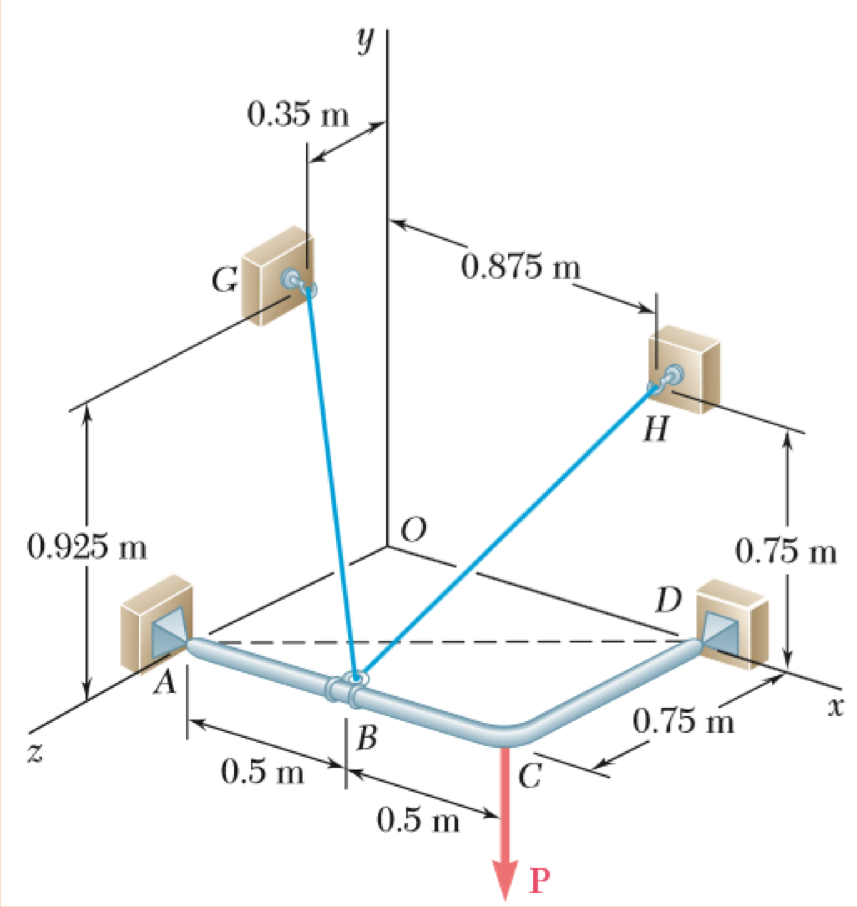
$$\vec{r} = (r_x ; r_y ; r_z)$$

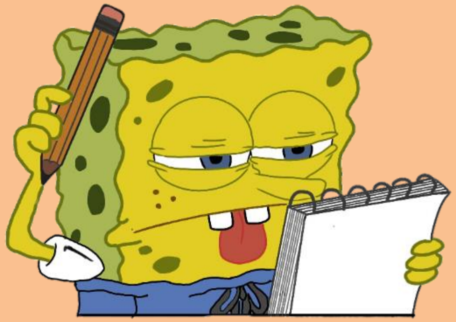
$$\vec{F} = (F_x ; F_y ; F_z)$$

$$M_{OL} = \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Questão 3.55 - BEER

O suporte *ACD* está articulado em *A* e *D* e é sustentado por um cabo que passa através do anel em *B*, e que está preso nos ganchos em *G* e *H*. Sabendo que a tração no cabo *BH* é de *450 N*, determine o momento, em relação à diagonal *AD*, da força aplicada no suporte pelo segmento *BH* do cabo.





Questão 3.55 - BEER

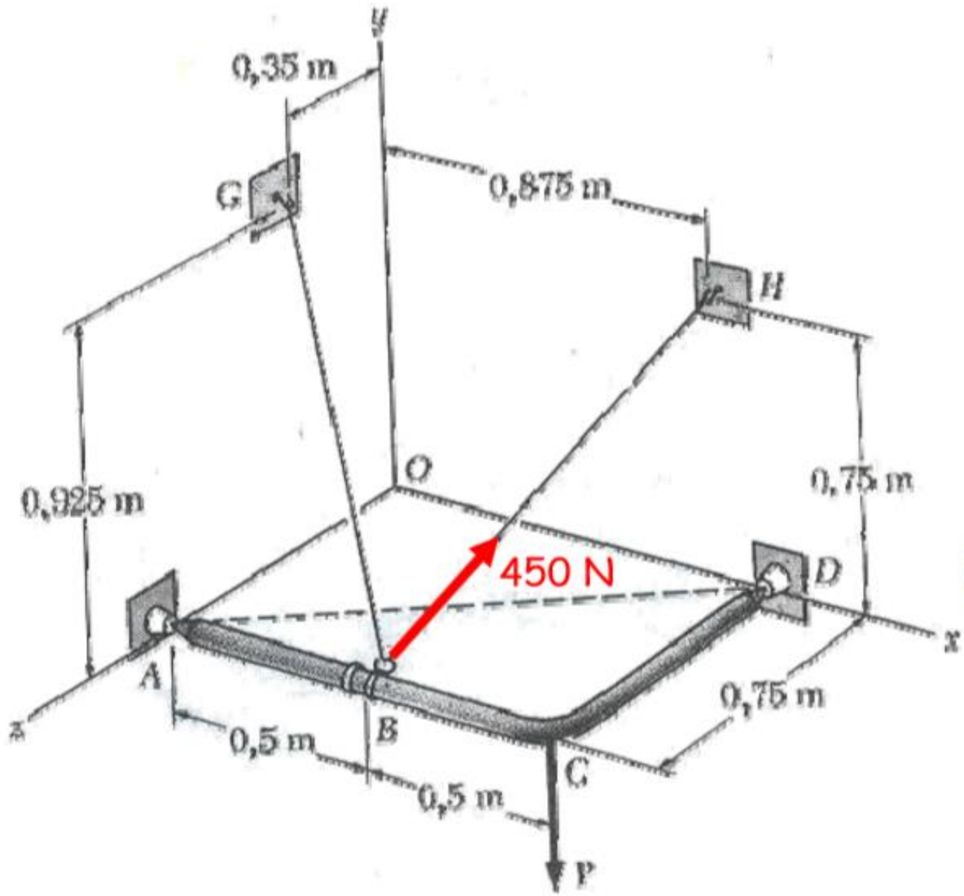
$$M_{OL} = \hat{\lambda} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

$$\vec{T}_{BH} = 450\hat{\lambda}_{BH}$$

$$\hat{\lambda}_{BH} = \frac{\overrightarrow{BH}}{\left\|\overrightarrow{BH}\right\|}$$

$$\hat{\lambda}_{DA} = \frac{\overrightarrow{DA}}{\left\|\overrightarrow{DA}\right\|}$$

$$\vec{r}_{AB} = \overrightarrow{AB}$$



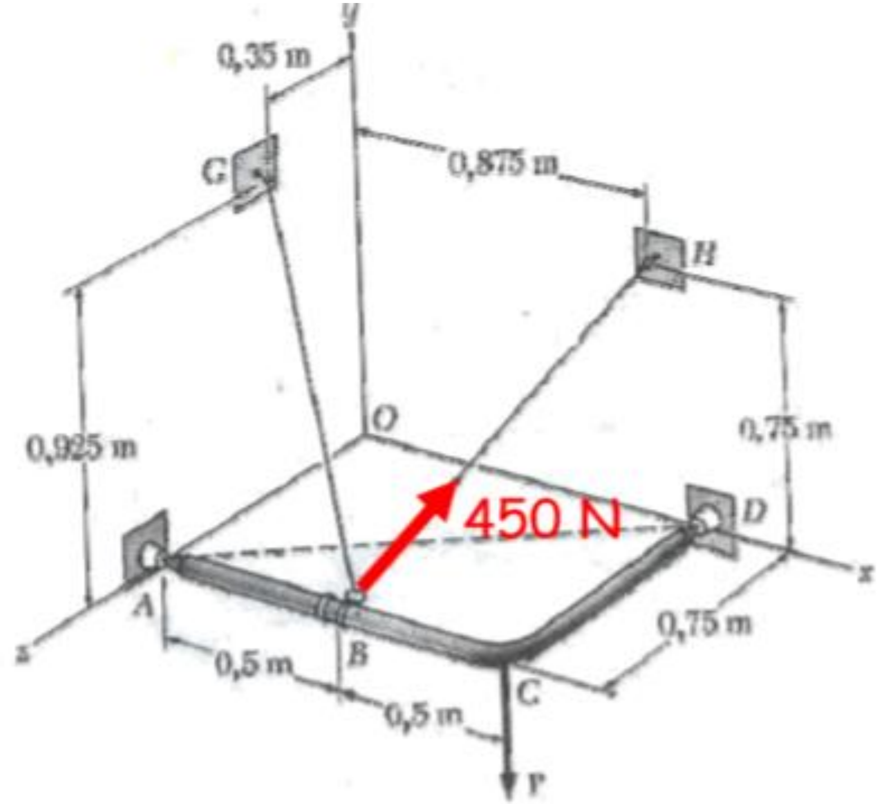
Questão 3.55 - BEER

$$\hat{\lambda}_{BH} = (0{,}333; 0{,}667; -0{,}667)$$

$$\vec{\mathrm{T}}_{\mathrm{BH}} = (150; 300; -300)\,\mathrm{N}$$

$$\hat{\lambda}_{DA} = (-0{,}800; 0{,}000; 0{,}600)$$

$$\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{AB}} = (0{,}5; 0{,}0; 0{,}0)\,\mathrm{m}$$



$$\mathrm{M}_{\mathrm{DA}} = \hat{\lambda}_{DA} \cdot \left(\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{AB}} \times \vec{\mathrm{T}}_{\mathrm{BH}}\right) = \begin{vmatrix} -0{,}800 & 0{,}000 & 0{,}600 \\ 0{,}5 & 0{,}0 & 0{,}0 \\ 150 & 300 & -300 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\mathrm{M}_{\mathrm{DA}} = 90{,}0\ \mathrm{N.m}}$$

Questão 3.55 - BEER

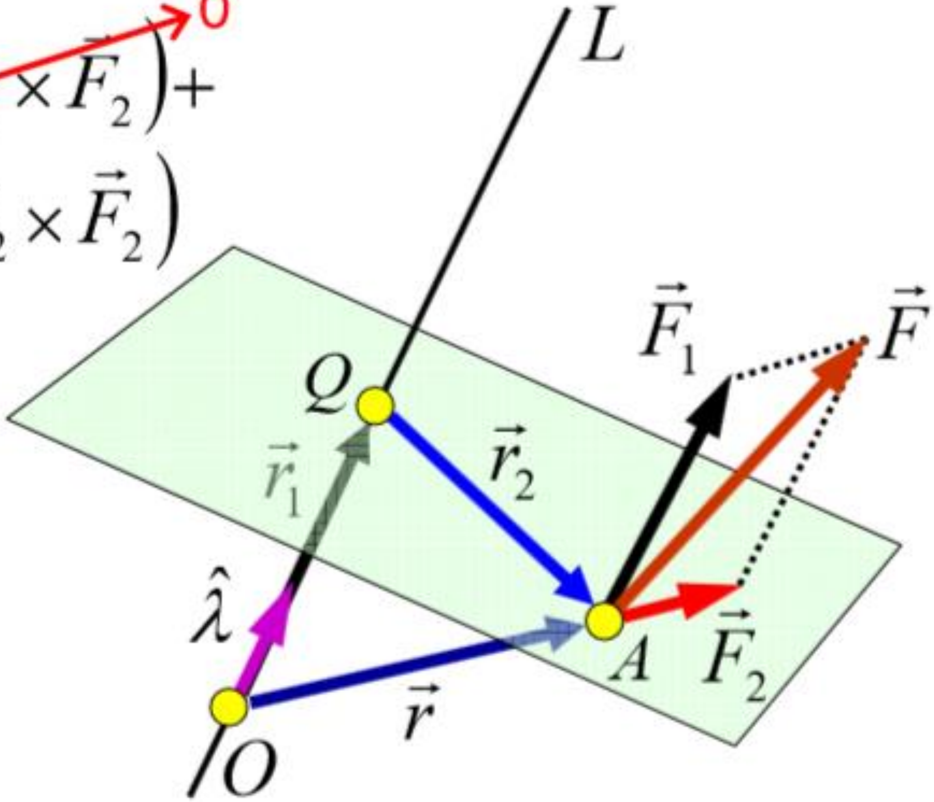
Quem contribui?

$$M_{OL} = \hat{\lambda}\cdot\left(\vec{r}\times\vec{F}\right)$$

$$M_{OL} = \hat{\lambda}\cdot\left[\left(\vec{r}_1+\vec{r}_2\right)\times\left(\vec{F}_1+\vec{F}_2\right)\right]$$

$$M_{OL} = \cancelto{0}{\hat{\lambda}\cdot\left(\vec{r}_1\times\vec{F}_1\right)} + \cancelto{0}{\hat{\lambda}\cdot\left(\vec{r}_1\times\vec{F}_2\right)} +$$
$$\cancelto{0}{\hat{\lambda}\cdot\left(\vec{r}_2\times\vec{F}_1\right)} + \hat{\lambda}\cdot\left(\vec{r}_2\times\vec{F}_2\right)$$

$$M_{OL} = \hat{\lambda}\cdot\left(\vec{r}_2\times\vec{F}_2\right)$$



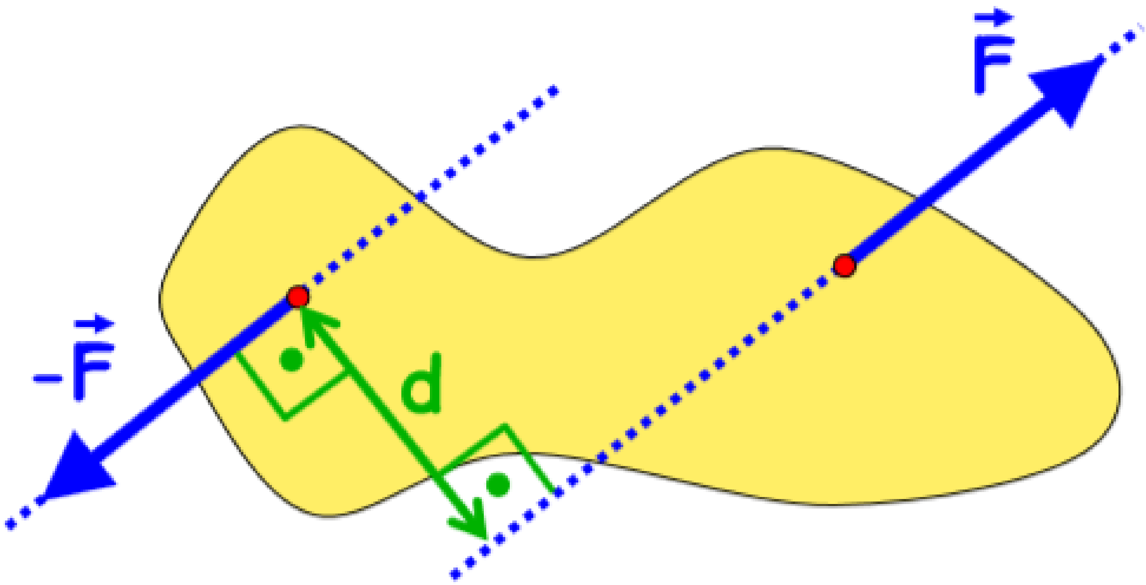
Binário

Binário

- **DEFINIÇÃO: Sistema particular de duas forças de mesma intensidade, linhas de ação paralelas e sentidos opostos.**

Binário

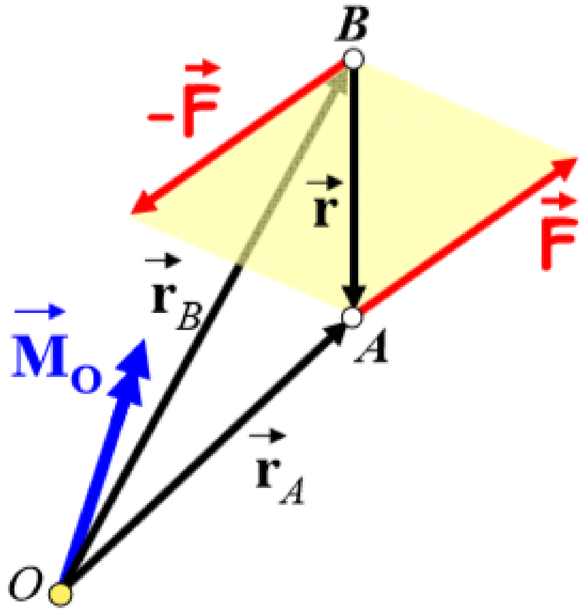
- **DEFINIÇÃO: Sistema particular de duas forças de mesma intensidade, linhas de ação paralelas e sentidos opostos.**



As duas forças não irão transladar o corpo sobre o qual atuam, mas tenderão a fazê-lo girar.

Binário

- **Momento de um Binário:**



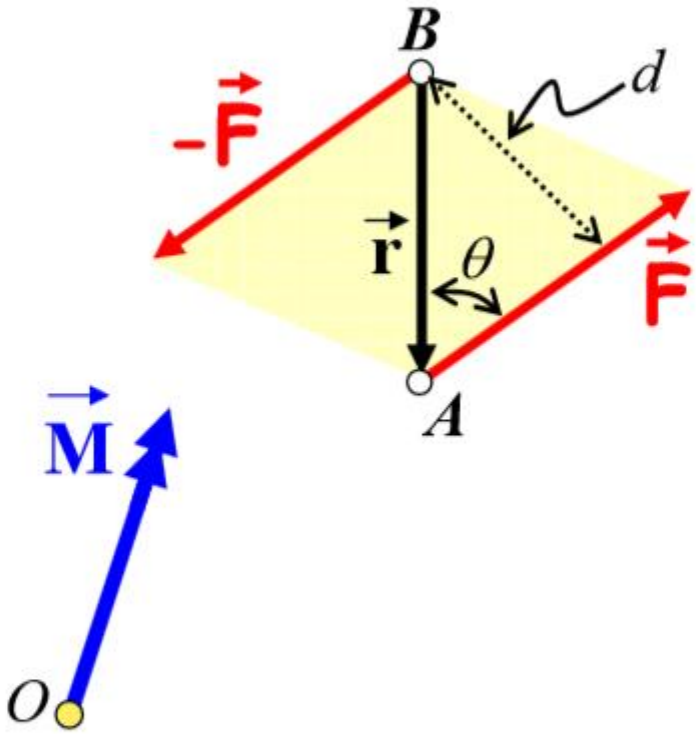
$$\vec{M}_O = \vec{r}_A \times \vec{F} + \vec{r}_B \times \left(-\vec{F}\right) = \vec{r}_A \times \vec{F} - \vec{r}_B \times \vec{F} = \left(\vec{r}_A - \vec{r}_B\right) \times \vec{F}$$

$$\boxed{\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}}$$

Binário

➢ OBSERVAÇÕES:

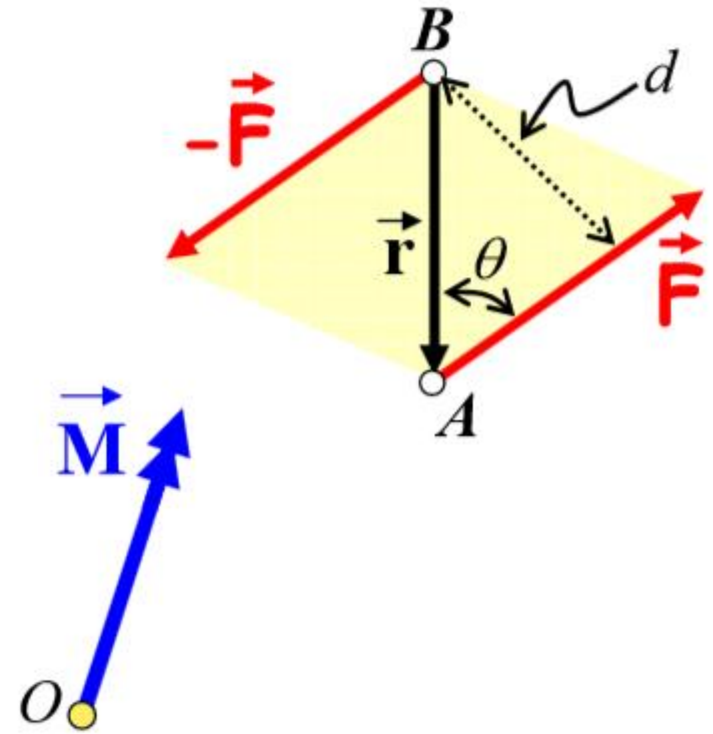
- O vetor momento de um binário ***independe do ponto de referência***, caracterizando-o como um vetor livre que pode ser representado em qualquer posição.

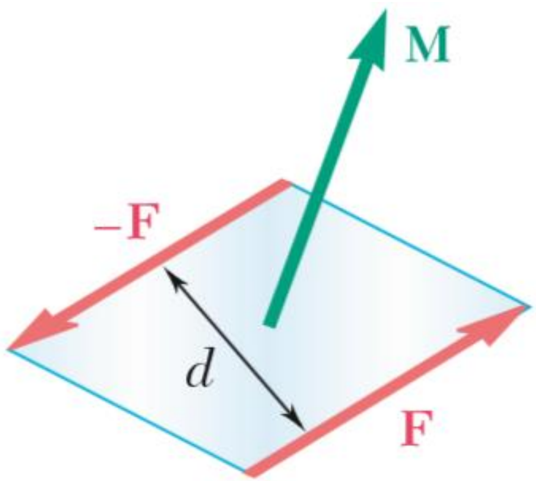


Binário

➢ OBSERVAÇÕES:

- O vetor momento de um binário ***independe do ponto de referência***, caracterizando-o como um vetor livre que pode ser representado em qualquer posição.





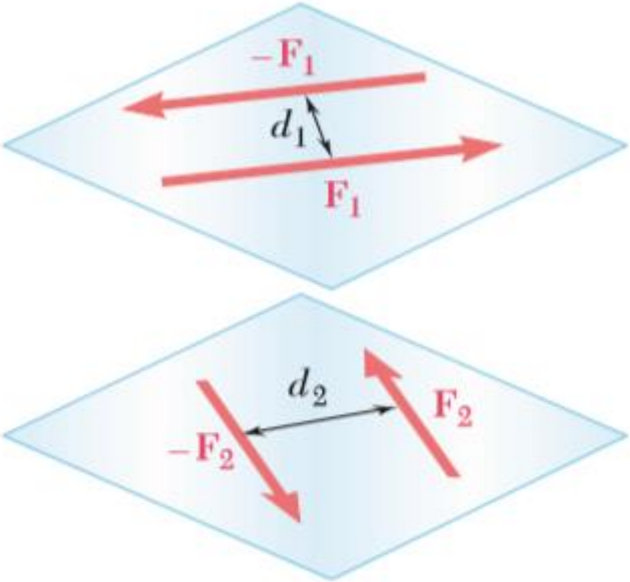
- O vetor momento representativo da tendência de giro é ***perpendicular ao plano das forças*** (regra da mão direita).

$$M = rF\sin\theta \Rightarrow \boxed{M = Fd}$$

Binário

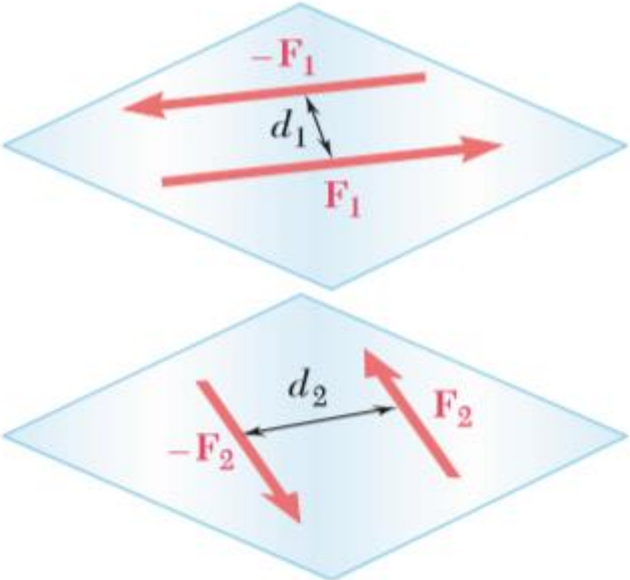
- **Binários Equivalentes:**

$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$

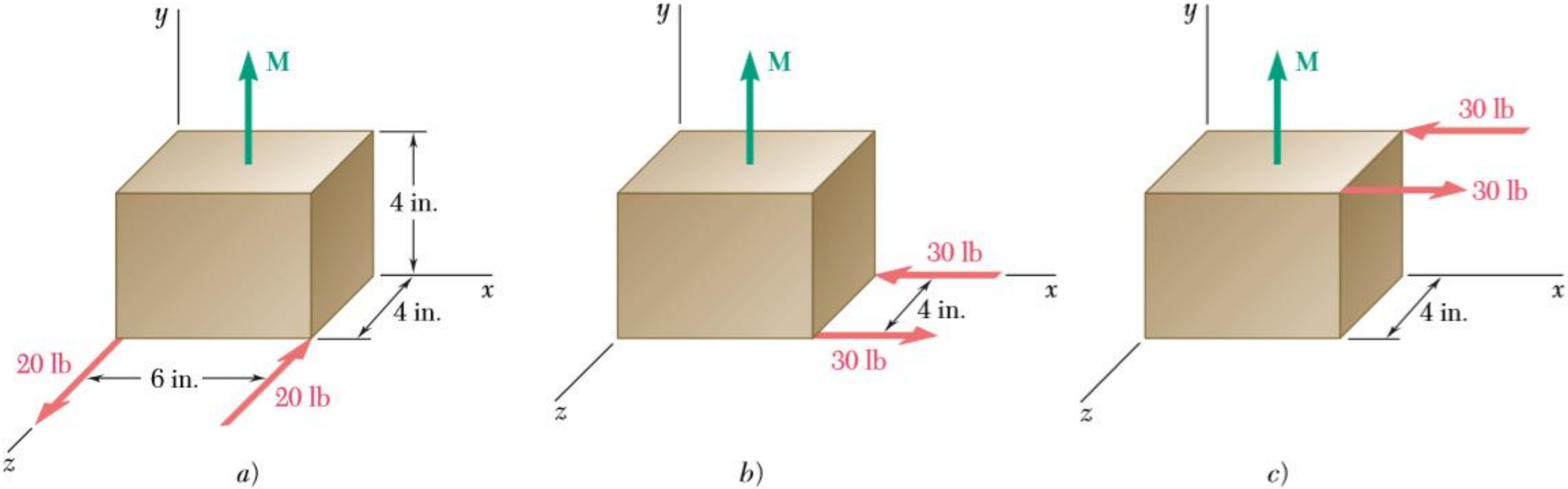


Binário

- **Binários Equivalentes:**



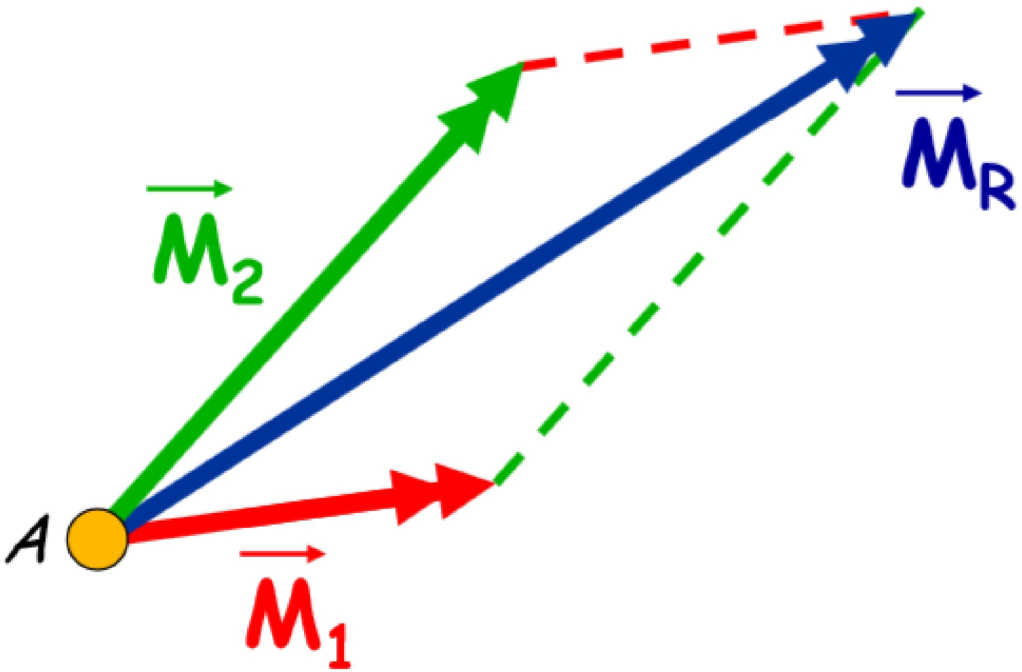
$$F_1 d_1 = F_2 d_2$$



Binário

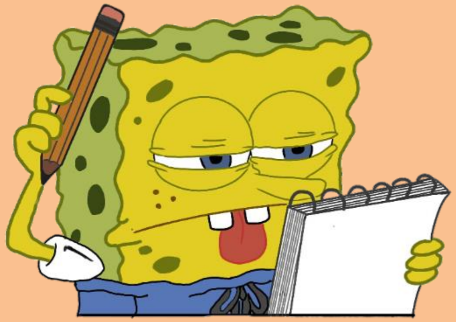
➢ **Adição de Binário:**

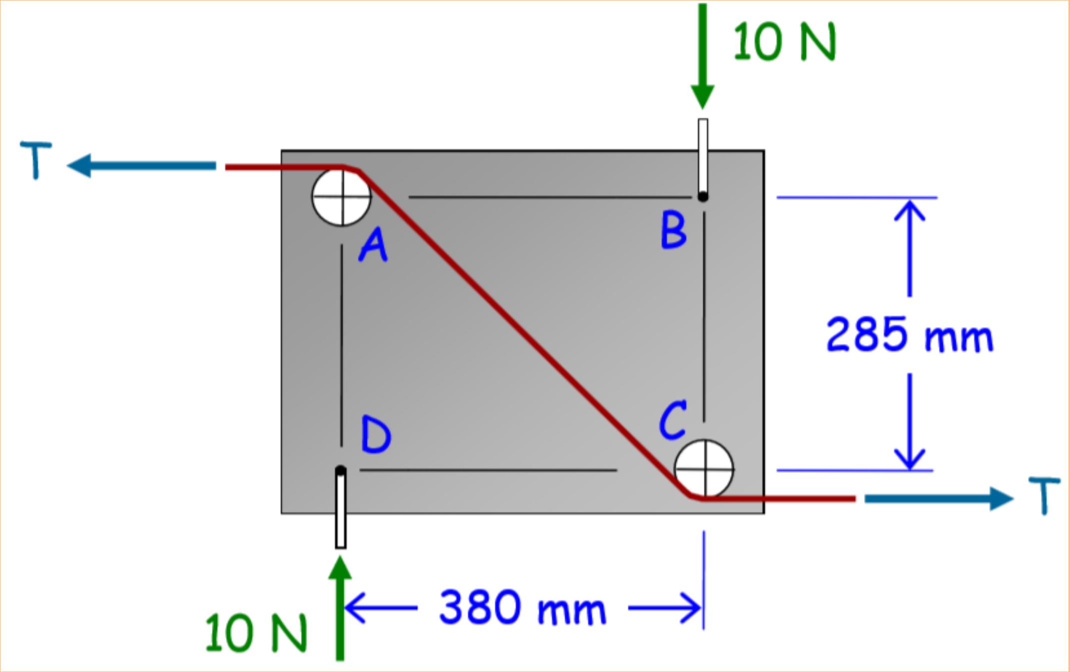
Binários são representados por vetores e por sua vez podem ser combinados empregando-se a lei do paralelogramo.



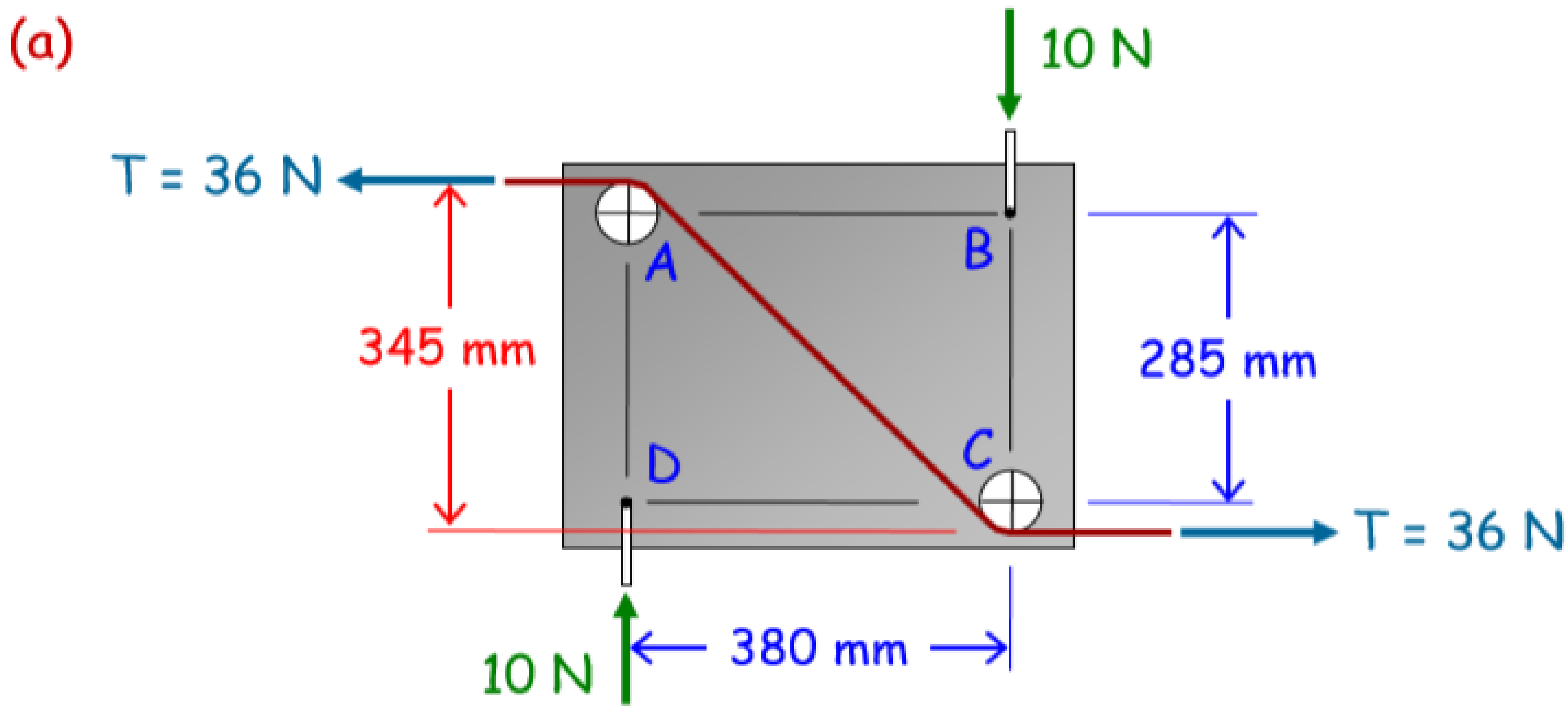
Exemplo 5: Aulas Prof. Nobre

- **Duas cavilhas de 60 mm de diâmetro são montadas sobre uma placa de aço em A e C e duas barras são presas à placa em B e D. Uma corda é passada em torno das cavilhas, enquanto as barras exercem forças de 10 N sobre a placa. (a) Determine o binário resultante que atua sobre a placa quando T = 36 N. (b) Se apenas a corda for usada, em que direção ela deverá ser puxada para se criar o mesmo binário com a mínima tração na corda? Qual o valor da tração mínima?**





Exemplo 5



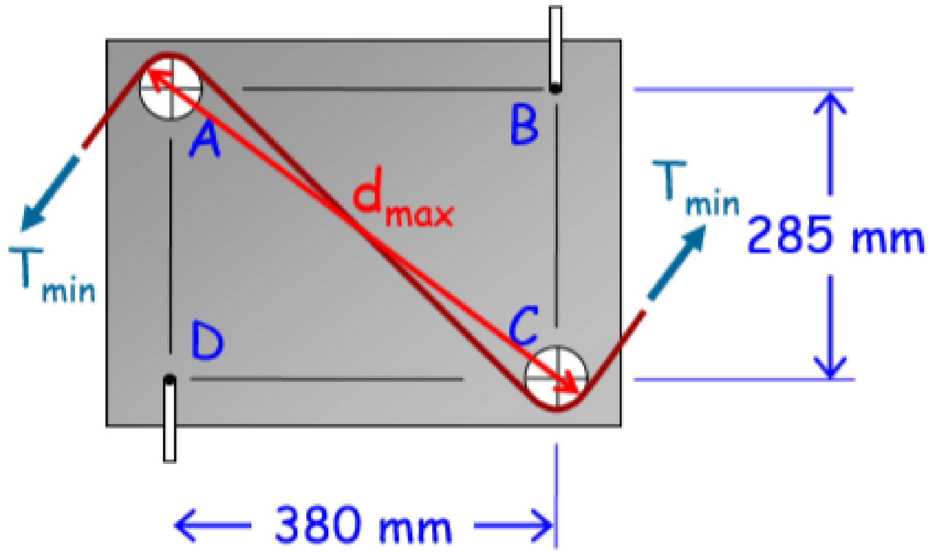
$$+\circlearrowright\; M = 10 \cdot 380 - 36 \cdot 345 = -8620\ \text{N} \cdot \text{mm}$$

$$\boxed{M = 8620\ \text{N} \cdot \text{mm}} \circlearrowleft$$

Exemplo 5

(b) $M = 8620 \text{ N}\cdot\text{mm}$

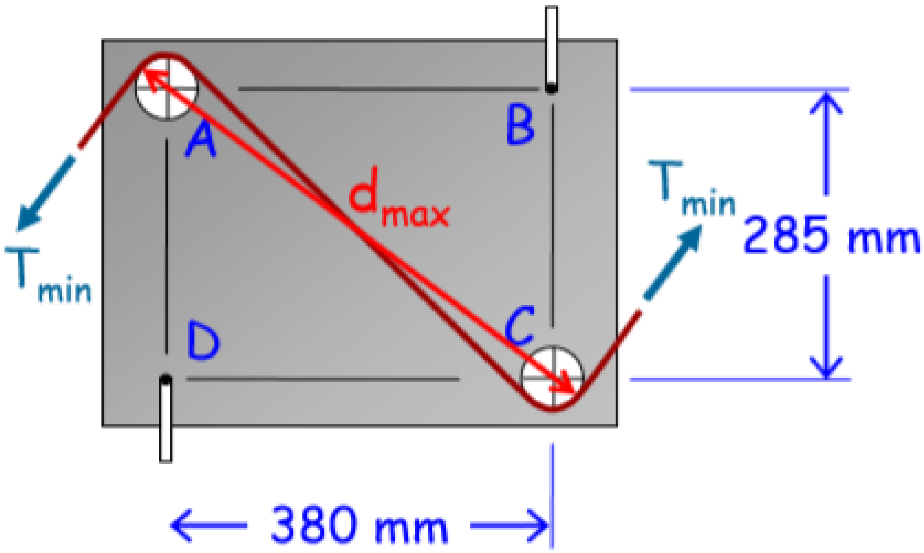
Sabe-se que a intensidade do momento gerado por um binário é dada pelo produto da intensidade da força que forma o binário pelo braço de alavanca. Como se deseja minimizar a força, deve-se maximizar o braço de alavanca.



Exemplo 5

(b) $M = 8620\ N \cdot mm$

Sabe-se que a intensidade do momento gerado por um binário é dada pelo produto da intensidade da força que forma o binário pelo braço de alavanca. Como se deseja minimizar a força, deve-se maximizar o braço de alavanca.



$$M = T_{min} \cdot d_{max}$$

$$d_{max} = \sqrt{380^2 + 285^2} + 60 = 535\ mm$$

$$T_{min} = \frac{8620}{535}$$

$$\boxed{T_{min} = 16{,}1\ N}$$

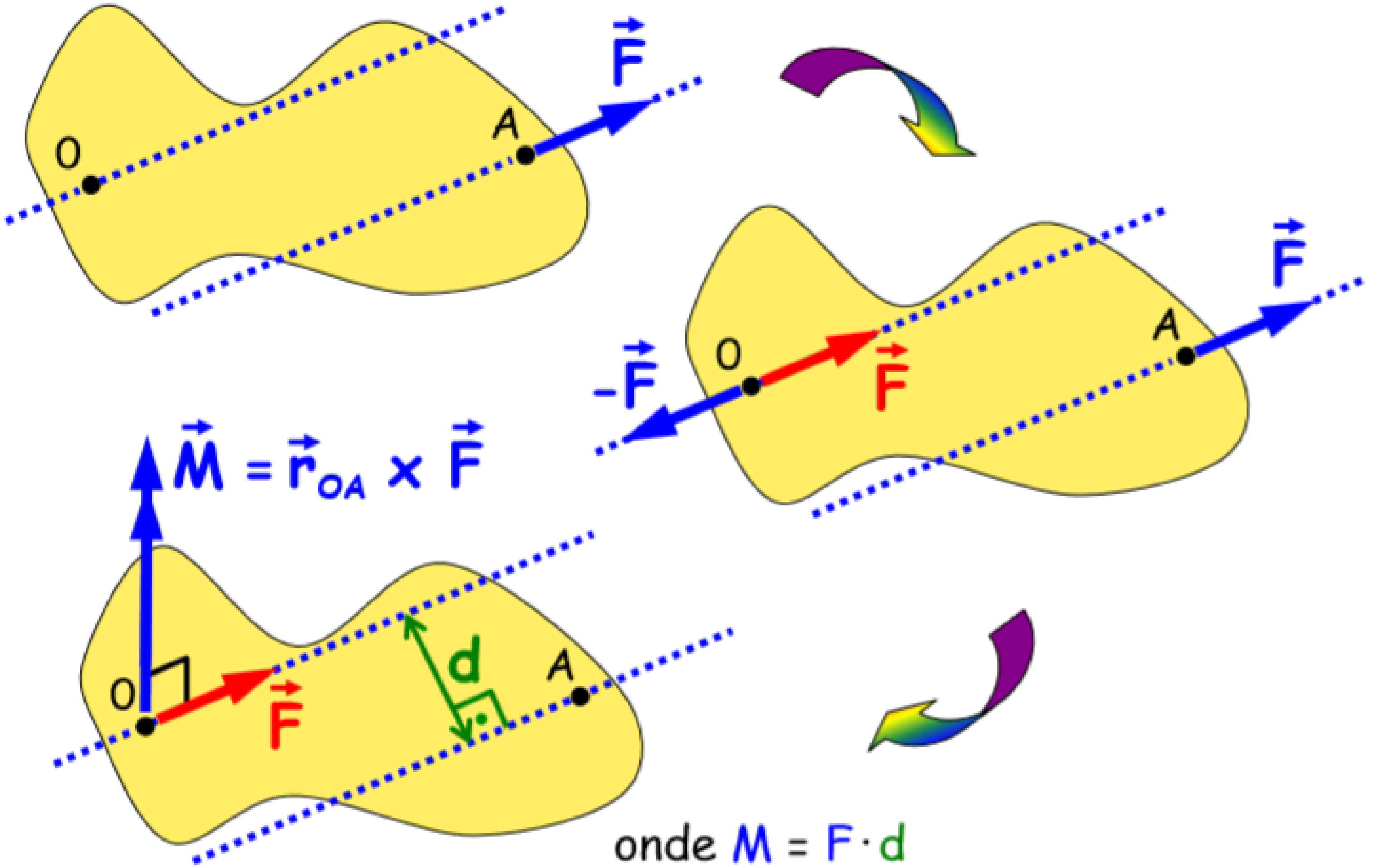
Força = por uma força e um binário

- **Substituição de uma Força por uma Força e um Binário:**

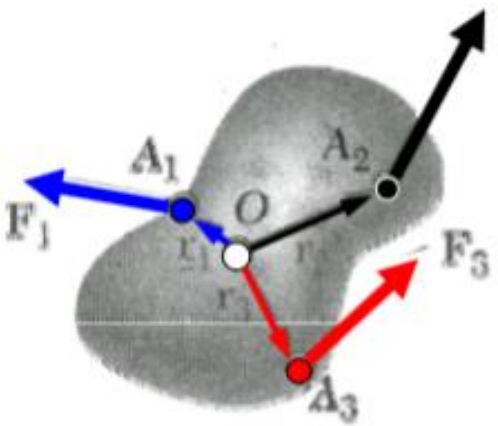
Motivação: Como modificar a linha de ação de uma força mantendo os mesmos efeitos sobre o corpo em que atua?

Força = por uma força e um binário

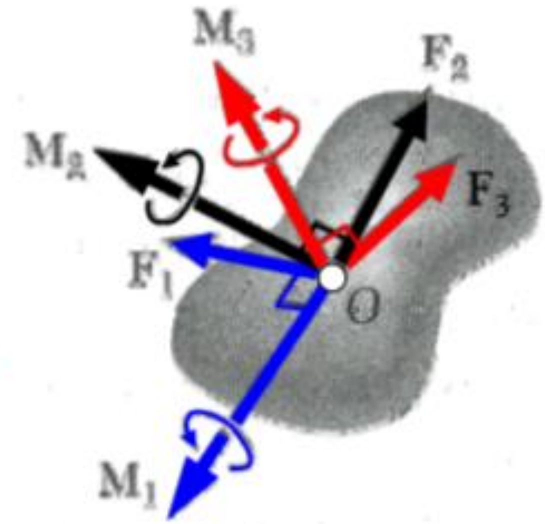
Motivação: Como modificar a linha de ação de uma força mantendo os mesmos efeitos sobre o corpo em que atua?



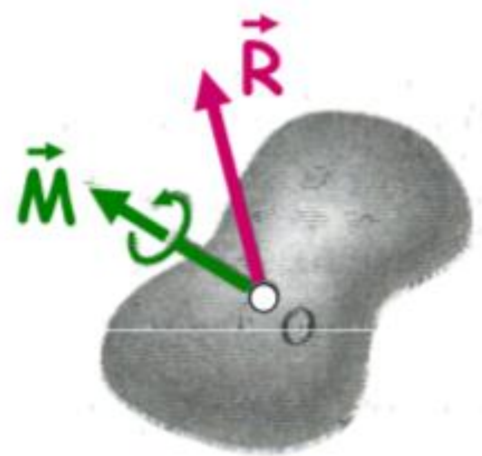
Força = por uma força e um binário



A estratégia anterior pode ser aplicada com cada uma das forças do sistema original, tendo como referência o mesmo ponto O.

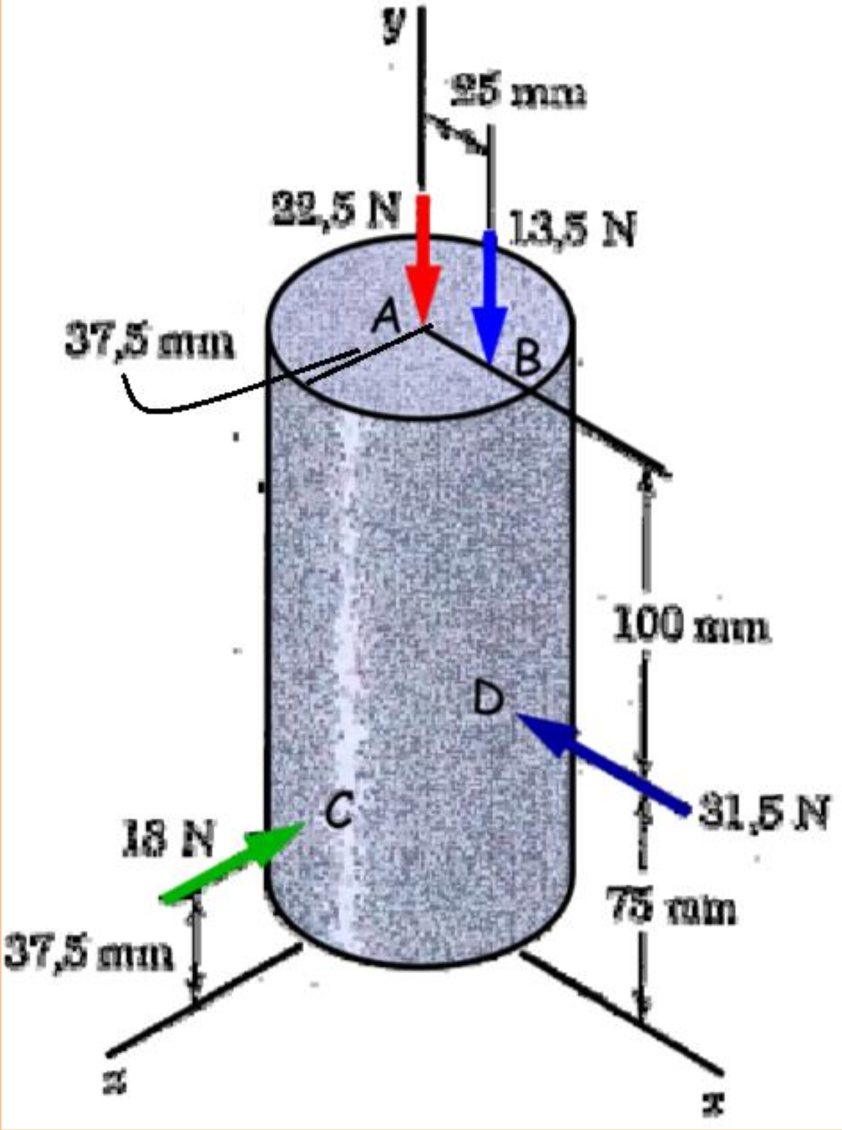


Após isso, combinam-se as forças e os vetores momentos originários dos binários, chegando-se ao sistema resultante equivalente com uma única força e um único vetor momento.



EXEMPLO 6: Aulas Prof. Nobre

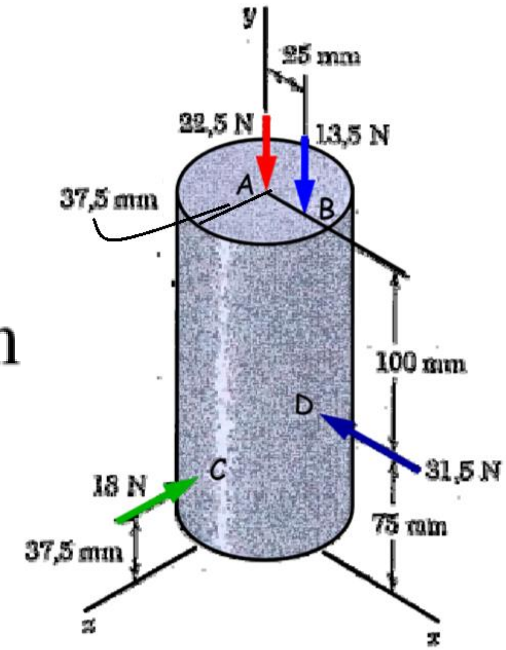
À medida que buchas de plástico são inseridas em um recipiente cilíndrico de chapa metálica de 75 mm de diâmetro, a ferramenta de inserção exerce sobre o invólucro as forças mostradas. Cada uma das forças é paralela a um dos eixos de coordenadas. Substitua essas forças por um sistema força-binário em C.



EXEMPLO 6

$$\boxed{\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}}$$

- $\vec{F}_A = (0; -22{,}5; 0)\,N \quad \vec{r}_A = (0; 0; -37{,}5)\,mm$
- $\vec{F}_B = (0; -13{,}5; 0)\,N \quad \vec{r}_B = (25; 0; -37{,}5)\,mm$
- $\vec{F}_C = (0; 0; -18)\,N \quad \vec{r}_C = (0; 0; 0)\,mm$
- $\vec{F}_D = (-31{,}5; 0; 0)\,N \quad \vec{r}_D = (0; 37{,}5; -37{,}5)\,mm$

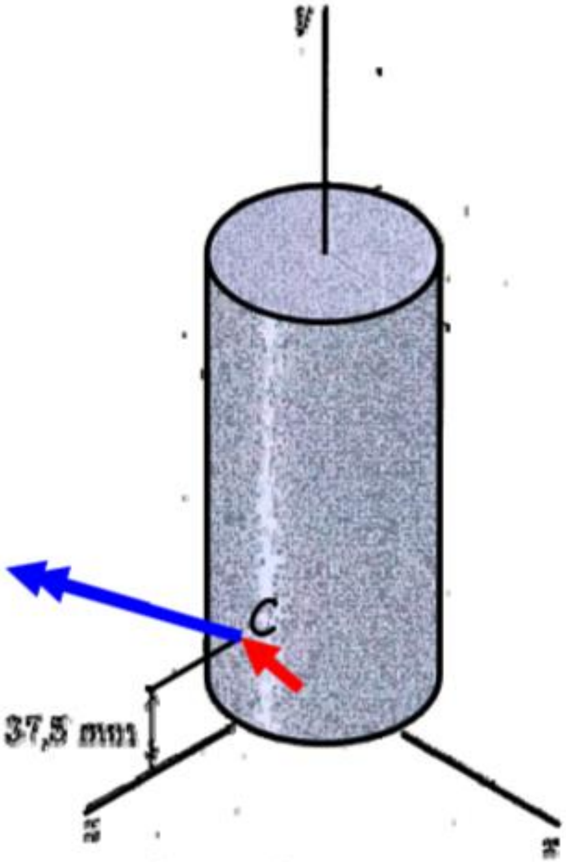


No estabelecimento do vetor raio fez-se uso da idéia de que é possível encerrar esse vetor em qualquer ponto ao longo da linha de ação da correspondente força.

EXEMPLO 6

- $\vec{R} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D$

$$\boxed{\vec{R} = \left(-31{,}5; -36; -18\right) N}$$

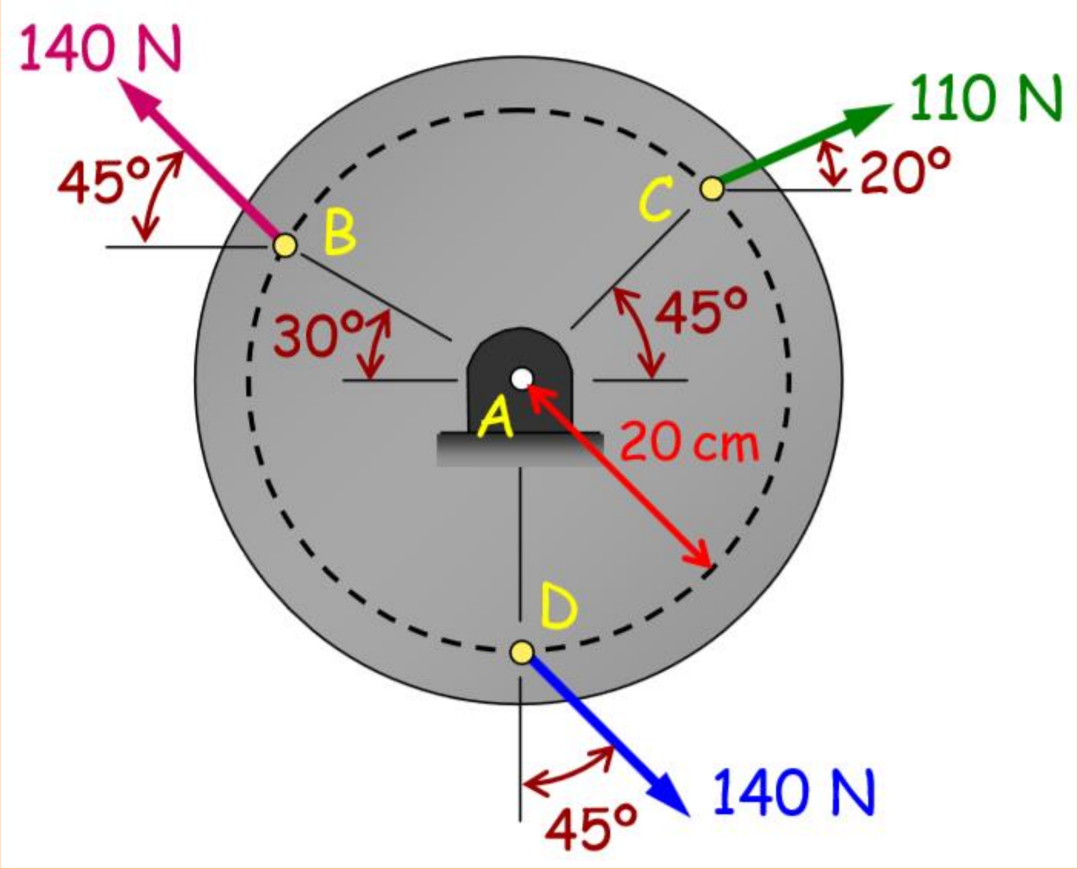


- $\vec{M} = \vec{r}_A \times \vec{F}_A + \vec{r}_B \times \vec{F}_B + \vec{r}_C \times \vec{F}_C + \vec{r}_D \times \vec{F}_D$

$$\boxed{\vec{M} = \left(-1350{,}00; 1181{,}25; 843{,}75\right) N.mm}$$

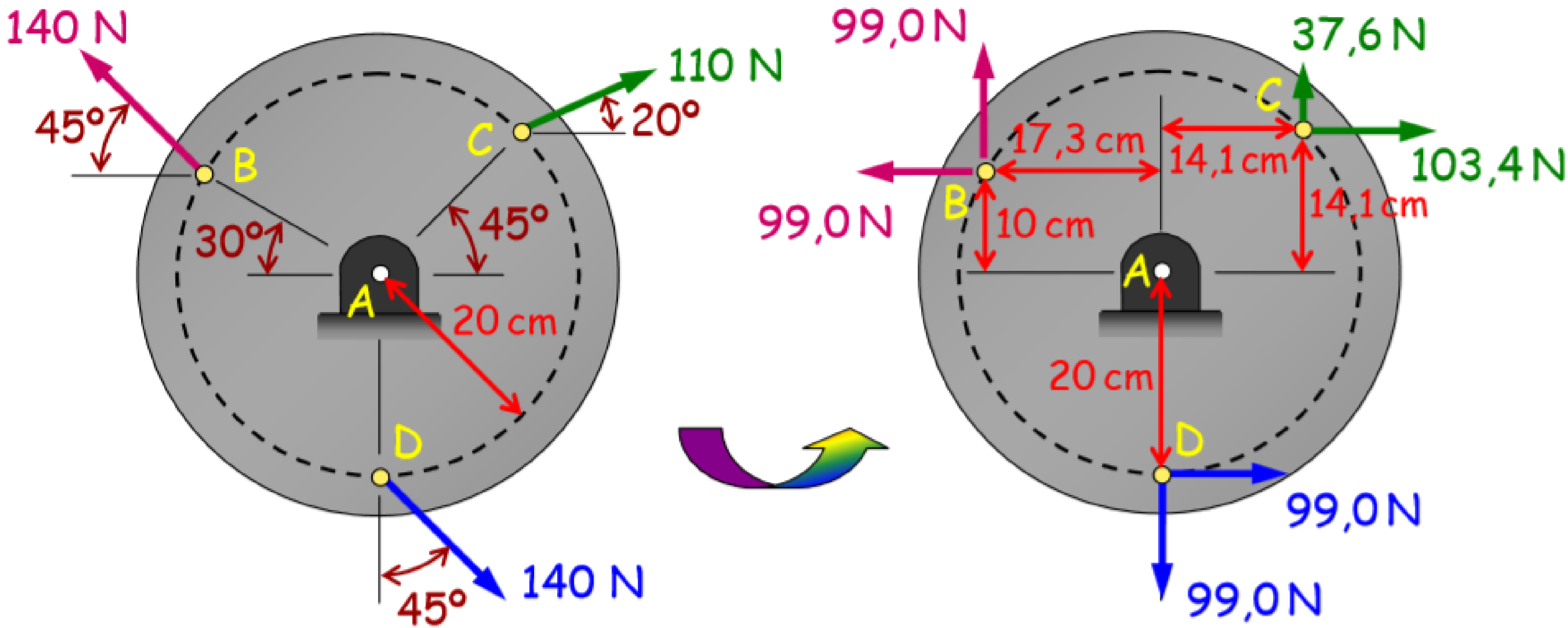
EXEMPLO 7

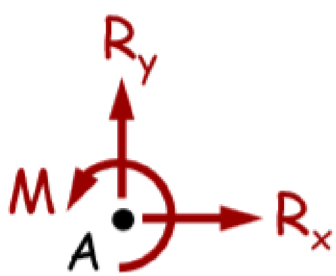
Três cabos presos a um disco exercem sobre o disco as forças mostradas. Substitua as três forças por um sistema força-binário equivalente em *A*.



EXEMPLO 7

RESOLUÇÃO:





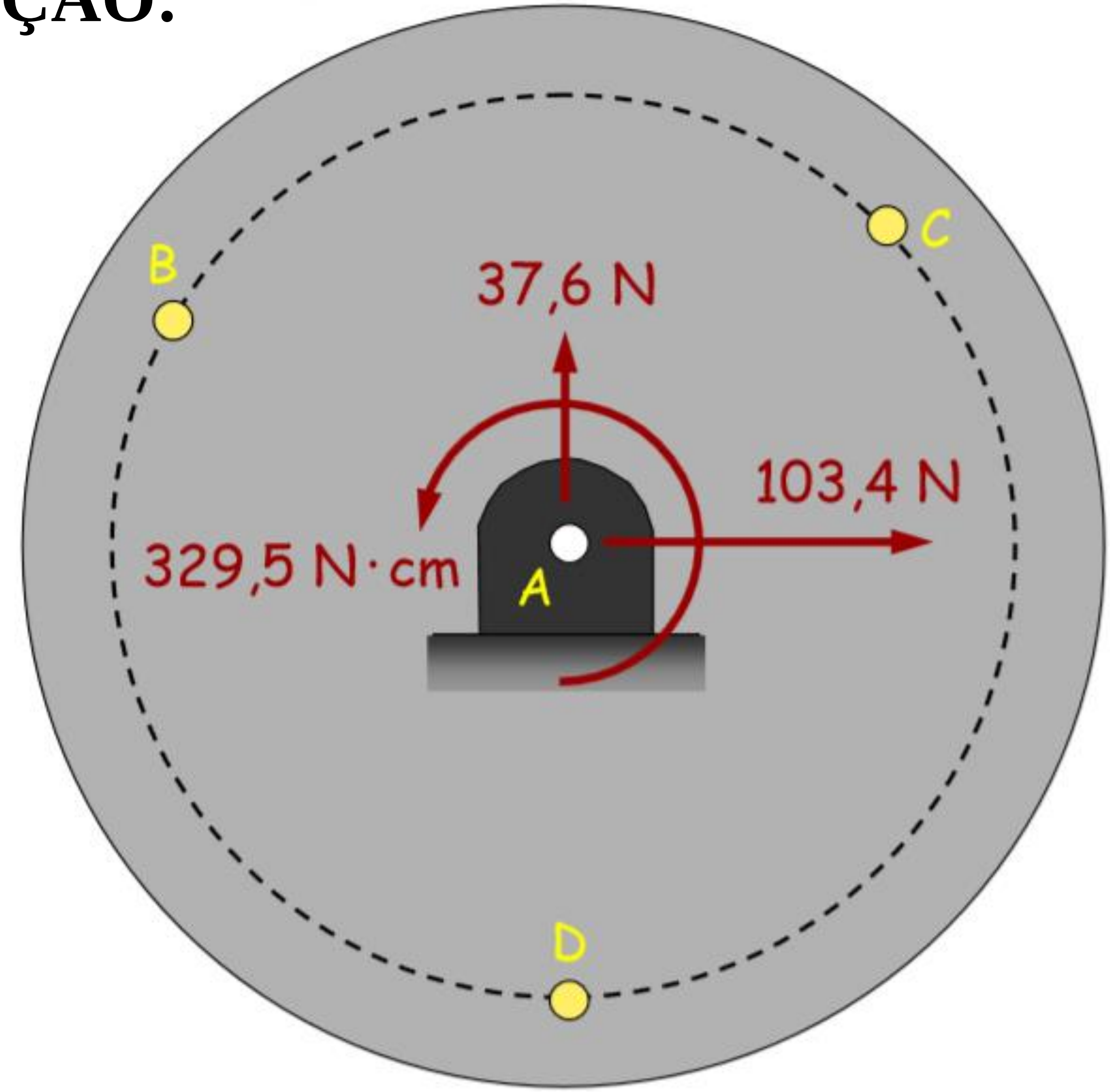
$$R_x = 99{,}0 + 103{,}4 - 99{,}0 = 103{,}4 \text{ N}$$

$$R_y = -\,99{,}0 + 37{,}6 + 99{,}0 = 37{,}6 \text{ N}$$

$$M = 99{,}0 \cdot 20 - 103{,}4 \cdot 14{,}1 + 37{,}6 \cdot 14{,}1 + 99{,}0 \cdot 10 - 99{,}0 \cdot 17{,}3 = 329{,}5 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

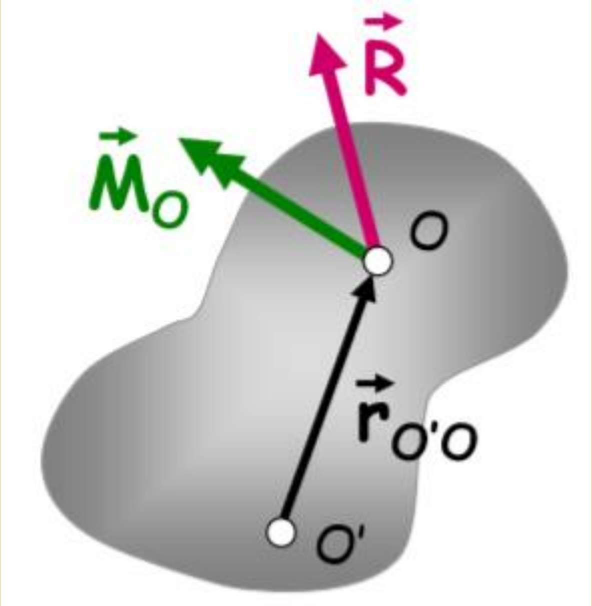
EXEMPLO 7

RESOLUÇÃO:



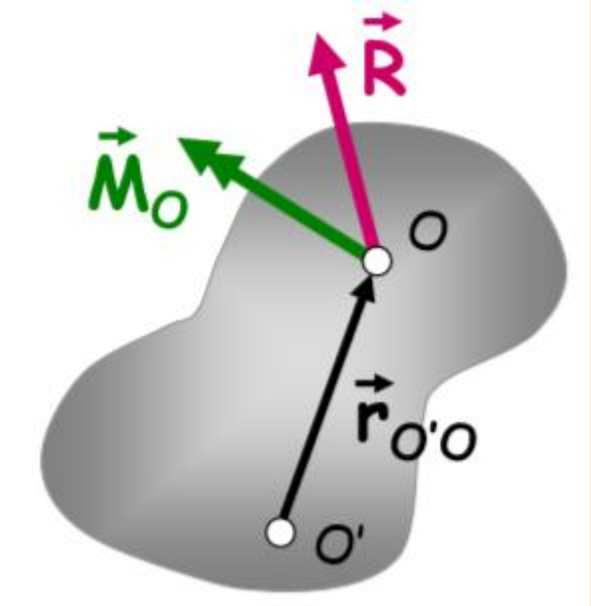
OBSERVAÇÃO

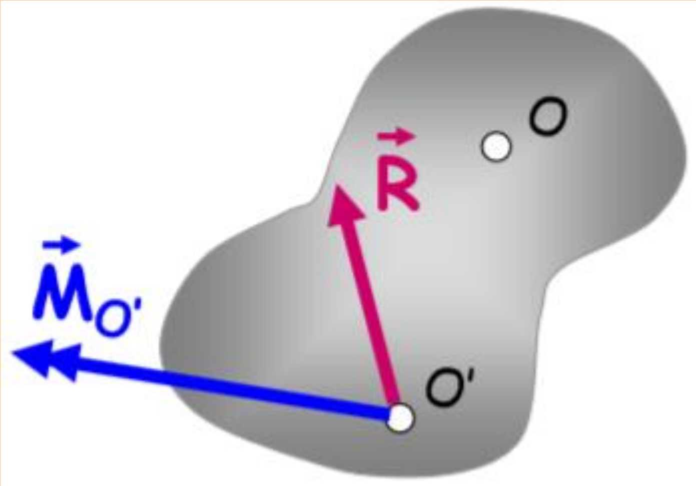
- Uma vez que um sistema de forças tenha sido reduzido a uma força e um binário em um ponto ***O***, ele pode ser facilmente reduzido a uma força e um binário em um outro ponto ***O'***.



OBSERVAÇÃO

- Uma vez que um sistema de forças tenha sido reduzido a uma força e um binário em um ponto ***O***, ele pode ser facilmente reduzido a uma força e um binário em um outro ponto ***O'***.



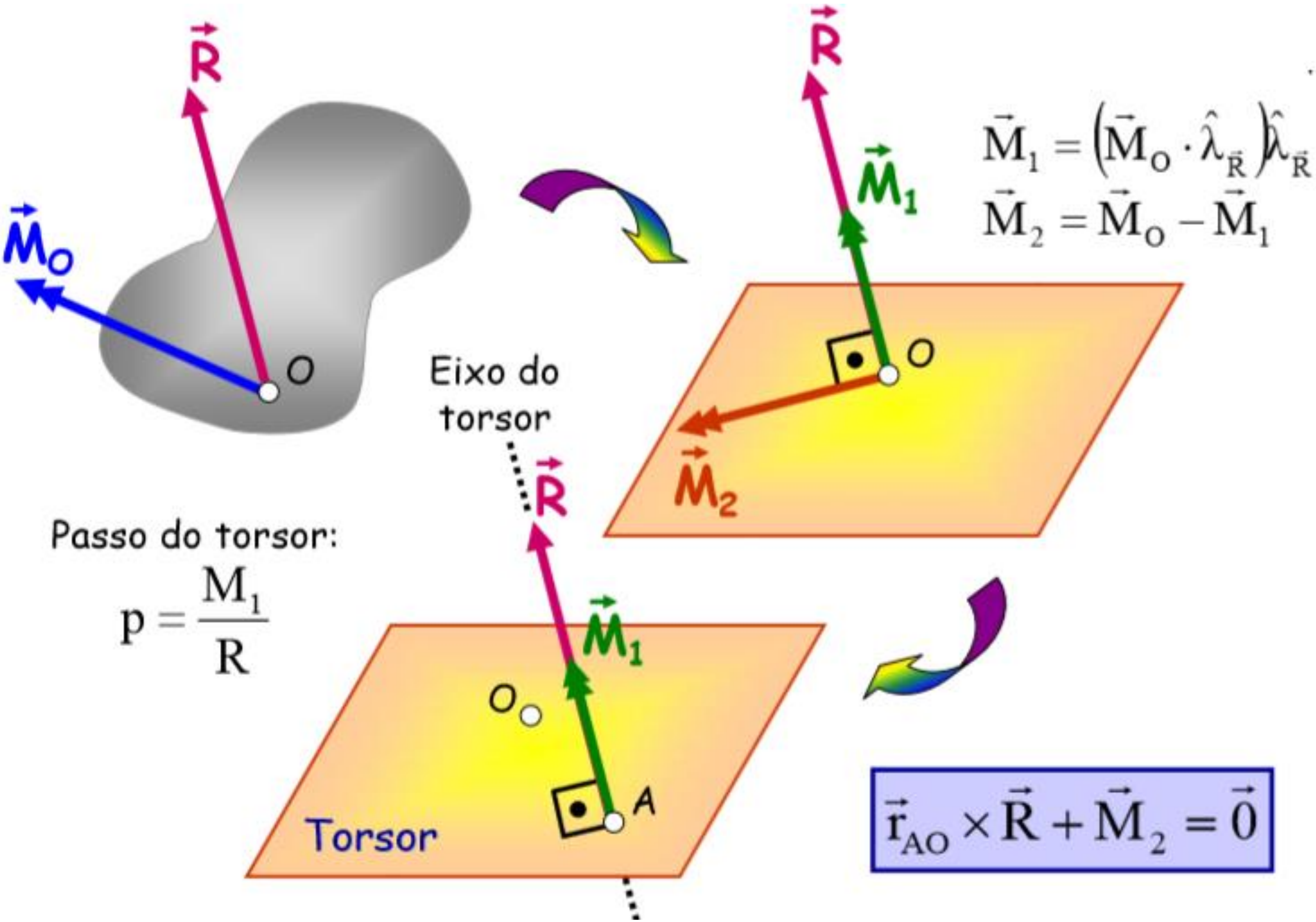


$$\boxed{\vec{M}_{O'} = \vec{M}_O + \vec{r}_{O'O} \times \vec{R}}$$

- A força ***resultante permanecerá inalterada***, a menos da sua linha de ação, mas o novo binário resultante será igual à ***soma*** do anterior mais o momento em relação a ***O'*** da força resultante aplicada na posição inicial.

**Redução de um Sistema de Forças a um Torsor (Não cai na prova)

Redução de Forças a um Torsor

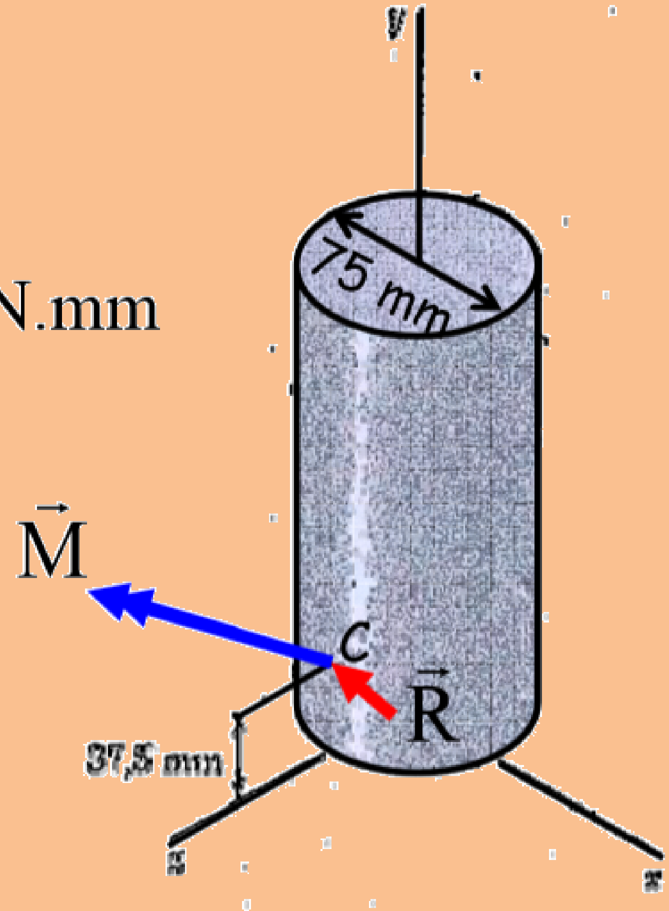


EXEMPLO 8

Reduzir o sistema força-binário apresentado abaixo à forma mais simples de representação. Sabe-se que.

$$\vec{R} = \left(-31{,}5; -36; -18\right) N$$

$$\vec{M} = \left(-1350{,}00; 1181{,}25; 843{,}75\right) N.mm$$



EXEMPLO 8

RESOLUÇÃO:

$$\hat{\lambda}_{\vec{R}} = \frac{\vec{R}}{R} = (-0,616; -0,704; -0,352)$$

$$\vec{M}_1 = (\vec{M} \cdot \hat{\lambda}_{\vec{R}})\hat{\lambda}_{\vec{R}} = (183,14; 209,30; 104,65)\,\text{N.mm}$$

$$\vec{M}_2 = \vec{M} - \vec{M}_1 = (-1533,14; 971,95; 739,10)\,\text{N.mm}$$

$$\vec{r}_{EC} = (-x; 37,5 - y; 37,5 - z)$$

$$\vec{r}_{EC} \times \vec{R} + \vec{M}_2 = \vec{0} \quad \begin{cases} -858,14 + 18y - 36z = 0 \\ 1920,35 + 36x - 31,5y = 0 \\ -209,30 - 18x + 31,5z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x &= -11,63 + 1,75z \\ y &= 47,67 + 2z \end{aligned}}$$

EXEMPLO 8

RESOLUÇÃO:

- Torsor $\begin{cases} \vec{R} = (-31{,}5; -36; -18)\,N \\ \vec{M}_1 = (183{,}14; 209{,}30; 104{,}65)\,N.mm \end{cases}$

- Eixo do Torsor $\begin{cases} \hat{\lambda} = (-0{,}616; -0{,}704; -0{,}352) \\ \text{Passando pelo ponto } (-11{,}63;\ 47{,}67;\ 0)\ mm \end{cases}$

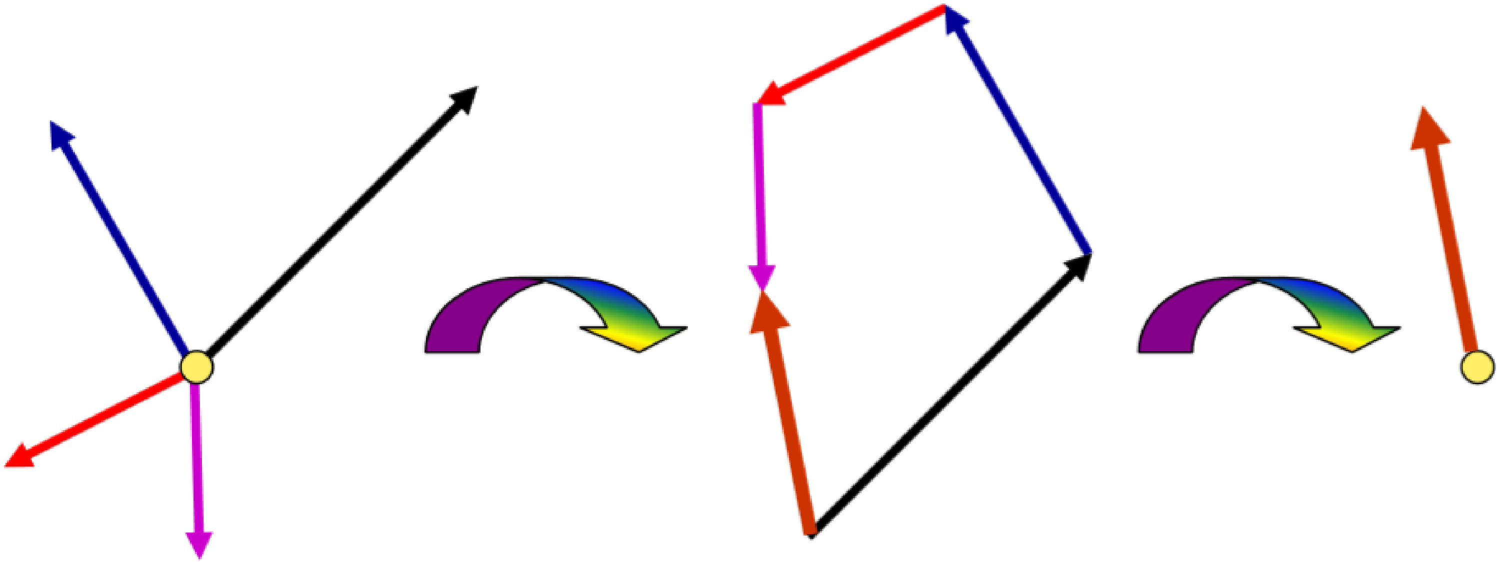
- Passo do Torsor $\{\ p = 5{,}81\,mm$

Casos Particulares de Redução de um Sistema em uma ÚNICA Força

Casos Particulares

- ***FORÇAS CONCORRENTES:***

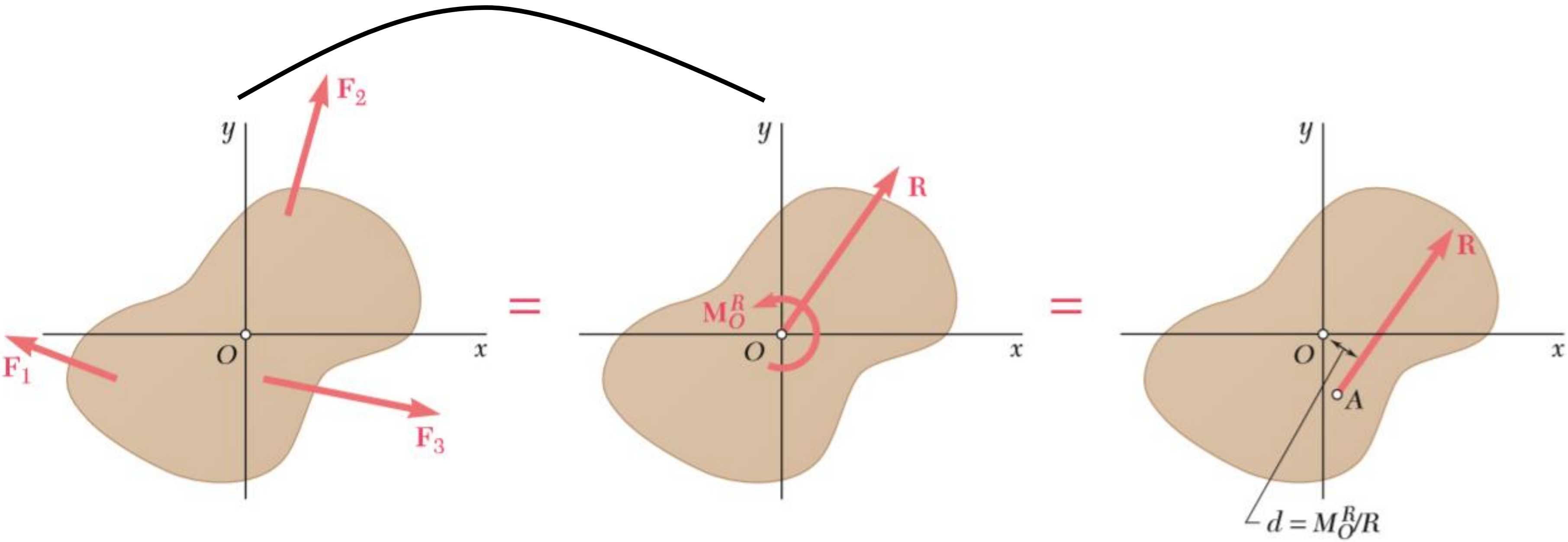
- Quando existe um ponto comum a todas as linhas de ação das forças envolvidas no processo de redução, essas podem ser somadas diretamente para obter a força resultante empregando-se, por exemplo, a regra do polígono.



Casos Particulares

- ***FORÇAS COPLANARES:*** Adequadamente o sistema resultante força-binário (perpendiculares) poderá ser reposicionado para se resumir apenas a uma força.

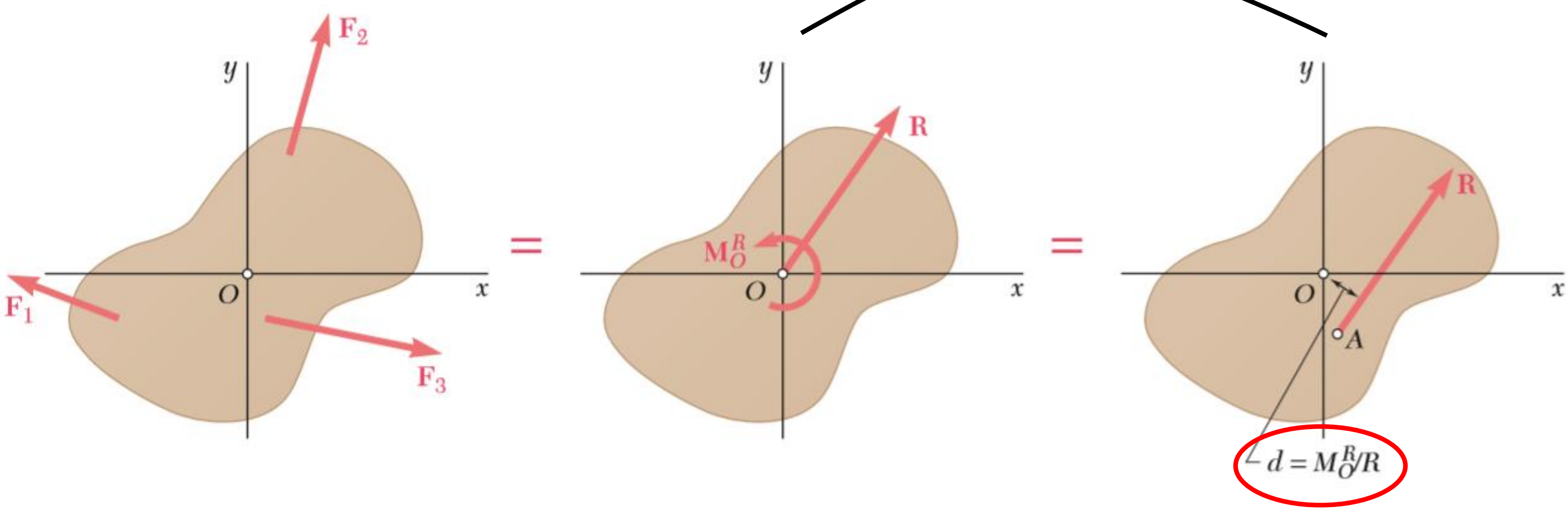
Redução das Força ➔ Força+ Binário



Casos Particulares

- ***FORÇAS COPLANARES:*** Adequadamente o sistema resultante força-binário (perpendiculares) poderá ser reposicionado para se resumir apenas a uma força.

Força+ Binário ➔ Força



Casos Particulares

- ***FORÇAS PARALELAS:***

  - Como todas as forças são paralelas, a força resultante também terá a mesma direção.
  - O momento (binário) terá a direção perpendicular a da força.
  - Assim, o sistema resultante força-binário (perpendiculares) poderá ser reposicionado para se resumir apenas a uma força.

Casos Particulares

- ***FORÇAS PARALELAS:***

- Como todas as forças são paralelas, a força resultante também terá a mesma direção.
- O momento (binário) terá a direção perpendicular a da força.
- Assim, o sistema resultante força-binário (perpendiculares) poderá ser reposicionado para se resumir apenas a uma força.

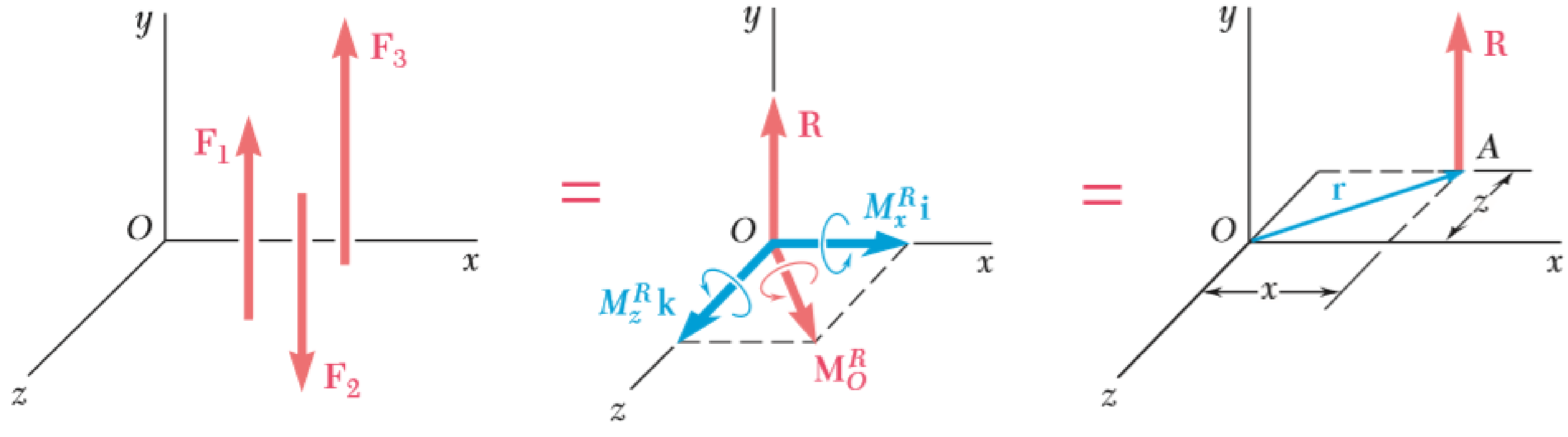
Casos Particulares

- ***FORÇAS PARALELAS:***

➢ Como todas as forças são paralelas, a força resultante também terá a mesma direção.

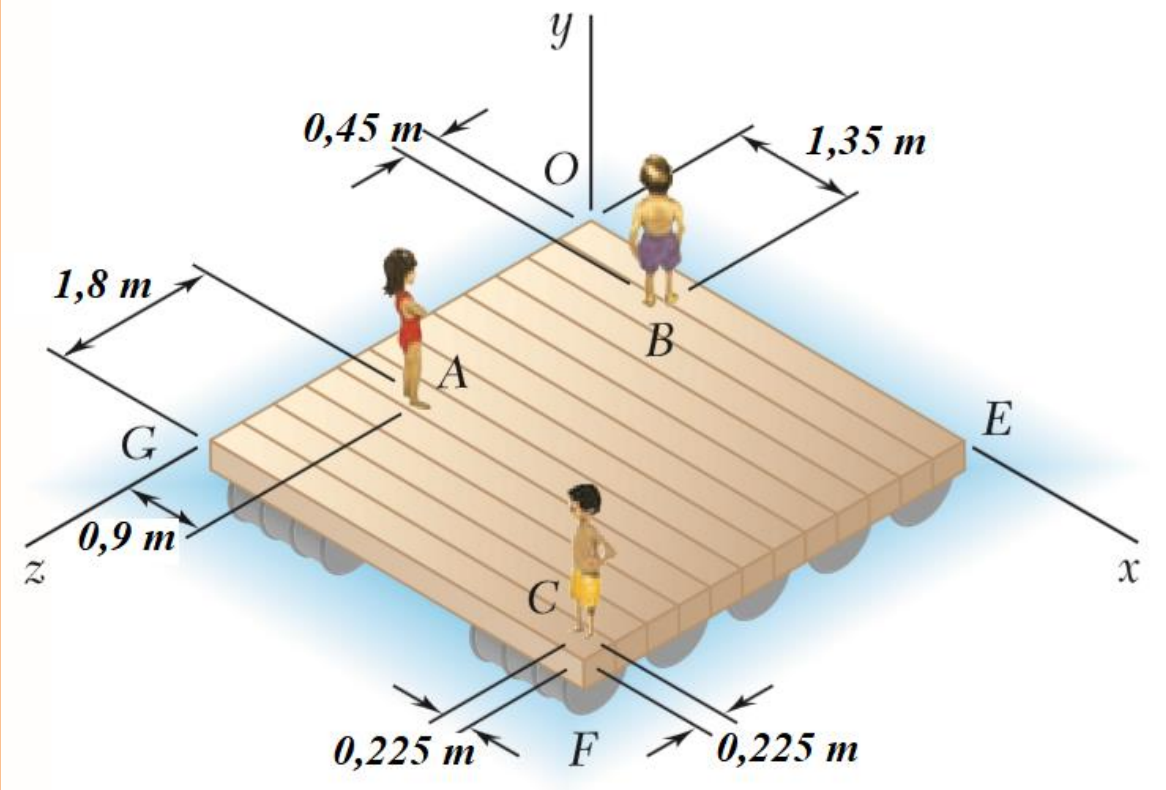
➢ O momento (binário) terá a direção perpendicular a da força.

➢ Assim, o sistema resultante força-binário (perpendiculares) poderá ser reposicionado para se resumir apenas a uma força.



EXEMPLO 9

Três crianças estão em pé sobre uma balsa de 4,5 *x* 4,5 *m*. Sabendo que os pesos das crianças nos pontos *A*, *B* e *C* são de *382,5 N, 270 N e 405 N*, respectivamente, determine a intensidade e o ponto de aplicação da resultante dos três pesos.

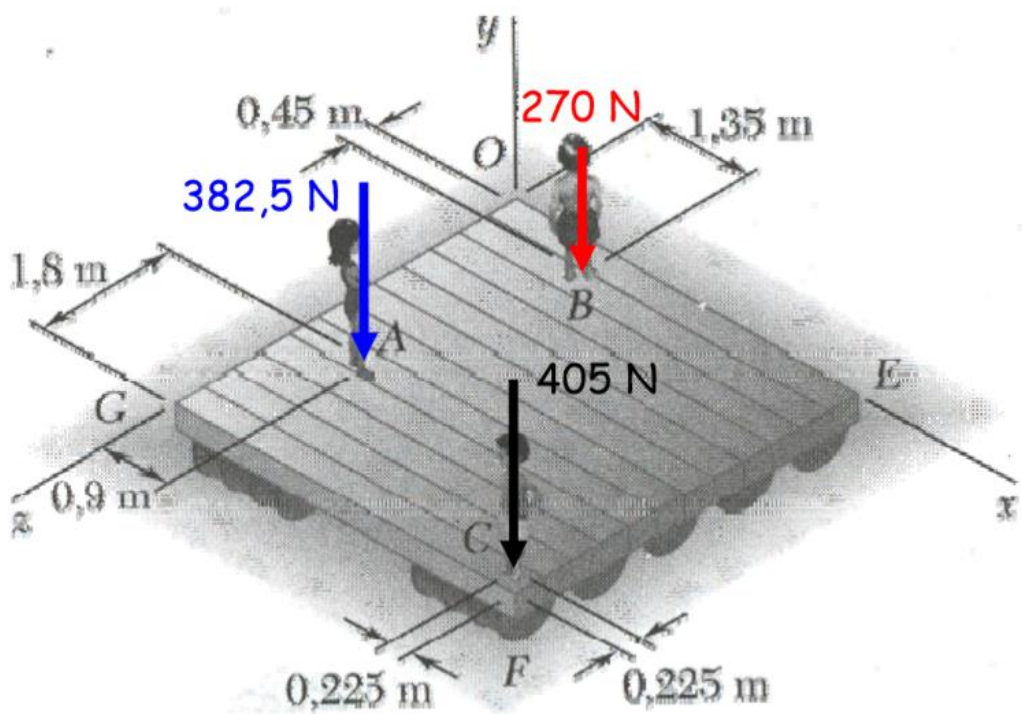


EXEMPLO 9

RESOLUÇÃO:

1. **Reduzimos o sistema de força ➔ Sistema de força-binário na Origem.**

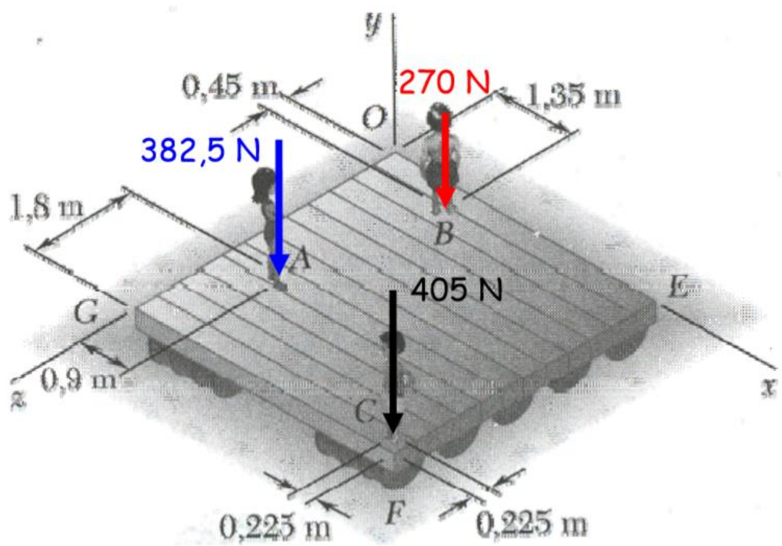
$$\mathbf{R} = \Sigma\mathbf{F} \qquad \mathbf{M}_O^R = \Sigma(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$



EXEMPLO 9

RESOLUÇÃO:

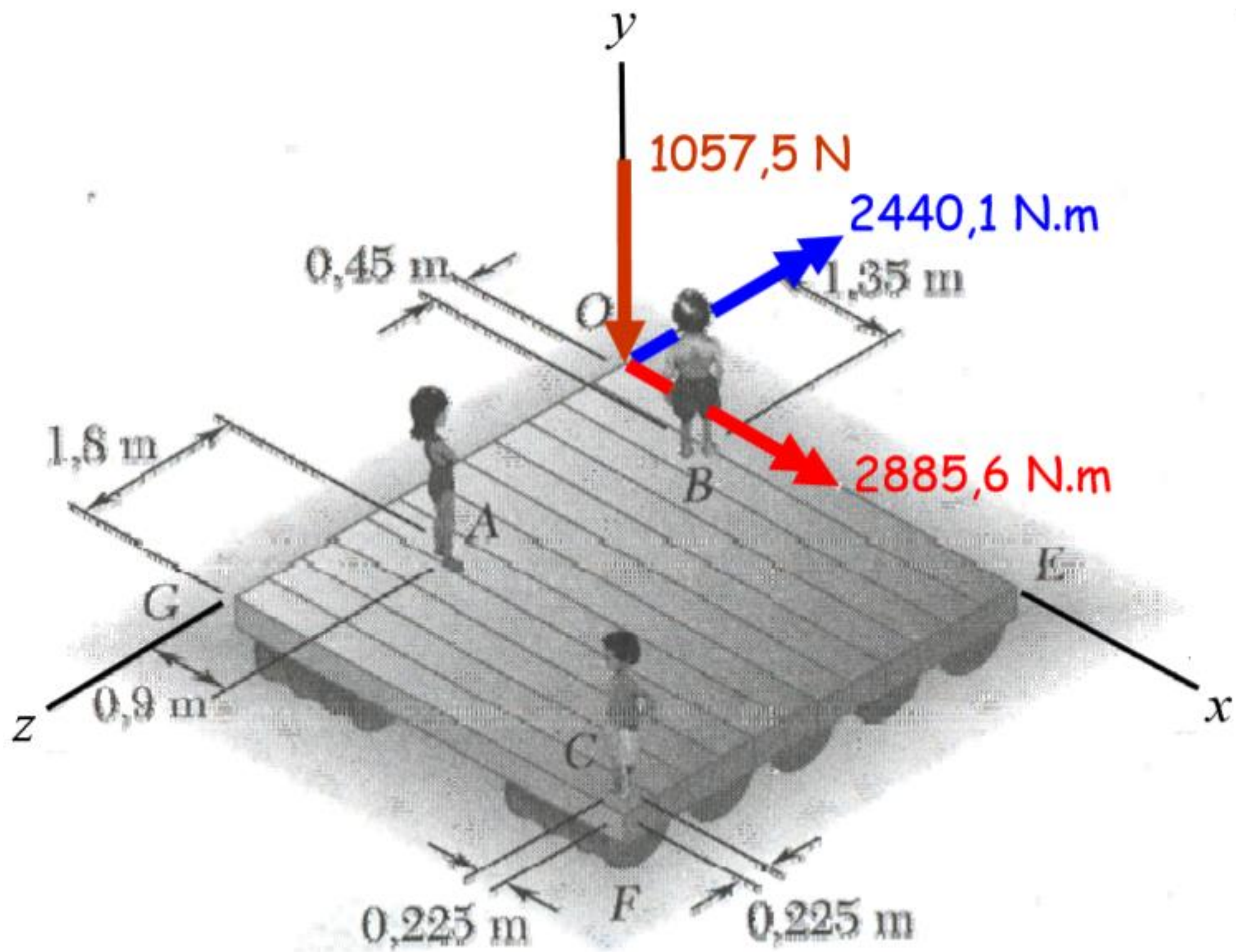
2. Determinamos os vetores Posições dos pontos de aplicação das forças:



r (metros)	F (KN)	r x F (KN.m)
OA = (0,9; 0; 2,7)	(0; -382,5; 0)	()
OB = (1,35; 0; 0,45)	(0; -270; 0)	()
OC = (4,275; 0; 4,275)	(0; -405; 0)	()
	R=(0; -1057,5; 0)	Mo=(2885,6; 0; -2440,1)

EXEMPLO 9

RESOLUÇÃO:



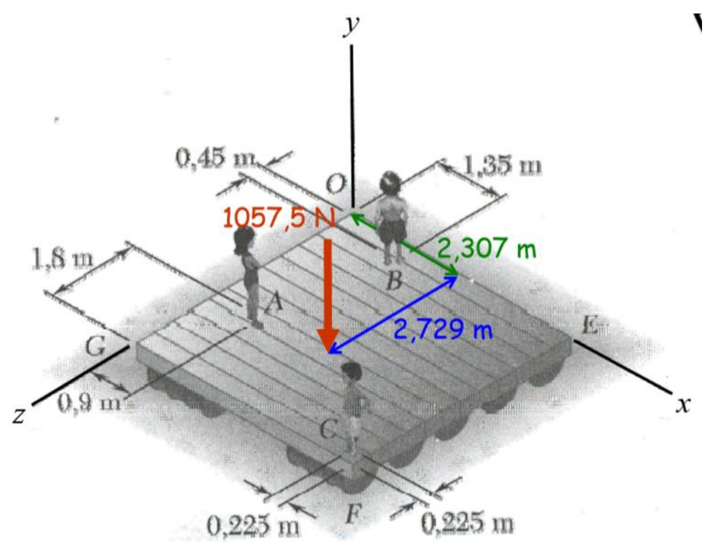
EXEMPLO 9

RESOLUÇÃO:

3. O novo Ponto de aplicação de *R* será escolhido de modo que o momento causado por *R* seja igual a *Mo*.

$$\mathbf{r} \times \mathbf{R} = \mathbf{M}_O^R$$

$$(x;0;z) \times (0;-1057{,}5;0) = (2885{,}6;\ 0;\ -2440{,}1)$$



Sistemas Eqüipolentes e Equivalentes

Dois sistemas de forças são **eqüipolentes** se puderem ser reduzidos ao mesmo sistema força-binário em um dado ponto de referência, ou seja,

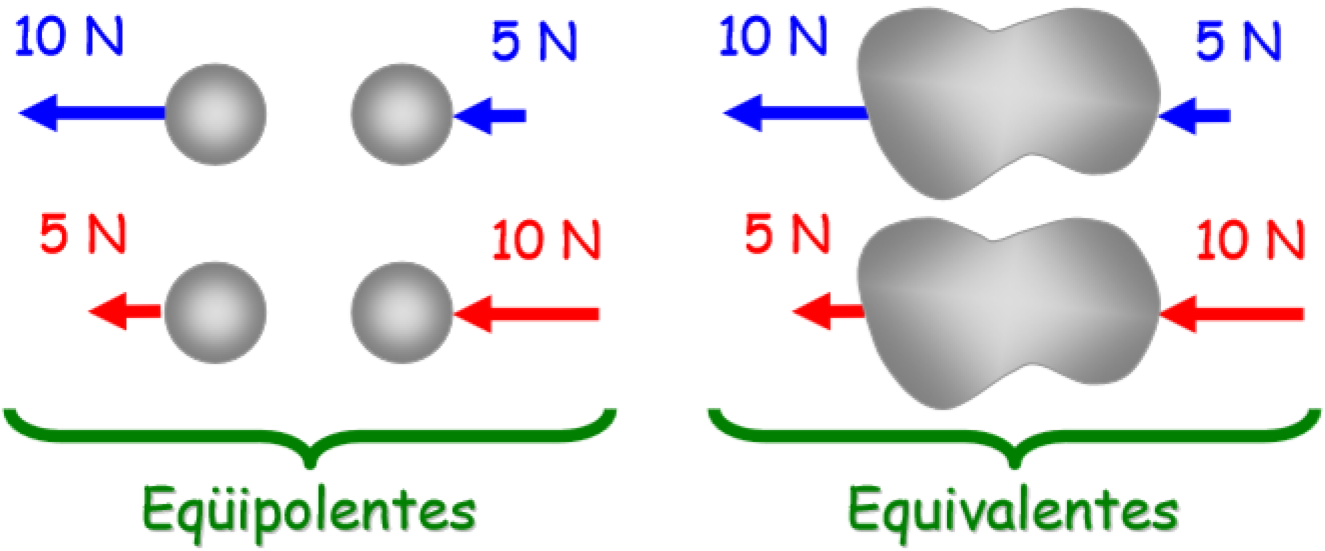
$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}' \quad e \quad \sum \vec{M}_O = \sum \vec{M}'_O$$

Sistemas Eqüipolentes e Equivalentes

Dois sistemas de forças são **eqüipolentes** se puderem ser reduzidos ao mesmo sistema força-binário em um dado ponto de referência, ou seja,

$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}' \quad e \quad \sum \vec{M}_O = \sum \vec{M}'_O$$

Dois sistemas de forças são **equivalentes** se forem **eqüipolentes** e provocarem os mesmo efeitos sobre o corpo em que atuam.



...

CONTINUA na Próxima Aula