Mapa Mental para Estudo de Transformações Lineares

Problemas comuns em aplicações de Transformações Lineares

Se T : V → W for uma função de um espaço vetorial V num espaço vetorial W, então T é denominada transformação linear de V em W se as duas propriedades seguintes forem válidas com quaisquer vetores ***u*** e ***v*** em V e qualquer escalar k.

$$\text{(i)}\quad T(k\mathbf{v}) = kT(\mathbf{v})$$

$$\text{(ii)}\quad T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$$

Problema 1:

Transformações e Vetores da Base

Para responder esse tipo de problema é necessário escrever ***x*** como uma combinação linear de ***v***

$$T(\mathbf{v}) = c_1T(\mathbf{v}_1) + c_2T(\mathbf{v}_2) + \cdots + c_nT(\mathbf{v}_n)$$

Problema 2: Núcleo e imagem de uma Transformação

Núcleo: Conjunto dos vetores em V que T transforma em 0 - Nuc(T).

Imagem: Conjunto de todos os vetores em W que são imagem por T de pelo menos um vetor em V - Im(T).

Posto de T: dimensão da imagem de T - Pos(T).

Nulidade de T: dimensão do núcleo - Nul(T)

Problema 3: Transformações ***Injetora, Sobrejetora e Bijetora***

Afirmações equivalentes:

(a) T é injetor. ***(b)*** Nuc(T) = {***0***}. ***(c)*** T é sobrejetor, ou seja, Im(T) = V.

Problema 4: Composições e transformações lineares

Se $T_1 : U \to V$ e $T_2 : V \to W$ forem transformações lineares, então $(T_2 \circ T_1) : U \to W$ também é uma transformação linear.

Problema 5: Matrizes de transformações lineares arbitrárias

Nosso objetivo é encontrar uma matriz A de tamanho m x n tal que a multiplicação por A transforma o vetor [x]base no vetor [T(x)]base, qualquer que seja o vetor v em V.

Encontrando T(x) indiretamente:

Passo 1: Calcule o vetor de coordenadas $[x]_B$.

Passo 2: Multiplique $[x]_B$ à esquerda por A para obter $[T(x)]_B$.

Passo 3: Reconstrua T(x) a partir de seu vetor de coordenadas $[T(x)]_B$.

Observação: A matriz de um operador linear T: V → V depende da base selecionada para V.

Um dos principais temas mais avançados de Álgebra Linear é o de determinar a forma “mais simples possível”, digamos, por exemplo, uma matriz diagonal ou triangular. (Semelhanças);

Às vezes, é possível obter uma matriz diagonal; outras vezes, devemos nos contentar com uma matriz triangular ou de alguma outra forma **(esse assunto não será abordado nesse curso).**